



## РЕЗУЛЬТАТЫ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ПО ПРОГРАММАМ СО РАН

В 2009 году завершены исследования по 5 проектам приоритетных направлений фундаментальных исследований по программам СО РАН на 2007–2009 гг.

### **1. Математическая физика, математические проблемы механики, физики и астрономии.**

#### **Программа 1.2.1. Теория дифференциальных уравнений и математическая физика.**

##### **Проект 1.2.1.4. Качественный анализ эволюционных уравнений и систем управления.**

*№ гос. регистрации: 01.2.007 08579*

*Научный руководитель – чл.-к. РАН А.А. Толстоногов.*

Рассмотрена управляемая система, описываемая эволюционным уравнением с ограничением на управление, которое является зависящим от фазовой переменной многозначным отображением с замкнутыми невыпуклыми значениями. Один из эволюционных операторов, входящих в систему, является субдифференциалом зависящей от времени собственной, выпуклой, полунепрерывной снизу функции. Другой оператор, действующий на производную искомой функции, является субдифференциалом выпуклой непрерывной функции. Наряду с исходной системой рассматривается система со следующими ограничениями на управление: многозначное отображение, значениями которого являются замкнутые выпуклые оболочки значений исходного многозначного отображения; многозначное отображение, значениями которого являются экстремальные точки значений выпуклоного многозначного отображения, принадлежащие значениям исходного многозначного отображения.

Доказаны теоремы существования решений, изучены топологические свойства (компактность, необходимые и достаточные условия замкнутости и т.д.)



множества допустимых пар «траектория-управление» системы с различными ограничениями на управление и установлены взаимосвязи (плотность, граничность) между ними. В качестве приложения рассмотрена параболическая система с гистерезисным и диффузионным эффектами.

Рассмотрена задача минимизации интегрального функционала с невыпуклым по управлению интегрантом на решениях выше указанной системы. Наряду с исходной задачей рассматривается релаксационная задача с овыпукленным по управлению интегрантом и с овыпукленными ограничениями на управление. Доказано, что релаксационная задача имеет решение и для любого оптимального решения существует минимизирующая последовательность исходной задачи, сходящаяся по траекториям, и управлению к оптимальному. Справедливо и обратное утверждение. Подобный результат является аналогом классической теоремы Н.Н. Боголюбова в вариационном исчислении. В качестве примера рассмотрена параболическая система с гистерезисным и диффузионным эффектами.

Доказаны теоремы о существовании решений управляемой системы Гурса-Дарбу с распределенными и граничными управлениями, подчиненными смешанным ограничениям, представляющими собой многозначные отображения. Показано, что множество решений системы Гурса-Дарбу с выпуклыми ограничениями на управления являются компактным подмножеством некоторого топологического пространства. Для этой системы со смешанными ограничениями на управление введено понятие свойства единственности, которое является обобщением свойства единственности (каждому допустимому управлению соответствует единственная траектория) для систем с постоянными ограничениями. Доказана теорема о плотности множества решений управляемой системы Гурса-Дарбу с невыпуклыми ограничениями на распределенное и граничные управления в множестве решений системы с овыпукленными ограничениями. Для системы с постоянными ограничениями установлен бэнг-бэнг принцип. Для частных случаев рассматриваемой системы доказаны теоремы о граничности, а также получены необходимые и дос-



таточные условия замкнутости множеств решений систем с невыпуклыми ограничениями.

Доказаны теоремы о существовании и зависимости от параметров решений разрывных систем в форме дифференциальных включений с аддитивно входящими обобщенными функциями в правых частях. Получены условия управляемости и стабилизации для механических систем с разрывными и импульсными управлениями. Для систем с многозначными возмущениями и разрывными обратными связями доказаны теоремы существования решения и получены условия возникновения скользящих режимов. Для функционально-дифференциальных уравнений с разрывной правой частью доказаны теоремы о непрерывных аппроксимациях и об устойчивости с использованием инвариантно-дифференцируемых функционалов Ляпунова.

Получены необходимые и достаточные условия глобального экстремума в форме соотношений двойственности между классической нелинейной задачей оптимального управления с терминальными ограничениями и экстремальной задачей на множестве сильно монотонных гладких решений неравенства Гамильтона-Якоби. Условия дают полное обоснование развиваемой в рамках проекта канонической теории оптимальности Гамильтона-Якоби и обобщают известные родственные результаты, полученные методами Каратеодори, Кротова и их модификациями.

Получены достаточные условия сильного и глобального экстремума для задач оптимизации гибридных систем (мультипроцессов), включающие обращение принципа максимума Понтрягина в достаточное условие. Эти условия базируются на канонической теории оптимальности и формулируются с использованием множества сильно монотонных липшицевых решений неравенства и уравнения Гамильтона-Якоби.

Доказан обобщенный принцип максимума (необходимое условие оптимальности) для нового класса нелинейных задач оптимального импульсного управления с траекториями ограниченной вариации при наличии многоточечных ограни-



чений на односторонние пределы траекторий в конечном числе нефиксированных моментов времени. Результат получен без предположения корректности управляемой системы относительно расширения класса обычных управлений до импульсных – векторных мер Лебега-Стилтьеса. Предложен вариант расширения неравенств Гамильтона-Якоби для нелинейных динамических систем с импульсными управлениями типа векторной меры и траекториями ограниченной вариации. Доказаны инфинитезимальные достаточные условия сильной и слабой монотонности локально липшицевых L-функций вдоль траекторий импульсной динамической системы.

**3. Теория систем; общая теория управления сложными техническими и другими динамическими системами, в том числе единая теория управления, вычислений и сетевых связей; теория сложных информационно-управляющих систем; групповое управление; распределенное управление.**

**Программа 3.10.1. Математическая теория управления при возмущениях и неопределенности.**

**Проект 3.10.1.1. Устойчивость и управление непрерывно-дискретными и другими гетерогенными динамическими системами.**

*№ гос. регистрации: 01.2.007 11727*

*Научный руководитель – академик РАН С.Н. Васильев.*

Получил дальнейшее развитие метод редукции с сублинейными вектор-функциями Ляпунова, детально исследованы новые возможности стабилизации механических систем за счет сил различной природы, получены новые условия разрешимости алгебро-дифференциальных систем, исследован ряд свойств этих систем (нерезонансность, управляемость и др.).



Решена задача устойчивости и группового управления прямолинейно движущейся формацией и получены достаточные условия внутренней устойчивости в общем случае.

Получены условия асимптотической устойчивости при постоянно действующих и параметрических возмущениях сложных механических систем, описываемых абстрактными дифференциальными уравнениями или субдифференциальными включениями Лагранжа в банаховом пространстве.

Развиты принципиально новые подходы к построению разностных схем для численного решения начальных задач для жестких систем дифференциальных уравнений первого и второго порядка.

Для линейных вырожденных систем уравнений в частных производных с переменными матричными коэффициентами построены многослойные разностные схемы.

Доказана локальная разрешимость начально краевой задачи для квазилинейных дифференциально-алгебраических уравнений в частных производных.

Доказана сходимость семейства траекторий вычисляемых по прямому алгоритму построения программного управления, обеспечивающего движение объекта в некоторой фиксированной (определяемой требуемой точностью исполнения) окрестности заданного маршрута.

Для автоматных моделей разработаны алгоритмы синтеза управлений, обеспечивающих выполнимость различных динамических свойств (достижимость, инвариантность и др.).

Для уравнений Эйлера на алгебрах Ли выделены семейства инвариантных многообразий и проведено их качественное исследование.

Доказана теорема о разрешимости дифференциально-алгебраических уравнений возмущенной нелинейным членом содержащим в качестве множителя малый параметр. Дана асимптотическая оценка поведения решения по параметру. Предложен численный метод решения таких систем. Исследован вопрос о непрерывной зависимости решений от параметра.



Предложен основанный на декомпозиции и методе редукции с сублинейными вектор-функциями Ляпунова новый подход к строгому анализу робастной устойчивости и диссипативности составных гетерогенных систем стабилизации нелинейных непрерывных объектов с распределенным (децентрализованным) дискретным управлением при многократном асинхронном квантовании сигналов управлений и измерений. Показана возможность использования этого подхода в новых задачах устойчивости группового управления (устойчивость формаций) и построения оценок динамического качества движущихся формаций в условиях различных внутренних и внешних неопределенностей и неполноты измерений параметров собственного и взаимного движения агентов (членов группы). Алгоритмы программно реализованы.

Получены новые условия асимптотической устойчивости и неустойчивости положения равновесия механической системы при нестационарном доминировании диссипативных сил. Предложены способы стабилизации до экспоненциальной устойчивости за счет сил иной структуры при заданных нестационарных потенциальных или неконсервативных позиционных силах. Разработан способ стабилизации до равномерной асимптотической устойчивости положения равновесия механической системы при заданном однородном нелинейном нестационарном поле позиционных сил за счет присоединения однородных потенциальных, специальным образом выбранных гироскопических и линейных диссипативных сил. Получены условия асимптотической устойчивости положения равновесия механической системы при нестационарном доминировании потенциальных сил.

Получены более жесткие по сравнению с известными необходимые и более мягкие достаточные условия  $D$ -устойчивости и аддитивной  $D$ -устойчивости матриц. Введены определения названных динамических свойств для линейных механических систем и получены формулируемые в терминах матричных коэффициентов необходимые, а также достаточные условия наличия этих свойств у системы. Для специального класса матриц, называемых свикобианами и применяемых в



экологических моделях, получены необходимые и достаточные условия  $D$ -стабилизируемости,  $D$ -устойчивости и аддитивной  $D$ -устойчивости.

Выделен новый класс нелинейных алгебро-дифференциальных систем (АДС), которые могут наследовать качественные свойства, присущие линейной системе первого приближения. Этот класс включает в себя АДС, обладающие так называемой эквивалентной формой, в которой разделены «дифференциальная» и «алгебраическая» части. Обоснованы алгоритмы преобразования АДС к эквивалентным формам.

В предположениях, обеспечивающих существование эквивалентной формы, получены признаки полной управляемости для линейных АДС с гладкими коэффициентами. Доказано, что полная управляемость или локальная нуль-управляемость системы первого приближения влечет за собой локальную нуль-управляемость исходной нелинейной АДС.

Исследовалось свойство нерезонансности (устойчивости в смысле ограниченный вход – ограниченный выход) линейных АДС. В этой связи в предположениях, обеспечивающих существование эквивалентной формы получены критерии устойчивости по Ляпунову, асимптотической и экспоненциальной устойчивости. Доказано, что нерезонансность линейной АДС эквивалентна экспоненциальной устойчивости соответствующей однородной системы.

Для управляемой линейной алгебро-дифференциальной системы исследован вопрос о минимальной размерности вектора управления, при которой система может быть полностью управляема на любом отрезке из области определения. Проблема исследована применительно к стационарным системам с регулярным матричным пучком, а также к системам с вещественно-аналитическими и гладкими коэффициентами, обладающими эквивалентной формой.



**Проект 3.10.1.2. Методы оптимального управления при структурных воздействиях и неопределенностях с приложением к техническим и социально-эколого-экономическим системам.**

№ гос. регистрации: 01.2.007 08580

Научный руководитель – д.ф.-м.н. В.А. Батурин

**Качественные исследования и численные методы решения задач оптимального управления.**

Для линейных управляемых систем с периодическими коэффициентами и ограничением на полный импульс управляющего воздействия исследовано асимптотическое поведение областей достижимости в устойчивом и неустойчивом случаях. В неустойчивом случае формы множеств достижимости имеют единственную предельную точку. В устойчивом случае не только предельные формы, но и предельные множества достижимости образуют одномерный аттрактор. Получены асимптотические формулы для множеств достижимости и их форм.

Исследованы задачи оптимального управления динамическими системами с дискретно-непрерывными свойствами. Также системы возникают во многих областях приложений теории управления (управление механическими системами, в динамике полета, при управлении процессами обработки информации, в экономическом анализе, теории систем массового обслуживания и т.д.) Специфика данного класса систем состоит в том, что их траектории являются разрывными функциями времени, а моменты приложения импульсных воздействий и их интенсивность не фиксированы заранее и подлежат определению при оптимизации заданного критерия качества.

Разработана численная процедура редукции задачи улучшения для дискретно-непрерывных систем к задаче улучшения для систем с ограниченными управлениями и программно-алгоритмическая реализация метода улучшения управления дискретно-непрерывными системами при ограниченном ресурсе импульсного управления.





Исследованы задачи оптимального управления логико-динамическими системами, представляющими класс смешанных дискретно-непрерывных по времени динамических управляемых систем, где дискретная компонента – целочисленная функция с конечным числом скачков. Используя достаточные условия оптимальности в форме В.Ф. Кротова были получены алгоритмы слабого улучшения первого и второго порядка.

Предложен подход к решению проблемы автоматизации выбора оптимальных значений параметров алгоритма в задачах оптимального управления со свободным правым концом для методов сильного и слабого улучшения второго порядка для непрерывных систем. Подход был применен и к дискретным управляемым системам, в результате получен новый алгоритм последовательных улучшений близкий по своим характеристикам к методу второго порядка и имеющий значительно меньшую трудоемкость.

Разработана алгоритмическая и программная реализация численной схемы нелокальной оптимизации позиционных управлений в нелинейных дифференциальных системах с интегральным целевым функционалом и с заданным целевым множеством. Для определения решения в границах трубки управляемости (разрешимости) системы разработан алгоритм аппроксимации множеств достижимости по принципу сечений. Разработанная вычислительная технология применена к исследованию модели оптимального маневрировании самолета в вертикальной плоскости для защиты его задней полусферы от ракеты класса «воздух-воздух».

Разработаны основы теории многометодной технологии решения экстремальных задач. Задача многометодных технологий формализована как задача многоэтапного синтеза алгоритмов. Рассмотрен случай применения многометодных технологий для функций многих переменных и заданного набора алгоритмов. В результате задачу свели к задаче оптимального управления для дискретного процесса, для которой получено уравнение Беллмана со скалярной фазовой переменной.



Программно-алгоритмически реализованы методы слабого улучшения для задач оптимального управления многоэтапными процессами и с сетевой структурой тестирования в виде программного комплекса. Проведено многократное тестирование вычислительного комплекса, показавшее его работоспособность. С использованием разработанных программ проводилось решение задачи оптимального управления сбросом загрязняющих веществ на примере р. Селенга. Полученные результаты расчетов показали, что при соблюдении определенных норм сбросов загрязнений, их концентрация не превысит ПДК, при этом обеспечивается максимально возможная суммарная прибыль.

*Теория и методы математического моделирования, модели для исследования проблем безопасности сложных технических объектов, экологии, моделирования и управления социо-экономическими системами, моделирования природных систем.*

Модифицирован модельно-компьютерный инструментарий для социо-эколого-экономического анализа Байкальского региона. В качестве вычислительной системы при построении моделей используется программная система СУБэ-комед.

Построена математическая модель динамики таежного ландшафта, описываемая дискретной управляемой системой. Модель идентифицирована применительно к лесным массивам для Тайшетского района Иркутской области. Выполнены расчеты по поиску оптимальных режимов. Для математической модели туриско-рекреационной особой экономической зоны выполнена серия сценарных расчетов с учетом различных демографических факторов.

Построена математическая модель и разработан численный алгоритм решения нестационарной краевой задачи с подвижными границами. Модель описывает нестационарный, многокомпонентный и многостадийный распад органических веществ донных отложений, с учетом процессов сорбции – десорбции и кинетики в аэробных и анаэробных условиях. Расчеты показали хорошее совпадение с экспериментальными данными (погрешность 10-15%) и установили тот факт, что во



время протекания переходных процессов, связанных со сменой окислительно-восстановительной обстановки (определяется изменением концентрации кислорода в придонном слое воды), значительно возрастает величина суммарного диффузионного потока вещества из донных отложений. При этом концентрация загрязняющего вещества при вторичном загрязнении монотонно возрастает (кривая прогноза загрязнения).

Предложена методология исследования безопасности сложных технических объектов, находящихся под воздействием механо-физико-химических факторов, на основе имитационной дискретно-непрерывной информационно-логико-математической модели динамики состояний, интеллектуальных методов поддержки принятия решений в виде гибридных экспертных систем, модифицированных сетей Петри и технологии автоматизации исследований на основе компонентной сборки (Component-Based Development). Методология реализована в виде программных систем для определения причин изменения и прогнозирования аварийных состояний сложных технологических комплексов, проведения испытаний, а также обоснования и/или выбора мероприятий по предотвращению, локализации и ликвидации аварий и ЧС.

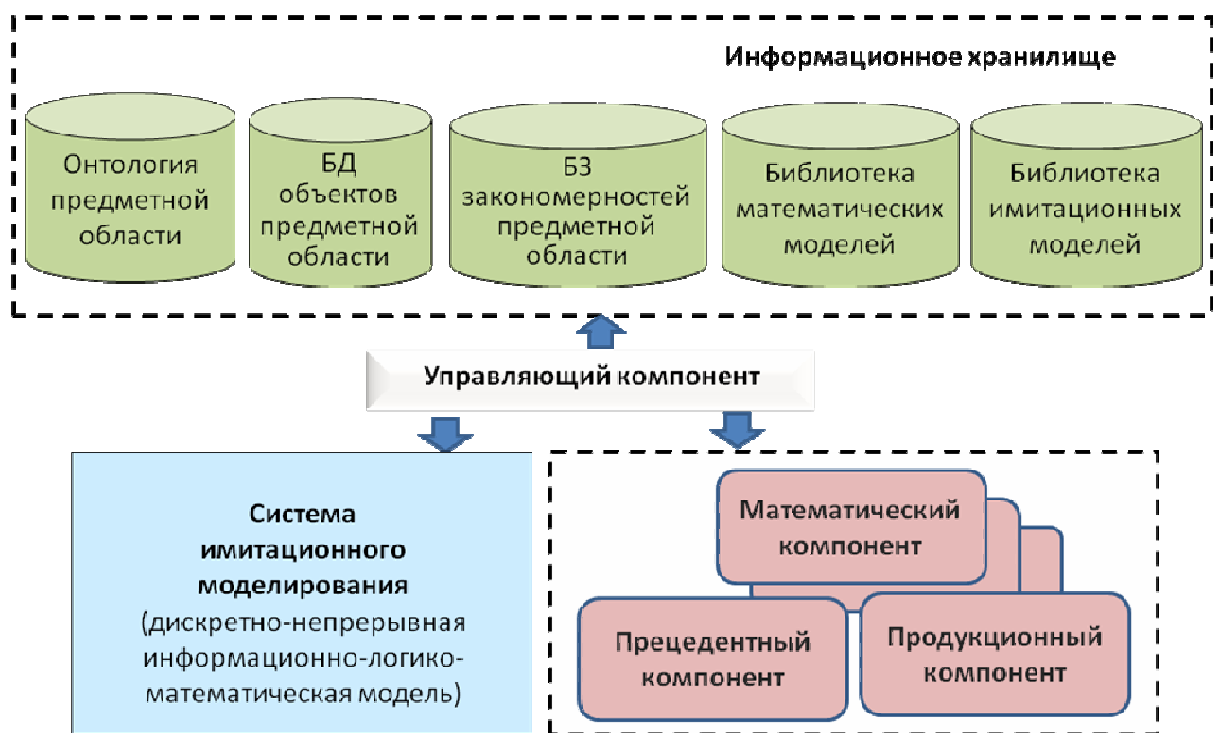


Рис. 4. Архитектура системы исследования безопасности сложных технических объектов



### Проект 3.10.1.3. Поиск глобальных решений в невыпуклых задачах исследования операций и оптимального управления.

№ гос. регистрации: 01.2.007 08581

Научный руководитель – д.ф.-м.н. А.С. Стрекаловский.

Для задач билинейного программирования с несвязанными переменными и задачи поиска ситуаций равновесия по Нэшу в биматричных играх предложены и обоснованы специальные методы локального и глобального поисков, учитывающие структуру задач. Разработан и программно реализован параллельный алгоритм глобального поиска в биматричных играх, позволивший получить ускорение решения задач в 5-6 раз на 8 процессорах. Проведен вычислительный эксперимент по решению серий специально сгенерированных задач различной сложности и размерности, подтвердивший эффективность предложенной методики решения задач с билинейной структурой. Решена биматричная игра размерности 1000x1000.

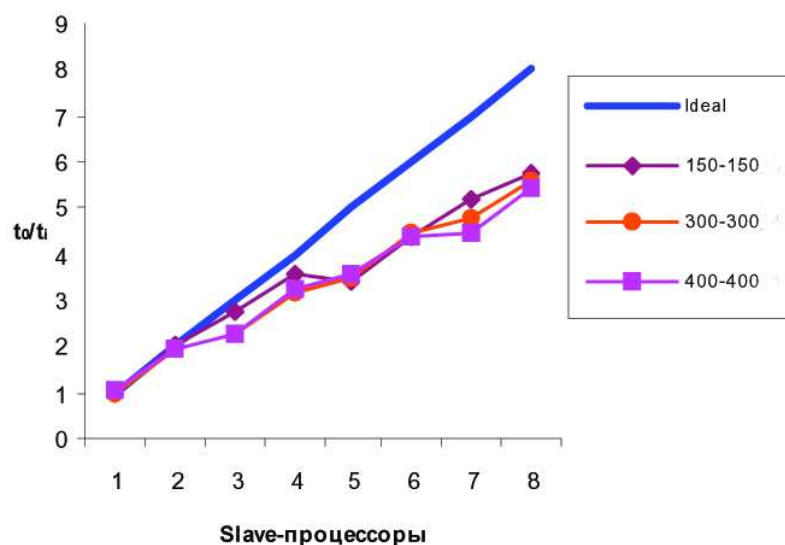


Рис. 5. График зависимости ускорения от количества Slave-процессоров на примере биматричных игр размерности (150x150), (300x300) и (400x400) ( $t_0$  – время решения задачи на одном процессоре,  $t_i$  – время решения задачи на  $i$  процессорах).

Разработана новая методика поиска оптимальных решений, основанная на теории глобального поиска, в линейно-линейных и квадратично-линейных задачах



двухуровневого программирования, возникающих при исследовании иерархических систем управления. Использована редукция двухуровневой задачи к невыпуклым одноуровневым задачам.

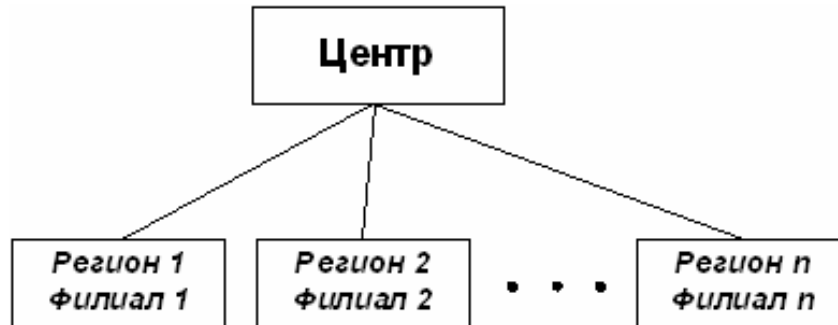


Рис. 6. Схема двухуровневой иерархической системы.

Для решения полученных невыпуклых задач предложены и обоснованы новые методы локального и глобального поисков. Для тестирования методов были сгенерированы серии задач различной сложности и размерности.

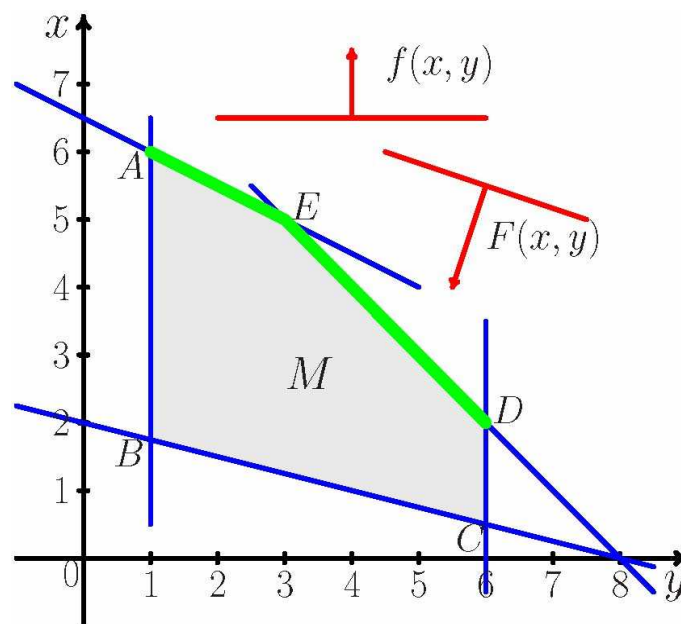


Рис. 7. Иллюстрация невыпуклости допустимого множества в линейной двухуровневой задаче.

Численно решены все сгенерированные квадратично-линейные задачи с суммарным количеством переменных на обоих уровнях до 300, линейно-линейные задачи – с суммарным количеством переменных до 1000.



Доказаны новые необходимые и достаточные условия глобальной оптимальности (УГО) для задач оптимального управления (ОУ) с терминальными функционалами, представимыми в виде разности двух выпуклых функций. На основе полученных УГО построены новые алгоритмы поиска локально и глобально оптимальных процессов для задачи ОУ линейной по состоянию системой обыкновенных дифференциальных уравнений и доказаны теоремы сходимости алгоритмов. Проведено численное тестирование построенных алгоритмов на широком поле тестовых примеров, показавшее их высокую эффективность при решении тестовых задач, имеющих, например, около 60000 стационарных процессов (размерность (состояние  $x$  управление)  $20 \times 20$ ).

Разработан и программно реализован метод ветвей и отсечений для поиска оптимальных решений в задачах размещения с предпочтениями клиентов. В его основе лежит метод отсечений для нового семейства правильных неравенств, который позволил получить нижнюю оценку, оказавшуюся не хуже известных нижних оценок. Для поиска верхних оценок оптимального решения в методе ветвей и отсечений используется метод имитации отжига. Вычислительный эксперимент и сравнение с известными результатами подтвердили эффективность разработанного алгоритма. Метод применен для решения задачи кластерного анализа раковых клеток, представленных образцами экспрессии генов (уровня белка) и значениями действия медикаментов.



#### **4. Проблемы создания глобальных и интегрированных информационно-телекоммуникационных систем и сетей. Развитие технологий GRID.**

**Программа 4.5.2. Разработка научных основ распределенной информационно-аналитической системы на основе ГИС и Веб-технологий для междисциплинарных исследований.**

**Проект 4.5.2.1. Интеллектуальные методы и инструментальные средства создания и анализа интегрированных распределенных информационно-аналитических и вычислительных систем для междисциплинарных исследований с применением ГИС, GRID- и Веб-технологий.**

*№ гос. регистрации: 01.2.007 08582*

*Научные руководители: чл.-к. РАН И.В. Бычков, д.т.н. Г.А. Опарин, к.т.н. Г.М. Ружников.*

Реализован интерфейс Web Map Service (WMS) в серверной части средства публикации электронных карт в Интернет/интранет. В результате поддержана возможность просмотра электронных карт, размещаемых на сервисе геоданных ИНЦ СО РАН с использованием любых клиентских приложений WMS, которые совместимы по требованиям к версии интерфейса и используемой системе координат. Для реализации прототипа сервиса геоданных институтов ИНЦ СО РАН разработаны конвертеры из наиболее популярных форматов электронных карт в формат SMD, используемый средством публикации электронных карт в Интернет/интранет. Реализован конвертер из формата ГИС КАМАТ, в котором представлена топооснова Иркутской области масштабов 1:1000000 и 1:200000. Разработанные конвертеры поддерживают импорт не только семантической и метрической информации, но и информации о способе отображения объектов. Таким образом, для публикации в Internet/Intranet подготовленной в одном из вышеупомянутых форматов карты её необходимо конвертировать в формат SMD, при этом конвертация информации о способе отображения позволяет получить внешний вид карты близкий к оригиналу.



Для формирования реляционной базы данных разработан метод извлечения таблиц из неформатированного текста. Метод решает следующие задачи извлечения таблиц: обнаружения таблиц в неформатированном тексте; сегментации обнаруженных таблиц на отдельные клетки; структурного анализа (определение взаимосвязей между отдельными клетками); функционального анализа (определение роли клеток в таблице); интерпретации промежуточной модели таблицы и преобразование ее в отношении реляционной модели. На основе этого метода разработано программное обеспечение, которое позволяет автоматически и полуавтоматически извлекать таблицы из документов, представленных как неформатированный текст. Результатом его работы являются таблицы реляционной базы данных.

Исследована возможность применения слабосвязанных гетерогенных параллельных вычислительных систем при построении программной системы автоматического доказательства теорем (АДТ) на основе исчисления языка позитивно-образованных формул. Свойства исчисления и существующие алгоритмы поиска АДТ проанализированы и выявлены пять подстратегий, имеющих алгоритмы с возможностью параллельной реализации. Выполнена реализация трех подстратегий на параллельной кластерной архитектуре. В частности, реализован алгоритм поглощения для поиска ответных подстановок, содержащий в себе две параллельных подстратегии. Полученная реализация протестирована на стандартных тестовых задачах, а также на некоторых задачах из списка ТРТР (Thousands of Problems for Theorem Provers).

Развиты технологии автоматического синтеза (трансформации) каркасов информационных систем (структуры базы данных, программных объектов приложения, элементов интерфейса пользователя, обменные форматы данных и т.п.) по их описанию в виде формализованной платформонезависимой структурно-функциональной модели. Разработан новый подход к представлению модулей трансформации и баз знаний (модели программной платформы) для распознавания в виде сети взаимодействующих логических объектов языке программирования LogTalk (расширение ISO-Prolog). Подход опробован на формализации мо-





дели платформы для генерирования информационных систем, функционирующих под управлением среды интернет-приложений Django.

В инструментальном средстве BinView для отображения содержимого бинарных файлов по спецификациям форматов на языке FlexT реализован режим получения отчёта об интересующей части содержимого файла по запросу на отображение. Применение запросов на отображение позволяет использовать BinView в качестве конвертера бинарных файлов в простые текстовые форматы. Например, текст запроса, объёмом 1 Кб, позволяет выполнить преобразование из бинарного формата Share в формат MIF.

Для интерактивного просмотра содержимого бинарных файлов с использованием спецификаций форматов на языке FlexT реализован инструмент BinExpl. Ранее подобный интерфейс был реализован только в инструменте EcxPr1, предназначенном для изучения структур данных, содержащихся в загрузочных модулях Windows.

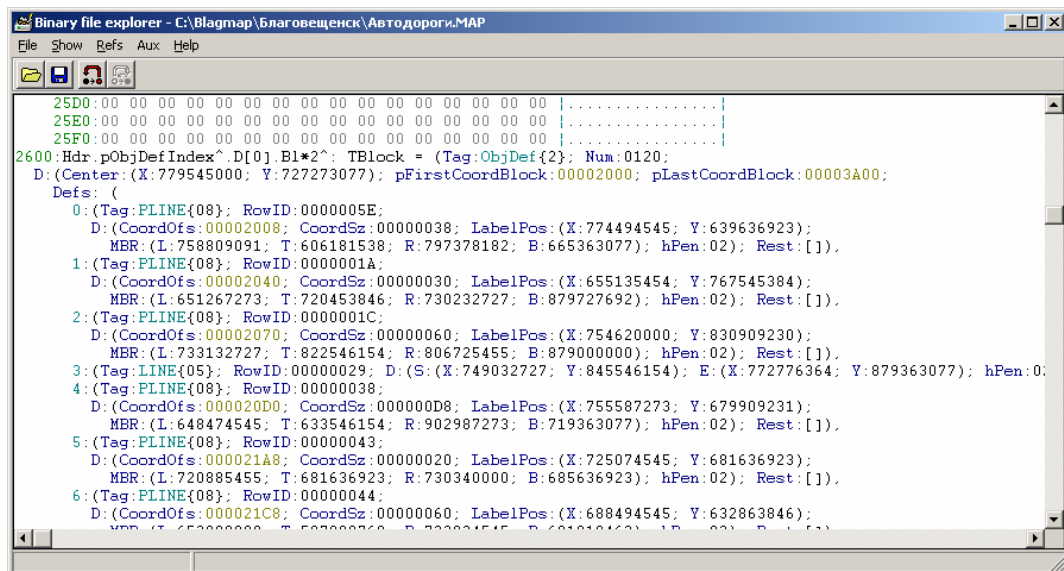


Рис. 8. Просмотр содержимого бинарного файла в программе BinExpl

Разработанные на предыдущем этапе реализации проекта булевы модели планирования параллельных асинхронных схем решения непроцедурных задач в распределенных модульных вычислительных системах, методы и средства децен-



трализованного управления распределенными вычислениями интегрированы в единую инструментальную среду, обеспечивающую решение задач в GRID. С помощью такой среды создана экспериментальная GRID на базе информационно-вычислительных и коммуникационных ресурсов ИДСТУ СО РАН и ИИВС ИрНОК. Проведены вычислительные эксперименты, связанные с проведением ресурсоемких вычислений в распределенной информационно-вычислительной среде (в частности, с решением булевых уравнений).

Разработаны новые алгоритмы решения задач обращения дискретных функций в рамках пропозиционального подхода, использующие декомпозиционные представления логических уравнений и гибридный (SAT+ROBDD) подход к поиску их решений. В рамках борьбы с переполнением памяти при решении SAT-задач, кодирующих проблемы обращения дискретных функций, предложено использовать декомпозицию соответствующих систем логических уравнений: исходная система представляется в формате «SAT», а накапливаемые ограничения представляются в формате ROBDD. Строго доказана полнота и корректность предложенных алгоритмов. Реализован ROBDD-решатель оригинальной архитектуры, ориентированный на решение задач обращения дискретных функций. Проведены численные эксперименты, подтверждающие эффективность решателя на задачах тестирования некоторых классов дискретных автоматов.