

**ЛЯПУНОВСКИЕ ЧТЕНИЯ  
&  
ПРЕЗЕНТАЦИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

**19 – 23 декабря 2008 г.  
Иркутск**

**МАТЕРИАЛЫ КОНФЕРЕНЦИИ**



**Иркутск, 2008**

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ФАКТОРНОГО АНАЛИЗА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АППРОКСИМАНТА ШЕПАРДА

А.С. Аникин

Институт динамики систем и теории управления СО РАН  
[anikin@icc.ru](mailto:anikin@icc.ru)

Под задачей факторного анализа понимается задача выявления существенных независимых переменных неизвестной закономерности (показателей, факторов), представленной в виде измеренных экспериментальных данных («обучающей выборки»). Для получения информации о значимости переменных используется статическая модель в виде аппроксиманта Шепарда.

Используя принцип тестирования данных на самих себе («метод комитетов»), из исходных данных формируются две выборки – обучающая и тестирующая. На обучающей части выборки при помощи технологии Шепарда строится аппроксимирующая функция, а тестирующая выборка используется для оценки качества этой функции. Тестирование сводится к процедуре оценки значения функции в каждой точке тестирующей выборки и вычисления среднего и максимального «разброса». Для того, чтобы результаты такого тестирования можно было считать достаточно правдоподобными, исходные данные случайным образом разбиваются в пропорции 80/20, где 80% попадают в обучающую выборку, а 20% – в тестирующую, а процедура тестирования повторяется достаточно большое количество раз (например, 1000). Погрешность построенной модели в процентах оценивается по формуле  $\Delta = \frac{C_E}{C_T} \cdot 100$ , где  $C_E$  – число «про-

махов» (неудачных точек аппроксимации),  $C_T$  – число элементов обучающей выборки. Естественно считать, что чем меньше данная величина, тем более точной является построенная аппроксимация.

На первом этапе предлагаемой методики оказалось целесообразным выявить элементы обучающей выборки («прецеденты»), вносящие наибольший «шум» в генерируемые модели, произвести «чистку исходных данных по горизонтали». Для выявления таких элементов производится процедура циклического удаления строк обучающей выборки с вычислением разницы между погрешностью модели до удаления и после нее. После удаления строки данная операция рекурсивно применяется к оставшимся строкам требуемое количество раз. В ряде случаев предложенный подход позволяет получить значительное улучшение качества модели: при наличии большого «шума» во входных данных он с высокой вероятностью будет удален.

Собственно факторный анализ представляет собой процедуру выявления и удаления факторов – столбцов обучающей выборки по подобной описанной выше методике («чистку по вертикали»). По результатам вычислений выбираются и удаляются переменные (факторы), которые вносят наибольший «шум».

Предложенные методики программно реализованы на языке C++. Результаты численных экспериментов для одной задачи медицинской экологии [1] продемонстрировали возможность уменьшения размерности моделей с 30 факторов до 6 без существенной потери точности.

1. Горнов А.Ю., Кузьменко Е.Т., Аникин А.С., Зароднюк Т.С. Применение алгоритмов аппроксимации экспериментальных данных в задаче выявления значимых медико-социальных факторов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – Иркутск: ИрГУПС, 2008. – Спец. выпуск. – С. 92–96.

## МЕТОД УЛУЧШЕНИЯ ДЛЯ ДИСКРЕТНЫХ ПО ВРЕМЕНИ СИСТЕМ\*

С.Б. Бадмацыренова

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[kiana@icc.ru](mailto:kiana@icc.ru)

Рассмотрен алгоритм улучшения второго порядка, основанный на достаточных условиях оптимальности В.Ф. Кротова, для дискретной по времени задачи оптимального управления со свободным правым концом. На начальном этапе алгоритма задается управление из класса допустимых, и из дискретной цепочки находится новое фазовое состояние. Затем задается параметр алгоритма, и решаются дискретные нелинейные векторно-матричные уравнения вспомогательной системы в обратном времени, зависящие от выбранного параметра. Вычисляется приращение для нового управления, а также само управление, и в синтезе с ним параллельно находится из дискретной цепочки новое фазовое состояние. Происходит сравнение значений функционалов на заданных и новых управлениях и состояниях. Если улучшения не произошло, то параметр уменьшается, и процесс повторяется с момента решения вспомогательной системы.

В рассмотренном алгоритме основная трудность состоит в расчете нелинейной векторно-матричной системы. При неудачном выборе параметра эта процедура может повторяться многократно. Сложно в этом случае и организовать одномерную минимизацию по параметру, поскольку требуется при каждом вычислении функционала решать задачи Коши для исходной и вспомогательной систем. Для устранения этого недостатка был предложен подход, основанный на разложении первой и второй производной функции Кротова по параметру вдоль заданной траектории. Дискретные цепочки для производных функций Кротова получились линейными и не зависящими от параметра. В результате сложная процедура многократного расчета вспомогательной нелинейной системы свелась к однократному расчету и расчету производных функции Кротова по конечным формулам, зависящим от параметра.

Полученный подход позволил создать новый алгоритм улучшения второго порядка. Основным преимуществом этого алгоритма является выбор значения параметра с помощью решения задачи одномерной минимизации функционала по параметру. Получена модификация этого алгоритма при стартовом значении параметра равного нулю. Доказаны теоремы релаксационности и сходимости алгоритма.

1. Батулин В.А., Урбанович Д.Е. Приближенные методы оптимального управления, основанные на принципе расширения. Новосибирск: Наука, 1997.
2. Батулин В.А., Черемных С.В. Управление выбором параметров в алгоритмах слабого улучшения второго порядка для задач оптимального управления // Известия РАН. Теория и системы управления. - 2006. - № 2. - С. 54-60.
3. Батулин В.А., Дыхта В.А., Москаленко А.И. и др. Методы решения задач теории управления на основе принципа расширения. – Новосибирск: Наука, 1990.

---

\* Работа поддержана РФФИ, проект 08-01-00156.

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЕКТОРНЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ГАРМОНИК В ТРЕХМЕРНОЙ ВЕКТОРНОЙ ТОМОГРАФИИ

А.Л. Баландин

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[balandin@icc.ru](mailto:balandin@icc.ru)

Векторные сферические гармоники (ВСГ) (равно как и тензорные сферические гармоники) встречаются во многих областях инженерной и теоретической физики. В частности, они используются в квантовой механике, ядерной физике, теории рассеяния. В данной работе предлагается использовать ВСГ для решения проблемы 3-D векторной томографии.

Предполагается, что векторное поле  $g(x)$  определено в единичном шаре  $\mathbb{B}^3 = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid |x| < 1\}$  с нулевыми значениями на границе  $\partial\mathbb{B}^3$ . Компоненты векторного поля принадлежат соответствующему пространству Соболева [1]. Проблема 3-D векторной томографии состоит в реконструкции векторного поля  $g(x)$  в области  $\mathbb{B}^3$  по некоторому набору проекционных данных, т.е. по его лучевому преобразованию. В общем виде проекционные данные можно записать в виде

$$(\mathcal{X}g)(x, n) \equiv \tilde{g}(x, n) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x + ln) \cdot \chi(n) dl, \quad (1)$$

где  $n$  – единичный вектор, ориентированный вдоль линии наблюдения; вектор-функция  $\chi$  зависит от физического метода измерения и, например, для спектральных измерений  $\chi \equiv n$ .

Ортогональная система ВСГ является удобным базисом для представления векторного поля и проекционных данных. Для спектральных измерений, которые часто имеют место в плазменных экспериментах, проблема реконструкции векторного поля по проекционным данным редуцируется к уравнениям Вольтерра первого рода относительно коэффициентов разложения. Хотя спектральные измерения позволяют реконструировать только соленоидальную компоненту векторного поля, градиентную составляющую можно определить как решение граничной задачи для уравнения Лапласа или использовать поперечное лучевое преобразование [2]. Численное моделирование с использованием различных моделей векторного поля показало, что топология векторного поля восстанавливается с приемлемой точностью.

1. Derevtsov E.Yu., Kazantsev S.G. Th. Schuster Polynomial bases for subspaces of vector fields in the unit ball. Method of ridge functions // J. Ill-Posed Problems, 2006. – V. 15, № 1. – P. 1-38.
2. Шарафутдинов В.А. Интегральная геометрия тензорных полей. – Новосибирск: Наука, 1993. – 231 с.

## ГЕТЕРОГЕННАЯ МОДЕЛЬ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕХНОГЕННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ОБЪЕКТОВ\*

А.Ф. Берман, О.А. Николайчук, А.И. Павлов, А.Ю. Юрин  
Институт динамики систем и теории управления СО РАН  
[berman@icc.ru](mailto:berman@icc.ru)

Актуальность проблемы техногенной безопасности несколько не снижается. Увеличивается количество взрывов и пожаров в промышленности и в жилом секторе. Аварии в жилищно-коммунальном хозяйстве, на железнодорожном и авиационном транспорте, на военных объектах свидетельствуют о необходимости совершенствования методов и средств обеспечения техногенной безопасности (далее ТБ).

Для снижения риска техногенных ЧС необходимо создание междисциплинарной методологии исследования и обеспечения ТБ, что требует проведения комплекса научных исследований, включающего математическое моделирование как процесса исследования, так и процесса обеспечения безопасности, а также разработку программных систем для автоматизации исследований.

Предлагается представить опасный объект в виде дискретно-непрерывной системы (гетерогенной системы), отражающей процесс изменения состояний в фазовом пространстве. Состояние рассматриваемых систем изменяется непрерывно и дискретно в зависимости от вида и значения некоторых параметров, характеризующих каждое фазовое пространство. Дискретные свойства системы определяются необходимостью разбиения пространства состояний на подпространства для отображения наблюдений, характеризующих кардинальную смену состояний при переходе из одного подпространства в другое. Закономерности перехода состояний предлагается описать информационно-логико-математической моделью (гетерогенной моделью), представленной сочетанием данных и знаний, хранящихся в базах данных, базах знаний, онтологиях и математических модулях. Подпространства состояний определены на основе обобщенного причинно-следственного комплекса процесса изменения состояний. Предлагаемая модель основана на агрегатной модели, где компоненты имеют детерминированную природу.

На основе разработанной модели предложен алгоритм исследования динамики состояний опасного объекта. Алгоритм реализует построение графа, отражающего динамику технических состояний объекта при решении задач идентификации, прогнозирования и генезиса.

Экспертные знания являются ключевым описанием закономерностей перехода состояний, так как отсутствуют аналитические зависимости, связывающие свойства объектов, воздействующие факторы с возможными параметрами аварий и катастроф. На основе прецедентного и продукционного подходов разработаны модели прецедента, продукционных баз знаний, их гибридного представления и алгоритмы обработки знаний.

Для реализации информационно-логико-математической модели и обеспечения исследований на этой модели предложена технология компонентной сборки информационно-аналитической системы автоматизации исследований. Предложена обобщенная модель компонента, на основе которой разработаны модели продукционного, прецедентного и математического компонентов.

---

\* Работа поддерживается грантом президента РФ по проекту № НШ-1676.2008.1, программой фундаментальных исследований ОЭМПУ РАН, а также «Фондом содействия отечественной науке».

## ОБ ОСОБЕННОСТЯХ АРХИТЕКТУРЫ SAT-РЕШАТЕЛЕЙ В ЗАДАЧАХ ОБРАЩЕНИЯ ДИСКРЕТНЫХ ФУНКЦИЙ

Д.В. Беспалов

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[bespalov@altrixsoft.com](mailto:bespalov@altrixsoft.com)

В работах [1-3] был развит пропозициональный подход к обращению дискретных функций из одного класса [4]. В основе данного подхода лежит представление алгоритмов вычисления дискретных функций логическими уравнениями вида «КНФ=1» с последующим решением получаемых SAT-задач современными высокоскоростными SAT-решателями, адаптированными для рассматриваемого класса задач [5].

В настоящем сообщении рассмотрены некоторые характерные особенности архитектуры SAT-решателей, используемых для решения SAT-задач, кодирующих обращение дискретных функций. Описаны процедуры построения конфликтных дизъюнктов, содержащих только переменные ядра вывода. Данная процедура базируется на известной «UIP»-эвристике [6], однако использует информацию только от ядровых переменных. Также приведено описание новой структуры данных, являющейся улучшением известной структуры «watched literals». Данная структура фигурирует в статье [7], но автором данной заметки она была предложена независимо.

Оптимизация архитектуры SAT-решателей с учетом рассматриваемых в работе особенностей позволила существенно ускорить логический поиск в задачах обращения некоторых криптографических функций [5].

1. Заикин О.С., Семенов А.А. Технология крупноблочного параллелизма в SAT-задачах // Проблемы управления. – 2008. – № 1. – С. 43–50.
2. Семенов А.А., Заикин О.С. Неполные алгоритмы в крупноблочном параллелизме комбинаторных задач // Вычислительные методы и программирование. – 2008. – Т. 9, № 1. – С. 112–122.
3. Семенов А.А., Заикин О.С., Беспалов Д.В., Ушаков А.А. SAT-подход в криптоанализе некоторых систем поточного шифрования // Вычислительные технологии. – 2008. – Т. 13, № 6. – С. 134-150.
4. Семенов А.А. О сложности обращения дискретных функций из одного класса // Дискретный анализ и исследование операций. – 2004. – Т. 11, № 4. – С. 44-55.
5. Семенов А.А., Заикин О.С., Беспалов Д.В., Буров П.С., Хмельнов А.Е. Решение задач обращения дискретных функций на многопроцессорных вычислительных системах // Труды Четвертой Международной конференции «Параллельные вычисления и задачи управления» PACO'2008, 26-29 октября 2008. – М., 2008. – С. 152-176.
6. Zhang L., Madigan C., Moskewicz M., Malik S. Efficient conflict driven learning in a Boolean satisfiability solver // In Proc. of the International Conference on Computer Aided Design (ICCAD). – 2001. – P. 279-285.
7. Chu G., Harwood A., Stuckey P.J. Cache Conscious Data Structures for Boolean Satisfiability Solvers // Journal on SAT, Boolean Modeling and Computation (In appear).

# РАСПРЕДЕЛЕННАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

В.Г. Богданова, А.В. Ларина

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[bvg@icc.ru](mailto:bvg@icc.ru), [64lzn@mail.ru](mailto:64lzn@mail.ru)

Исследование и анализ систем массового обслуживания (СМО) с помощью методов математического моделирования на практике зачастую невозможны без применения средств и методов имитационного моделирования, которое позволяет учесть большое количество реальных деталей функционирования моделируемого объекта. Однако имитационное моделирование требует использования статистических методов, приводящих к большим затратам машинного времени и вычислительных ресурсов. Одним из путей решения данной проблемы является выполнение расчетов в распределенной вычислительной среде (РВС), например, на кластерах.

В докладе представлена разработанная для исследования СМО распределенная имитационная модель

$$M = \langle S, U, Y, T, R \rangle,$$

где  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_k\}$  – множество сегментов модели,  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$  – множество устройств, используемых в модели,  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_p\}$  – множество узлов РВС,  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_k\}$  – множество значений времени выполнения каждого сегмента  $s_i \in S$  на одном узле из  $Y$ ,  $R \subseteq U \times S$  – отношение, определяющее взаимосвязь сегментов из  $S$  и устройств из  $U$ . Отношение  $R$  задается в виде булевой матрицы размерности  $m \times k$ , элемент которой  $r_{ij} = 1$  означает, что устройство  $u_i$  используется в сегменте  $s_j$ .

Множество  $Q^n = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$ , состоящее из  $n$  элементов и являющееся подмножеством сегментов из  $S$ ,  $Q^n \subseteq S$ ,  $0 \leq n \leq k$ , будем называть  $n$ -кой.

Будем называть  $n$ -ку  $Q^n$  независимой, если выполняется следующее условие:

$$\bigcup_{i \in I} \bigcup_{j \in J} \bigcup_{l \in L} (r_{il} \wedge r_{ij}) = 0,$$

где множества  $I$  и  $J$  состоят соответственно из индексов строк и столбцов матрицы  $R$ , а  $L = \{l_1, l_2, \dots, l_n\}$  включает индексы сегментов из  $Q^n$ ,  $L \subseteq J$ . Это условие гарантирует, что сегменты  $n$ -ки  $Q^n$  не имеют общих устройств с сегментами, не принадлежащими  $Q^n$ .

Предложенная распределенная модель  $M$  используется при организации распределенного имитационного моделирования СМО. Для этого на первом этапе проводится декомпозиция множества сегментов  $S$  на независимые  $n$ -ки, а затем строится отношение  $G \subseteq S \times Y$ , обеспечивающее сбалансированное распределение выделенных  $n$ -ок по узлам РВС  $y_i \in Y$ .

В общем случае задача получения сбалансированного распределения является NP-трудной [1] и требует специальных интеллектуальных средств для ее эффективного решения. В качестве такого средства в дальнейшем предполагается использование инструментального комплекса «Ребус» [2].

1. Гэри М. Вычислительные машины и трудно решаемые задачи / М. Гэри, Д. Джонсон. – М.: Мир, 1982.
2. Опарин Г.А., Богданова В.Г. Ребус – интеллектуальный решатель задач в булевых ограничениях // Вестник ТГУ. Приложение. – 2006. – № 18. – С. 243-247.

# О РАЗРЕШИМОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ ОТНОСИТЕЛЬНО СТАРШИХ ПРОИЗВОДНЫХ

Ю.Е. Бояринцев

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[bojar33@mail.ru](mailto:bojar33@mail.ru)

Векторная система вида

$$f(x', x, t) = 0,$$

у которой матрица Якоби по вектору  $x'$  вырождена, не приводима, вообще говоря, к невырожденной системе  $x' = \varphi(x, t)$ .

Более того, они не приводятся также и к системе  $x^{(\kappa)} = \varphi(x^{(\kappa-1)}, \dots, x', x, t)$  с порядком производных  $\kappa > 1$ . Это легко понять при рассмотрении системы  $(Ax)' = f(x, t)$ , у которой матрица  $A$  является вырожденной. Среди таких систем наиболее полные и конструктивные результаты получаются при рассмотрении систем вида

$$(Ax)' = Bx + \varphi(x, t), \quad (1)$$

у которой пара матриц  $(A, B)$  является регулярной, имеющей индекс  $\kappa > 0$ .

Справедливы теоремы:

**Теорема 1.** При предположении достаточной гладкости функции  $f(x, t)$  любое решение системы (1) удовлетворяет уравнению

$$x = C_0 Ax + \sum_{i=1}^{\kappa} \left( \frac{d}{dt} \right)^{i-1} C_i f(x, t),$$

где  $C_0, C_1, \dots, C^{\kappa}$  – базовые матрицы, удовлетворяющие системе

$$AC_i = BC_{i+1} + E, \quad C_i A = C_{i+1} B + E, \quad i = 0, 1, \dots, \kappa - 1;$$

$$C_{\kappa} A = 0, \quad AC_{\kappa} = 0, \quad C_0 = C A C_0, \quad C_1 = -C_1 B C_1.$$

Обратное также верно.

**Теорема 2.** Если на решениях  $x(t)$  системы (1) выполнено равенство

$$\frac{\partial C_2 f(x, t)}{\partial x} \cdot x' = 0, \quad (2)$$

то

$$x = CAx + \sum_{i=1}^{\kappa} \left( \frac{\partial}{\partial t} \right)^{(i-1)} C_i f(x, t).$$

Теорема 2 позволяет конструировать численные методы решения пары определенных систем (1), (2). При этом уравнение (2) очевидно выполняется в следующих случаях:

1. вектор-функция  $f(x, t)$  зависит только от  $t$ .
2. компоненты  $f(x, t)$  зависят только от  $x$  и являются полиномами.
3. индекс  $\kappa = 1$ .

1. Бояринцев Ю.Е., Орлова И.В. Пучки матриц и алгебро-дифференциальные системы. – Новосибирск: Наука, 2006. – 123 с.
2. Бояринцев Ю.Е. Применение базовых матриц к решению и исследованию алгебро-дифференциальных систем. – Новосибирск, 2008. – (в печати).



## ДВЕ ЗАДАЧИ О СТАБИЛИЗАЦИИ\*

Л.А. Бурлакова

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[irteg@icc.ru](mailto:irteg@icc.ru)

Рассмотрены две потенциальные системы, в которых действуют такие силы, что силовая функция не имеет максимума в положении равновесия.

I. Исследуем задачу о стабилизации положения равновесия электрического заряда  $\mathbf{E}$  магнитным полем  $\mathbf{H}$  [1]. Дифференциальные уравнения движения в первом приближении имеют вид

$$\ddot{\mathbf{x}} = -\frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{x}} + [\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{H}],$$

$$\psi = (\mathbf{A}\mathbf{x}, \mathbf{x})/2, \quad \mathbf{H} = (H_1, H_2, H_3), \quad A = \text{diag}(a_1, a_2, a_3).$$

Система имеет три степени свободы, и потому матрица гироскопических (магнитных) сил вырождена. Для электрического заряда  $\text{div} \mathbf{E} = 0$ , следовательно, коэффициенты  $a_i$  имеют разные знаки. Силовая функция системы знакопеременна. Гироскопическая стабилизация возможна только в случае, когда  $a_1 a_2 a_3 > 0$ . Двумя способами получены условия гироскопической стабилизации неустойчивой потенциальной системы. Выполнен их полный анализ. Показано, что система может быть стабилизирована до асимптотической введением ускоряющих и диссипативных сил.

II. Рассмотрим систему дифференциальных уравнений, описывающих в безразмерном виде в первом приближении движение тела с электрическим зарядом в электростатическом поле (также движение подвижного магнита в поле неподвижного) [2]:

$$\ddot{\alpha} - (-\delta x - H\dot{\beta} + \chi\alpha) = 0, \quad \ddot{\beta} - (-\delta y + H\dot{\alpha} + \chi\beta) = 0,$$

$$\ddot{x} - (x - \delta\alpha) = 0, \quad \ddot{y} - (y - \delta\beta) = 0.$$

Силовая функция системы в положении равновесия достигает минимума ( $\chi > 0$ ). Как и в первом примере матрица гироскопических сил вырождена. Построено 3D-представление области изменения параметров системы для гироскопической стабилизации. Обсуждается вопрос о возможности достижения асимптотической устойчивости за счет дополнительных сил, в данном случае диссипативных и неконсервативных, так как добавление только скоростных сил в рассматриваемом примере эту проблему не решает.

1. Козлов В.В. О стабилизации неустойчивых равновесий зарядов сильными магнитными полями // ПММ. – 1997. – Т. 61, вып. 3. – С. 390-397.
2. Денисов Г.Г., Новиков В.В., Федоров А.Е. О левитации тела, несущего электрический заряд, в электростатическом поле // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2007. – № 6. – С. 4-13.

---

\* Работа выполнена при частичной поддержке INTAS-SB RAS (грант № 06-1000013-9019).

## ГЕОИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ ТЕРРИТОРИАЛЬНЫМ РАЗВИТИЕМ

И.В. Бычков, А.С. Гаченко, Г.М. Ружников, А.Е. Хмельнов, Е.С. Фереферов  
Институт динамики систем и теории управления СО РАН  
[gachenko@icc.ru](mailto:gachenko@icc.ru)

Отсутствие единой комплексной системной информации – одна из существенных причин несогласованности решений по развитию территорий, принимаемых органами местного самоуправления на различных уровнях власти, поэтому одним из основных направлений проводимой административной реформы является модернизация системы информационного обеспечения органов исполнительной власти на основе создания комплекса информационных ресурсов и информационно-аналитических систем поддержки принятия управленческих решений в сфере жизнедеятельности.

Внедрение геоинформационных систем (ГИС) в информационно-аналитических комплексах обусловлено адекватностью их программного обеспечения характеру решаемых территориальных задач, возможностью использования тематических пространственно-распределённых данных (ПРД) и единой цифровой модели территории для принятия решений, их фиксации, отображения последствий. Единая цифровая модель территории, являясь системообразующим фактором, позволяет обобщать и агрегировать ПРД, поддерживать выбор и анализ управленческих решений.

Следует также учитывать, что территориальная информация имеет геопространственный характер. ГИС – это технологии, которые ускоряют процесс интеграции физически разделённых, но тематически согласованных баз данных, делает их более доступными в административном управлении территориями, в оценке их социально-экономического развития и ресурсного потенциала (природного, минерально-сырьевого, трудового, материального и т.д.), решения проблем безопасности региона и т.д.

В работе рассмотрены два уровня геоинформационного обеспечения управления территориальным развитием: региональный и органов местного самоуправления.

1. Гаченко А.С., Ружников Г.М., Фереферов Е.С., А.Е.Хмельнов А.Е. Муниципальная информационная система обеспечения градостроительной деятельности // Вычислительные технологии. – 2008. Т. 13. Спец. вып. 1. – С. 11-16.
2. Бычков И.В., Гаченко А.С., Попова А.К., Ружников Г.М., Фереферов Е.С., Хмельнов А.Е. Применение ГИС- и Веб-технологий для создания интегрированных информационно-аналитических систем // Вычислительные технологии. – 2007. – Т. 12. Спец. вып. 3. – С. 5-19.
3. Бычков И.В., Гаченко А.С., Ружников Г.М., Фереферов Е.С., Хмельнов А.Е., Маджара Т.И. Внедрение современных информационных технологий в региональных проектах // Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. – 2008. Т. 6, вып. 1. – С. 15-24.
4. Гаченко А.С., Хмельнов А.Е. Технология создания информационных систем на основе метаданных // Вестник ИрГТУ. – 2006. – Т. 3, № 2 (26). – С. 93-98.
5. Гаченко А.С., Ружников Г.М., Хмельнов А.Е. Интеллектуализация системы Государственного Градостроительного Кадастра // Вестник Томского государственного университета. – 2004. – № 9(II). – С. 33.
6. Бычков И.В., Гаченко А.С., Хмельнов А.Е., Фереферов Е.С. Система создания автоматизированных рабочих мест с возможностью взаимодействия с пространственными данными на основе метаописаний структур баз данных // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – Спецвыпуск. ИрГУПС, 2008. – С. 12-17.

## ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ВЕРИФИКАЦИИ ПРОДУКЦИОННЫХ СИСТЕМ

В.Ю. Васильев, С.А. Ульянов

Улан-Удэнский филиал

Института динамики систем и теории управления СО РАН

[vvju@yandex.ru](mailto:vvju@yandex.ru)

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова

[noodles777@gmail.com](mailto:noodles777@gmail.com)

Рассматривается продукционная система вида

$$\langle Z, R, s \rangle, \quad (1)$$

где  $Z$  – пространство состояний рабочей памяти,  $R$  – множество продукционных правил,  $s$  – стратегия логического вывода. Правило  $r \in R$  имеет вид

$$r = \langle B, A, D \rangle,$$

где  $B$  – предусловие правила,  $A$  – множество фактов, добавляемых в результате применения правила  $r$ ,  $D$  – множество фактов, удаляемых в результате применения правила  $r$ ,  $A \cap D = 0$ . Предполагается, что предусловие  $B$  и элементы множеств  $A$  и  $D$  есть формулы языка исчисления высказываний. Под стратегией  $s$  понимается некоторая бесконечная последовательность элементов из  $R$ , определяющая порядок применения правил к заданному начальному состоянию рабочей памяти.

Для качественного исследования динамических свойств продукционной системы (1) развивается подход, базирующийся на методе редукции [1]. Основная идея подхода заключается в сведении исходной задачи анализа системы продукций (1) к аналогичной задаче для динамической системы автоматного типа,

$$x(t+1) = F(x(t), u(t)), \quad (2)$$

где  $t \in T = \{0, 1, \dots\}$ ,  $x(t) \in X \subseteq E^n$ ,  $u(t) \in U \subseteq E^m$ ,  $E = \{0, 1\}$  и  $F : X \times U \rightarrow X$  – векторная функция алгебры логики. Методы и средства качественного анализа систем вида (2) были развиты ранее [2, 3].

В докладе рассматривается основная идея подхода, приводятся алгоритмы преобразования системы продукций в динамическую систему автоматного типа, теоремы сохранения некоторых динамических свойств при этих преобразованиях, а также небольшие примеры, демонстрирующие эффективность рассматриваемого подхода.

1. Васильев С.Н. Метод редукции и качественный анализ динамических систем. I // Изв. РАН, ТиСУ. – 2006. – № 1. – С. 21-29.
2. Васильев С.Н. Достижимость и связность в автоматной сети с общим правилом переключения состояний // Дифференциальные уравнения. – 2002. – Т. 38, № 11. – С. 1533-1539.
3. Ульянов С.А. Качественный анализ динамических свойств монотонных автоматных моделей с задержками // Вестник БГУ. Серия 13. Математика и информатика. – 2005. Вып. 2. – С. 54-62.

## МЕТОД ВЕТВЕЙ И ОТСЕЧЕНИЙ ДЛЯ ДВУХУРОВНЕВОЙ ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ

И.Л. Васильев, К.Б. Климентова

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[vil@icc.ru](mailto:vil@icc.ru), [Xenia.Klimentova@icc.ru](mailto:Xenia.Klimentova@icc.ru)

Рассматривается двухуровневая задача размещения, в которой предполагается, что клиенты могут выбирать предприятия обслуживания, руководствуясь своими собственными предпочтениями. Пусть заданы множества  $I = \{1, \dots, m\}$  предприятий и  $J = \{1, \dots, n\}$  клиентов, матрица  $C = \{c_{ij}\}$ ,  $i \in I$ ,  $j \in J$ , определяет затраты на обслуживание клиентов, вектор  $f = \{f_i\}$ ,  $i \in I$ , – затраты на открытие предприятий, матрица  $G = \{g_{ij}\}$ ,  $i \in I$ ,  $j \in J$  задает предпочтения клиентов: если  $g_{i_1j} \leq g_{i_2j}$ , то  $j$  клиент из открытых предприятий  $i_1$  и  $i_2$  выберет предприятие  $i_1$ . Стоит задача открыть некоторое подмножество предприятий  $S \subseteq I$  и обслужить всех клиентов, минимизируя затраты на открытие предприятий и обслуживание клиентов и учитывая при этом предпочтения клиентов.

Математическая модель данной задачи может быть записана в виде следующей двухуровневой задачи комбинаторной оптимизации:

$$\sum_{j \in J} c_{s^j j} + \sum_{i \in S} f_i \downarrow \min_S, \quad S \subseteq I, \quad (1)$$

где  $s^j$  – оптимальное решение задачи нижнего уровня:

$$s^j \in I(j, S) = \underset{i \in S}{\text{Arg min}} g_{ij}, \quad j \in J. \quad (2)$$

Целевая функция (1) минимизирует затраты поставщиков на открытие предприятий и обслуживание клиентов, в то время как элементы  $s^j$  выбираются из множеств наиболее предпочтительных для клиентов  $j \in J$  предприятий.

Известно [1-3], что такую двухуровневую комбинаторную задачу можно представить в виде одноуровневой задачи целочисленного линейного программирования (ЦЛП). Для многогранника такой задачи ЦЛП было предложено семейство правильных неравенств, с помощью которого удастся получить нижнюю оценку оптимального решения не хуже, чем в [2]. Данное семейство было использовано при поиске оптимального решения двумя вариантами метода ветвей и отсечений. Проведенный вычислительный эксперимент подтвердил эффективность предложенного подхода на серии тестовых примеров из [3].

1. Hanjoul P. and Peeters D. A facility location problem with clients' preference orderings // *Regional Sci. Urban Econom.* – 1987. – V. 17. – P. 451-473.
2. Алексеева Е.В., Кочетов Ю.А. Генетический локальный поиск для задачи о  $p$ -медиане с предпочтениями клиентов // *Дискретный анализ и исследование операций.* – 2007. – Т. 14, № 1. – С. 3-31.
3. Cánovas L., García S., Labbé M., and Marín A. A strengthened formulation for the simple plant location problem with order // *Operations Research Letters.* – 2007. – V. 35, № 2. – P. 141-150.

## МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИЧИН ОТКАЗОВ НА ПРИМЕРЕ ПРОГРАММНО-АППАРАТНОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ЛАЗЕРНОГО КОМПЛЕКСА

П.Ю. Вильвер

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[wilwer@icc.ru](mailto:wilwer@icc.ru)

Для обеспечения надежности и безопасности функционирования измерительного лазерного комплекса (ИЛК) ниже предлагается следующая методика:

1. Создание с помощью инструментального средства статической модели исследуемой технической системы (ТС) с использованием объектно-событийного подхода.
  - Модель отражает объекты, параметры объектов и события системы.
  - Модель не является замкнутой, параметры объектов модели ТС поступают с первичных приборов или имитируются.
  - События происходят в соответствии с условиями, которые определены в модели ТС.
  - Модель ТС является иерархической; количество уровней зависит от сложности ТС и поставленной задачи.
2. На основе статической модели создается модель функционирования ТС.
3. При выходе параметра  $A_i$  объекта  $S_k$  ТС за допустимые или регламентируемые границы  $Z_{A_i}^{S_k}$  на основе объектно-событийного подхода определяется последовательность произошедших событий.
  - Определяется наименование и значение параметров, изменение которых влияет на значение параметра  $A_i$  объектов модели ТС.
  - Определяются значения параметров объектов модели ТС, достижимые из заданного состояния; выбирается нужное состояние модели.
  - Определяется последовательность событий, приводящих модель ТС в это состояние.
4. При нарушении регламентируемой последовательности событий:
  - определяется условие, необходимое, но не выполненное для возникновения события;
  - определяются условия возникновения не регламентируемого события;
  - определяются параметры объектов системы, значение которых влияет на выполнение данного условия.

Данная методика применена для обеспечения надежности и безопасности программно-аппаратного комплекса ИЛК. Программная реализация методики обеспечивает определение причин отказов и возможность восстановления работоспособности.

1. Лескин А.А., Мальцев П.А., Спиридонов А.М. Сети Петри в моделировании и управлении. – Ленинград: Наука, 1989.
2. Бандман М.К., Бандман О.Л., Есикова Т.Н. Территориально-производственные комплексы. Прогнозирование процесса формирования с использованием сетей Петри. – Новосибирск: Наука, 1990.

# ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИСТЕМ МЕТОДОМ СПЛАЙН-КОЛЛОКАЦИИ

С.В. Гайдомак

Институт динамики систем и теории управления СО РАН  
[gaidamak@icc.ru](mailto:gaidamak@icc.ru)

Рассмотрим начальную задачу для квазилинейной алгебро-дифференциальной системы

$$A(t)\dot{x}(t) + F(x, t) = 0, \quad x(t_0) = x_0, \quad x_0 \in R^n, \quad (1)$$

где  $A(t)$  – тождественно-вырожденная квадратная  $(n \times n)$ -матрица в области  $I = [t_0, T]$ ,  $F(x, t)$ ,  $x(t)$  – соответственно известная и искомая  $n$ -мерные вектор-функции;  $\dot{\cdot} \equiv d/dt$ . Такие системы имеют большое число приложений, поскольку они возникают при описании химических реакций, электрических схем, в механике, к тому же необходимость их решения тесно связана с исследованием и численным решением вырожденных систем уравнений в частных производных. Вопрос о разрешимости начальной задачи (1) в окрестности точки  $t_0$  исследован В.Ф. Чистяковым в работе [1]. Для численного решения задачи (1) был использован метод сплайн-коллокации. В работах [2, 3] получены достаточные условия его сходимости. Идея метода сплайн-коллокации была обобщена, развита и применена к линейным вырожденным системам уравнений в частных производных

$$A(x, t)\partial_t u(x, t) + B(x, t)\partial_x u(x, t) + C(x, t)u(x, t) = f(x, t), \quad (2)$$

$$u(x_0, t) = \psi(t), \quad u(x, t_0) = \varphi(x),$$

где  $A(x, t)$ ,  $B(x, t)$ ,  $C(x, t)$  – заданные матрицы порядка  $n$ ,  $(x, t) \in U = [x_0; X] \times [t_0; T]$ ,  $f(x, t)$ ,  $u(x, t)$  – соответственно искомая и известная  $n$ -мерные вектор-функции;  $\partial_t \equiv \partial/\partial t$ ,  $\partial_x \equiv \partial/\partial x$ . В системе (2) матрица  $A(x, t)$ , либо матрица  $B(x, t)$ , либо пучок матриц  $\lambda A(x, t) + \mu B(x, t)$  тождественно вырождены в области  $U$ . В работе [4] получены достаточные условия сходимости численного процесса.

1. Чистяков В.Ф. Алгебро-дифференциальные операторы с конечномерным ядром. – Новосибирск: Наука, 1996.
2. Гайдомак С.В. О численном решении одной квазилинейной алгебро-дифференциальной системы методом сплайн-коллокации // Сибирский журнал вычислительной математики. – 2009. – Т. 12, № 1. – С. 17-27.
3. Гайдомак С.В. О численном решении квазилинейной алгебро-дифференциальной системы // Дифференциальные уравнения. – 2009. – Т. 45. – С. 1-7.
4. Гайдомак С.В. Метод сплайн-коллокации для линейных вырожденных гиперболических систем // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2008. – Т. 48, № 7. – С. 1230-1249.

## АППРОКСИМАНТЫ ШЕПАРДА И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ\*

А.Ю. Горнов

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[gornov@ok.ru](mailto:gornov@ok.ru)

Аппроксиманты Шепарда появились более сорока лет назад. Наиболее цитируемым источником, очевидно, является [1], но при тщательном исследовании можно встретить и более ранние ссылки. Имеющие уникальные на наш взгляд свойства, функции Шепарда до настоящего времени остались неизвестны большинству специалистов и не представлены в общедоступной научной литературе. Малая популярность этого математического аппарата позволяет надеяться на наличие изрядного «идеологического ресурса» для конструирования новых, более эффективных алгоритмов для различных задач вычислительной математики. В докладе обсуждаются потенциальные возможности создания новых вычислительных методов и первые результаты, полученные автором и его помощниками.

Аппроксимант Шепарда является отношением двух дробно-рациональных функций с гарантированным отсутствием полюсов; по построению это – гладкая бесконечно дифференцируемая функция, в простейшем случае – интерполянт. Функция Шепарда легко может быть построена для любой размерности исследуемой зависимости и любого расположения точек, в которых имеется экспериментальная информация («на нерегулярной сетке»). Для вычисления аппроксимирующей функции в любой точке необходимо произвести всего  $4 \times k \times (n + 1)$  арифметических операций, где  $n$  – число независимых переменных (аргументов функции),  $k$  – число точек сетки (узлов интерполяции). На современном компьютере вычисление аппроксимации функции, например, миллиона переменных с несколькими сотнями узлов интерполяции при помощи технологии Шепарда производится за несколько секунд процессорного времени.

Основными недостатками аппроксиманта Шепарда являются невысокая точность аппроксимации – «нулевой порядок точности». Однако еще самим Шепардом были предложены способы повышения точности аппроксимации путем учета имеющейся информации о значениях производных в узлах интерполяции. Поскольку рассматриваемая технология позволяет эффективно «склеивать» локальную информацию, актуальную только в небольших областях исследуемого множества без потери свойства гладкости, позже различными авторами было произведено несколько попыток построения аппроксимантов нового типа, основанных на комбинировании так называемого оператора Шепарда с другими, более точными локальными интерполянтами. Достаточно современный и полный обзор работ по обобщению аппроксиманта Шепарда можно найти в [2].

Рассматриваются перспективы применения технологий Шепарда к следующим задачам: конструирование статических и динамических моделей на основе экспериментальных данных, сглаживание и прогнозирование временных рядов, построение алгоритмов локальной, глобальной и недифференцируемой оптимизации, численного дифференцирования и интегрирования, синтеза оптимального управления и других.

1. Shepard D. A two-dimensional interpolation function for irregularly-spaced data // Proc. of the 23 ACM National Conference. – ACM Press, N. Y., 1968, P. 517-524.
2. Caira R., Dell'Accio F. Shepard-Bernoulli operators // Mathematics of computation. – 2007. – V. 76, № 257. – P. 299–321.

---

\* Работа поддержана грантами РФФИ, проекты 06-07-89215, 07-07-00265, 08-07-00172.

# НЕРЕЗОНАНСНОСТЬ УПРАВЛЯЕМЫХ АЛГЕБРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

А.А. Денега

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[denegaanna@yandex.ru](mailto:denegaanna@yandex.ru)

Рассматривается управляемая линейная алгебро-дифференциальная система (АДС)

$$A(t)x'(t) + B(t)x(t) = U(t)u(t), \quad t \in T = [t_0, +\infty), \quad (1)$$

$$y(t) = C(t)x(t), \quad (2)$$

где  $A(t)$ ,  $B(t)$  –  $(n \times n)$ -матрицы,  $\det A(t) \equiv 0$  на  $T$ ,  $U(t)$  –  $(n \times l)$ -матрица,  $x(t)$  – иско-мая  $n$ -мерная функция,  $u(t)$  – управление размерности  $l$ ,  $C(t)$  –  $(m \times n)$ -матрица,  $y(t)$  – выход размерности  $m$ .

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1.** Система (1) называется *резонансной*, если существует управление  $u(t)$ :  $\|u(t)\|_{C^r(T)} \leq \text{const}$  ( $r$  – индекс АДС(1)) и согласованное с ней на-чальное условие  $x(t_0) = x_0$  такие, что порождаемое ими решение  $x(t)$  неограниченно на полупрямой  $t \geq t_0$ . Система, не являющаяся резонансной, называется *нерезонансной*.

Показано, что в условиях существования эквивалентной формы [1], АДС (1) нере-зонансна тогда и только тогда, когда соответствующая ей однородная система экспо-ненциально устойчива.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2.** Система (1) называется *устойчивой по выходу*, если выход-ные сигналы (2), соответствующие некоторому управлению  $u(t)$  при различных согла-сованных начальных условиях:  $x(t_0) = x_0$ ,  $\bar{x}(t_0) = \bar{x}_0$  с течением времени сближаются:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \|y(t) - \bar{y}(t)\| = 0.$$

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3.** Система (1) называется *резонансной по выходу*, если неко-торому ограниченному при  $t \geq t_0$  управлению  $\|u(t)\|_{C^r(T)} \leq \text{const}$  соответствует неог-раниченный при  $t \geq t_0$  выход  $y(t)$ . Система, не являющаяся резонансной по выходу, называется *нерезонансной по выходу*.

**Теорема 1.** Пусть система (1), (2) полностью управляема, матрицы  $A$ ,  $B$ ,  $U$  и  $C$  постоянны, пучок  $\lambda A + B$  регулярен. Тогда следующие утверждения эквивалентны:

- 1) система нерезонансна;
- 2) система устойчива по выходу;
- 3) система нерезонансна по выходу;

- 4)  $\int_{t_0}^{+\infty} \|X(t)\| dt = K < \infty$ , где  $X(t)$  – фундаментальная матрица решений АДС (1).

1. Щеглова А.А. Управляемость нелинейных алгебро-дифференциальных систем // Автоматика и телемеханика. – 2008. – № 10. – С. 57-80.



## УСТОЙЧИВЫЕ АЛГОРИТМЫ КОРРЕКТИРОВКИ ЛИНЕЙНЫХ АНАЛИТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ КОСМИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

Э.И. Дружинин

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[druzh@icc.ru](mailto:druzh@icc.ru)

Разработан новый подход к решению проблемы формирования динамических моделей больших космических конструкций, позволяющих с необходимой точностью прогнозировать динамику реального изделия.

Представленные в настоящем докладе результаты в комплекте с ранее полученными результатами в задаче *идентификации* размерности и спектральных характеристик линейных моделей образуют хорошо обусловленный, устойчивый к ошибкам данных инструмент расчета матриц коэффициентов таких моделей. В отличие от известных методов уточнения аналитических моделей предлагаемый новый инструмент позволяет вычислять высокоточную динамическую модель *при выполнении только необходимых и достаточных условий идентифицируемости* аналитической модели по измерениям состояния конструкции в условиях ее реальной эксплуатации в космосе. Никаких *других априорных предположений о коэффициентах аналитической модели не делается*. В частности, в вычислениях не используются стандартные предположения о точности расчетной (аналитической) матрицы масс (или жесткостей) или о пропорциональности демпфирования конструкции.

# О СВЯЗИ ВОЗМУЩЕНИЙ ЦЕЛЕВОГО ФУНКЦИОНАЛА В ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДАХ ОПТИМИЗАЦИИ С ТЕОРИЕЙ ЭКСТРЕМУМА

В.А. Дыхта

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[dykhta@gmail.com](mailto:dykhta@gmail.com)

Многие итерационные методы решения задач математического программирования и оптимального управления используют возмущение целевого функционала  $J$  путем добавки некоторого «регулятора»  $\gamma \geq 0$  с параметром  $\eta > 0$ , т.е. конструкцию типа  $J_\eta = J + \eta\gamma$ . Это возмущение эвристически объясняется довольно смутными соображениями регуляризации задачи, ее частичного овыпукления, или локализацией метода поиска улучшающей точки. Хотя до некоторой степени подобные аргументы имеют основания, более естественной и ясной представляется другая аргументация возмущения, теснейшим образом связанная с теорией необходимых и достаточных условий экстремума различных порядков (локальный вариант этой теории см. в [1]). Именно эта аргументация представлена в докладе.

Рассмотрим общую модель оптимизации

$$J(u) \rightarrow \min; \quad u \in U \subset V, \quad (P)$$

где множества  $U, V$  произвольны и функционал  $J$  определен на  $U$ .

Для точки  $\bar{u} \in U$  (подлежащей улучшению) рассмотрим любой функционал  $\gamma: U \rightarrow R_+$  со свойством  $\gamma(\bar{u}) = 0$ , который назовем *порядком*, и семейство (по  $\eta \in R$ ) следующих задач:

$$J_\eta(u) := J(u) + \eta\gamma(u) \rightarrow \min; \quad u \in U. \quad (P_\eta)$$

**Предложение  $N_\gamma$**  ( $\gamma$ -необходимость). Если  $\bar{u}$  – решение задачи (P), то  $\forall \eta > 0$   $\bar{u}$  – решение задачи (P<sub>η</sub>), причем справедлива оценка

$$J(u) - J(\bar{u}) \geq -\eta\gamma(u) \quad \forall u \in U. \quad (\Delta_\gamma)$$

**Предложение  $S_\gamma$**  ( $\gamma$ -достаточность). Если при некотором  $\eta < 0$   $\bar{u}$  – решение задачи (P<sub>η</sub>), то  $\bar{u}$  – решение задачи (P), причем справедлива оценка (Δ<sub>γ</sub>).

Отметим, что эффект смены знака параметра  $\eta$  в приведенных утверждениях совершенно игнорируется в методах улучшения.

Одно из интересных приложений утверждений ( $N_\gamma$ ) и ( $S_\gamma$ ) в оптимальном управлении связано с заданием порядка  $\gamma$  с помощью функций типа Ляпунова: в качестве  $\gamma$  в условии ( $N_\gamma$ ) берется значение оператора Гамильтона-Якоби  $\Gamma[\varphi]$  слабо монотонной  $L$ -функции  $\varphi$ , а в условии ( $S_\gamma$ ) – значение того же оператора сильно монотонной  $L$ -функции [2].

1. Левитин Е.С., Милютин А.А., Осмоловский Н.П. Условия высших порядков локального минимума в задачах с ограничениями // УМН. – 1978. – Т. 33, № 6. – С. 85-148.
2. Аргучинцев А.В., Дыхта В.А., Срочко В.А. Оптимальное управление: нелокальные условия, вычислительные методы и вариационный принцип максимума // Известия вузов. Математика. – 2009. – № 1. – С. 3-43.

# ТОЧНОЕ ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ ДОСТИЖИМОСТИ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ СУБРЕШЕНИЯМИ УРАВНЕНИЯ ГАМИЛЬТОНА-ЯКОБИ И УСЛОВИЯ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ

В.А. Дыхта, С.П. Сорокин

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[dykhta@gmail.com](mailto:dykhta@gmail.com), [sorsp@mail.ru](mailto:sorsp@mail.ru)

Доклад посвящен обращению достаточных условий глобальной оптимальности с использованием семейства функций типа Ляпунова [1] в необходимые. Это обращение основано на двух вариантах точного описания множества достижимости управляемой системы с использованием счетного семейства гладких субрешений уравнения Гамильтона-Якоби [2] или с одним, но лишь локально липшицевым субрешением [3].

Воспроизведем второй вариант применительно к следующей задаче оптимального управления  $(P_\Delta)$  на фиксированном отрезке времени  $\Delta = [t_0, t_1]$ :

$$J(x(\cdot), u(\cdot)) = l(x(t_0), x(t_1)) \rightarrow \inf;$$

$$\dot{x} = f(t, x, u), \quad u(t) \in U,$$

$$(x(t_0), x(t_1)) \in C,$$

где  $x(\cdot) \in AC(\Delta, R^n)$ ,  $u(\cdot) \in L_\infty(\Delta, U)$ , множество  $U$  компактно,  $C$  замкнуто, множество  $f(t, x, U)$  выпукло и функция  $f$  непрерывна и липшицева по  $x$  равномерно по  $(t, u)$ .

Следующая теорема обобщает (в части необходимости) результаты работ [4, 5] на задачи с общими (неразделенными) концевыми ограничениями.

**Теорема.** Для глобальной оптимальности процесса  $(\bar{x}(\cdot), \bar{u}(\cdot))$  в задаче  $(P_\Delta)$  необходимо и достаточно существования на  $\Delta \times R^n \times R^n$  такого локально липшицевого решения  $\varphi(t, x, y)$  неравенства Гамильтона-Якоби

$$\varphi_t(t, x, y) + \max\{\varphi_x(t, x, y) \cdot f(t, x, u) \mid u \in U\} \leq 0$$

с условием  $\varphi(t_0, x, x) \leq 0$ , что вектор  $(\bar{x}(t_0), \bar{x}(t_1))$  является глобальным решением задачи математического программирования

$$l(x_0, x_1) \rightarrow \inf; \quad (x_0, x_1) \in C, \quad \varphi(t_0, x_0, x_0) \leq 0, \quad \varphi(t_1, x_1, x_0) \leq 0.$$

1. Дыхта В.А. Неравенство Ляпунова–Кротова и достаточные условия в оптимальном управлении // Итоги науки и техники. Современная математика и ее приложения. – 2006. – Т. 110. – С. 76-108.
2. Vinter R.B. A characterization of the reachable set for nonlinear control systems // SIAM J. Control and Optimization. – 1980. – Vol. 18. – No. 6. – P. 599-610.
3. Хрусталева М.М. Точное описание множеств достижимости и условия глобальной оптимальности динамических систем. I. Оценки и точное описание множеств достижимости и управляемости // Автоматика и телемеханика. – 1988. – № 5. – С. 62-71.
4. Хрусталева М.М. Точное описание множеств достижимости и условия глобальной оптимальности динамических систем. II. Условия глобальной оптимальности // Автоматика и телемеханика. – 1988. – № 7. – С. 70-80.
5. Аргучинцев А.В., Дыхта В.А., Срочко В.А. Оптимальное управление: нелокальные условия, вычислительные методы и вариационный принцип максимума // Известия вузов. Математика. – 2009. – № 1. – С. 3-43.

## ТЕСТОВАЯ КОЛЛЕКЦИЯ НЕВЫПУКЛЫХ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ\*

Т.С. Зароднюк, А.Ю. Горнов  
Институт динамики систем и теории управления СО РАН  
[gornov@ok.ru](mailto:gornov@ok.ru)

Тестирование программ и алгоритмов оптимизации является основным методом экспериментальной оценки их эффективности. В основе всех известных методик тестирования лежат коллекции тестовых задач. Широко известны тестовые коллекции задач математического программирования, авторами которых являются Hock W., Schittkowski K., Floudas C.A., Pardalos P.M. и другие [см., например, 1-2]. К сожалению, в области оптимизации динамических систем в настоящее время не существует таких единых общепризнанных коллекций. В работе предпринята попытка формирования коллекции невыпуклых задач оптимального управления (ЗОУ).

Традиционно считается, что для достижения целей тестирования – получения объективной информации о свойствах методов, нахождения типов задач, на которых алгоритмы наиболее эффективны, тестовые задачи должны удовлетворять следующим требованиям [см., например, 3]: 1) тесты должны быть унифицированы и общепризнаны; 2) тесты должны моделировать типовые трудности для данного класса задач; 3) решение в тестовой задаче должно быть известно; 4) задачи должны быть достаточно компактными; 5) в качестве тестовых не годятся задачи, дающие преимущества тому или иному методу. В невыпуклых задачах точное решение бывает известно достаточно редко, поэтому требование 3 ослаблено и заменено на 3а: должно быть представлено лучшее из известных в тестовой задаче решений (принцип «best of known»).

В коллекцию включаются известные авторам тестовые задачи, удовлетворяющие указанным требованиям, производится регулярный поиск новых ЗОУ, опубликованных в научных изданиях. Кроме того, авторы считают целесообразной разработку методик конструирования тестовых задач и генерацию с применением этих методик новых тестов.

Исследование тестовых ЗОУ осуществляется с использованием программного комплекса OPTCON-I (версия для невыпуклых ЗОУ), основанного на методе мультистарта и развиваемого авторами вычислительной технологии, применяемой в программном комплексе OPTCON-III. Для каждого теста указывается число задач Коши и процессорное время, затраченные на получение решения, рекордное значение минимизируемого функционала, оптимальные траектории и управление, множество достижения, на котором выделены точки нахождения локальных экстремумов и области их притяжения.

В настоящее время тестовая коллекция содержит 80 невыпуклых задач оптимального управления.

1. Hock W., Schittkowski K. Test Examples for Nonlinear Programming Codes. – Berlin, Heidelberg, N.Y.: Springer-Verlag, 1981. – 184 p.
2. Floudas C.A., Pardalos P.M. A Collection of Test Problems for Constrained Global Optimization Algorithms. – Springer-Verlag, 1990. – 180 p.
3. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. – М.: Наука, 1983. – 382 с.

---

\* Работа поддержана грантами РФФИ 06-07-89215 и 07-07-00265-а.

## ЛОГИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И ДВОИЧНЫЕ ДИАГРАММЫ РЕШЕНИЙ

А.С. Игнатьев

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[alexey.ignatiev@gmail.com](mailto:alexey.ignatiev@gmail.com)

Двоичные диаграммы решений (Binary Decision Diagram, BDD) – это специальный вид направленных помеченных графов, посредством которых можно представлять булевы функции. Образно говоря, BDD решают проблему компактного представления булевых функций в классе графов. Несмотря на то, что первое упоминание BDD (под названием «двоичные решающие программы») встречается в статье [1], осознание значимости BDD для математической и прикладной кибернетики пришло после фундаментальной работы [2]. Именно в этой работе впервые были описаны алгоритмы «манипуляций с булевыми функциями», базирующиеся на BDD. В настоящее время двоичные диаграммы решений активно используются в динамично развивающейся области верификации моделей программ (т. н. «model checking», см. [3]). За последние несколько лет реализованы многочисленные пакеты программ для работы с BDD, ориентированные главным образом на задачи верификации.

В настоящей заметке анализируется применимость двоичных диаграмм решений в задачах поиска решений систем логических уравнений. Системы логических уравнений возникают во многих приложениях современной дискретной математики и математической кибернетики (в частности, в задачах обращения дискретных функций). Несмотря на то, что в общем случае задача поиска решений системы логических уравнений NP-трудна, к поиску решений этих задач существует множество подходов, в основе которых лежат эвристические алгоритмы. В работе проводятся параллели с SAT-подходом – другим популярным подходом к проблеме поиска решений логических уравнений (см. [4]).

Разбирается ряд характерных особенностей, которые следует учитывать при программной реализации BDD-решателя, ориентированного именно на задачи поиска решений логических уравнений.

1. Lee C.Y. Representation of Switching Circuits by Binary-Decision Programs // Bell Systems Technical Journal. – 1959. – V. 38. – P. 985-999.
2. Bryant R.E. Graph-Based Algorithms for Boolean Function Manipulation // IEEE Transactions on Computers. – 1986. – V. 8, №35. – С. 677-691.
3. Кларк Э.В., Грамберг О., Пелед Д. Верификация моделей программ: Model Checking.: Пер. с англ. – М.: МЦНМО, 2002. – 416 с.
4. Семенов А.А., Отпущенников И.В. Об алгоритмах обращения дискретных функций из одного класса // Прикладные алгоритмы в дискретном анализе. Сер.: Дискретный анализ и информатика. – Иркутск: Изд-во Иркут. гос. ун-та, 2008. – Вып. 2. – С. 127–156.

# О ВЕТВЛЕНИИ СЕМЕЙСТВ ИНВАРИАНТНЫХ МНОГООБРАЗИЙ КОНСЕРВАТИВНЫХ СИСТЕМ\*

В.Д. Иртегов

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[irtegg@icc.ru](mailto:irtegg@icc.ru)

В докладе приведены некоторые результаты анализа бифуркаций инвариантных многообразий стационарных движений (ИМСД) вполне интегрируемых уравнений Эйлера, описывающих движение твердого тела. Обращено внимание на то, что как и при ветвлении семейств положений равновесия при ветвлении ИМСД происходит изменение характера устойчивости в точках бифуркации.

В частности, рассмотрена задача о движении симметричного твердого тела, дифференциальные уравнения которой выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned}A\dot{p} &= (A - C)qr_0 + z_0\gamma_2 - \mu(A - C)\gamma_2\gamma_3, \\A\dot{q} &= (C - A)r_0p - z_0\gamma_1 - \mu(C - A)\gamma_3\gamma_1, \quad C\dot{r} = 0, \\ \dot{\gamma}_1 &= r_0\gamma_2 - q\gamma_3, \quad \dot{\gamma}_2 = p\gamma_3 - r_0\gamma_1, \quad \dot{\gamma}_3 = q\gamma_1 - p\gamma_2.\end{aligned}$$

Показано, что данные уравнения имеют три семейства особых ИМСД, которые с точки зрения кинематики твердого тела представляют собой регулярные прецессии. Заметим, что особыми здесь называются ИМСД, которые доставляют стационарное значение нескольким первым интегралам задачи.

Первое семейство инвариантных многообразий (ИМ) определяется уравнениями

$$Cr_0p = z_0\gamma_1, \quad Cr_0q = z_0\gamma_2, \quad \gamma_3 = 0.$$

Параметром семейства здесь является  $r_0$ .

Для второго семейства соответствующие уравнения получаются такими:

$$p = \pm\sqrt{\mu(A - C)A^{-1}}\gamma_1, \quad q = \pm\sqrt{\mu(A - C)A^{-1}}\gamma_2, \quad \gamma_3 = const.$$

Элементы данного семейства реализуются при любом постоянном  $\gamma_3$ . Значение угловой скорости собственного вращения для всех прецессий здесь одинаково и определяется равенством  $C^2r_0^2\mu(A - C) = z_0^2A$ . Параметром семейства служит  $\gamma_3$ .

Третье семейство особых инвариантных многообразий описывается уравнениями

$$Az_0p = \mu(A - C)Cr_0\gamma_1, \quad Az_0q = \mu(A - C)Cr_0\gamma_2, \quad \mu(A - C)\gamma_3 = z_0.$$

Параметром семейства здесь снова является  $r_0$ .

Схема ветвления этих трех семейств ИМ выглядит так.

Если двигаться вдоль первого семейства, увеличивая параметр  $r_0$ , то от ИМ, на котором нарушаются условия устойчивости элементов данного семейства ИМ, ответвляется второе семейство ИМ. Последнее затем примыкает к третьему семейству ИМ. Причем примыкание снова происходит к тому элементу третьего семейства, которое лежит на границе устойчивости элементов данного семейства. Спецификой данного нелокального вида бифуркаций трех особых семейств ИМ является то, что при ветвлении изменяется параметр на ответвляющемся семействе и понижается степень устойчивости.

---

\* Работа частично поддержана грантом 06-1000013-9019 INTAS-SB RAS.

## О РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ВЫРОЖДЕННОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Д.Я. Киселевич

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[dariakis@mail.ru](mailto:dariakis@mail.ru)

Рассматривается задача Коши

$$y'' = -K + \frac{e^{2x} - 1}{y}, \quad (1)$$

$$y(0) = y'(0) = 0. \quad (2)$$

Для задачи Коши (1), (2) было получено решение в виде степенного ряда

$$\begin{aligned} y(x) = & \sqrt{\frac{8}{3}}x^{3/2} - \frac{4K}{11}x^2 + \sqrt{\frac{8}{3}}\left(\frac{1}{6} + \frac{K^2}{121}\right)x^{5/2} + \left(\frac{8}{27}\left(\frac{K}{11}\right) + \frac{16}{9}\left(\frac{K}{11}\right)^3\right)x^3 + \\ & + \sqrt{\frac{8}{3}}\left(\frac{1}{19} + \frac{13}{6 \cdot 19}\left(\frac{K}{11}\right)^2 + \frac{41}{38}\left(\frac{K}{11}\right)^4\right)x^{7/2} + \frac{4}{9 \cdot 323}\left(\frac{617}{9}\left(\frac{K}{11}\right) - \frac{91 \cdot 16}{3}\left(\frac{K}{11}\right)^3 + 80 \cdot 49\left(\frac{K}{11}\right)^5\right)x^4 + \\ & + \frac{1}{3\sqrt{6}} \cdot \left(\frac{13}{11 \cdot 19} + \frac{5 \cdot 1283}{17 \cdot 22 \cdot 27}\left(\frac{K}{11}\right)^2 - \frac{4 \cdot 27539}{17 \cdot 19 \cdot 27}\left(\frac{K}{11}\right)^4 + \frac{1110293}{17 \cdot 18 \cdot 19}\left(\frac{K}{11}\right)^6\right)x^{9/2} + \\ & + \frac{2}{11 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 81 \cdot 83} \left(9 \cdot 17113\left(\frac{K}{11}\right) + 13 \cdot 23^2 \cdot 131\left(\frac{K}{11}\right)^3 - 66 \cdot 649733\left(\frac{K}{11}\right)^5 + 9 \cdot 11^2 \cdot 444823\left(\frac{K}{11}\right)^7\right)x^5 + \\ & + \dots \end{aligned}$$

Для выяснения вопроса существования и единственности такого решения была сформулирована и доказана теорема о существовании единственного голоморфного решения задачи Коши

$$\begin{cases} y'' = f(x, y), \\ y(0) = \varepsilon, y'(0) = \varepsilon. \end{cases} \quad (3)$$

1. Ярошевский В.А. Приближенный расчет траекторий входа в атмосферу / В.А. Ярошевский. Космические исследования. – 1964. – Т. 2, № 4. – С. 507-531.
2. Ярошевский В.А. Приближенный расчет траекторий входа в атмосферу / В.А. Ярошевский. Космические исследования. – 1964. – Т. 2. – № 5. – С. 679-696.
3. Матвеев Н.М. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений // Учеб. пособие. Н.М. Матвеев. – СПб.: Издательство С.-Петербургского университета, 1995. – 314 с.

О СТАБИЛИЗАЦИИ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С НЕПОЛНЫМ  
ИЗМЕРЕНИЕМ ОБОБЩЕННЫХ КООРДИНАТ\*

А.А. Косов

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

Рассмотрим управляемую механическую систему

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial T}{\partial q} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q} + Bu. \quad (1)$$

Вектор обобщенных координат составной  $q^T = (x^T, y^T)$ ,  $x \in R^m$ ,  $y \in R^k$ , измеряются только компоненты вектора  $x \in R^m$ , управлять можно только приложением сил в первых  $m$  уравнениях, т.е.  $Bu \equiv (u_1, \dots, u_m, 0, \dots, 0)^T$ . Кинетическая энергия  $T = 1/2 \dot{q}^T A(q) \dot{q}$  является положительно определенной квадратичной формой обобщенных скоростей, матрица  $A(0)$  является симметричной положительно определенной и представима в блочном виде  $A(0) = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{12}^T & A_{22} \end{pmatrix}$ , где  $A_{11}$  и  $A_{22}$  – положительно определенные симметричные матрицы размеров  $m \times m$  и  $k \times k$  соответственно. Пусть разложение потенциальной энергии в ряд Тейлора начинается с квадратичной формы  $\Pi_2(q) = 1/2 q^T C q$ , симметричная матрица которой представима в блочном виде  $C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{12}^T & C_{22} \end{pmatrix}$ , где  $C_{11}$  и  $C_{22}$  – симметричные матрицы размеров  $m \times m$  и  $k \times k$  соответственно.

Система (1) имеет положение равновесия  $q = \dot{q} = 0$ , которое при отсутствии управления  $u = 0$  не может быть асимптотически устойчивым. Ставится задача стабилизации положения равновесия системы (1) до асимптотической устойчивости за счет выбора управления по принципу обратной связи с использованием только доступной информации о состоянии системы.

Будем использовать потенциальные управляющие силы  $u_i = -\frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial q_i}$ ,  $i = \overline{1, m}$ , где

$\bar{\Pi} = \bar{\Pi}(x, w)$  – функция измеряемых и искусственных переменных  $w \in R^m$ . Для искусственных переменных возьмем уравнения

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \dot{w}} - \frac{\partial \bar{T}}{\partial w} = - \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial w} - \frac{\partial \bar{F}}{\partial \dot{w}}. \quad (2)$$

Выбор всех функций с крышками – в наших руках.

**Теорема.** Если матрица  $C_{22}$  является положительно определенной, а пара матриц  $(C_{22}A_{22}^{-1}, C_{12}^T - C_{22}A_{22}^{-1}A_{12}^T)$  полностью управляемой, то непрерывно дифференцируемые функции  $\bar{\Pi}(x, w)$  и  $\bar{F}(\dot{w})$  можно выбрать так, что потенциал замкнутой системы  $\Pi(q) + \bar{\Pi}(x, w)$  будет положительно определенным по всем переменным, будет обеспечена полная по  $\dot{w}$  диссипация и положение равновесия  $q = \dot{q} = 0$ ,  $w = \dot{w} = 0$  замкнутой системы (1), (2) будет стабилизировано до асимптотической устойчивости.

Условия данной теоремы, накладываемые на матричные коэффициенты, являются в линейном случае и необходимыми для стабилизации указанным образом.

---

\* Работа поддержана INTAS (06-1000013-9019) и Программой № 22 Президиума РАН.



АЛГОРИТМ ПРОВЕРКИ  $D$ -УСТОЙЧИВОСТИ И АДДИТИВНОЙ  
 $D$ -УСТОЙЧИВОСТИ МАТРИЦ НА ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДАХ

А.А. Косов, Ю.Н. Коновалова

Институт динамики систем и теории управления СО РАН  
Институт математики, экономики и информатики ИГУ

Пусть  $(-P_0)$  – класс матриц, у которых все главные миноры нечетных порядков неположительны, а четных – неотрицательны, причем суммы всех главных миноров каждого порядка отличны от нуля. Будем обозначать через  $D_n$  (соответственно  $\overline{D}_n$ ) множества диагональных матриц с положительными (соответственно неотрицательными) элементами на главной диагонали. Матрицу  $A$  будем называть  $D$ -устойчивой относительно множества  $\Theta \subseteq D_n$  и писать  $A \in DSt(\Theta)$ , если матрица  $DA$  устойчива при всех  $D \in \Theta$ . Матрицу  $A$  будем называть аддитивно  $D$ -устойчивой относительно множества  $\Omega \subseteq \overline{D}_n$  и писать  $A \in aDSt(\Omega)$ , если матрица  $A - D$  устойчива при всех  $D \in \Omega$ . Определения  $D$ -устойчивости и аддитивной  $D$ -устойчивости матриц относительно замкнутых и ограниченных множеств  $\Theta$  и  $\Omega$  могут быть полезными в приложениях. Особый интерес представляют  $D$ -устойчивость и аддитивная  $D$ -устойчивость относительно заданного параллелепипеда, когда множества  $\Theta$  и  $\Omega$  имеют вид

$$\Theta = \Pi(d^{\min}, d^{\max}) = \text{diag}(d_i, 0 < d_i^{\min} < d_i < d_i^{\max} < +\infty, i = \overline{1, n}),$$

$$\Omega = \Pi(0, d^{\oplus}) = \text{diag}(d_i, 0 \leq d_i < d_i^{\max} < +\infty, i = \overline{1, n}).$$

Здесь  $d^{\min}$  – вектор со строго положительными компонентами, не превосходящими 1,  $d^{\max}$  – вектор со строго положительными компонентами, не меньшими 1,  $d^{\oplus}$  – вектор с неотрицательными компонентами.

Условие  $A \in (-P_0)$  необходимо для  $D$ -устойчивости и аддитивной  $D$ -устойчивости матриц, но алгоритм проверки наличия названных свойств неизвестен. Вообще говоря, условие  $A \in (-P_0)$  не является необходимым для  $D$ -устойчивости и аддитивной  $D$ -устойчивости матрицы относительно заданного параллелепипеда, но оказывается этого предположения уже вполне достаточно, чтобы конструктивно проверить наличие или отсутствие соответствующего свойства на заданном конечном параллелепипеде. Для определенности рассмотрим свойство  $D$ -устойчивости.

Пусть матрица  $A \in (-P_0)$  и параллелепипед  $\Pi(d^{\min}, d^{\max})$  заданы. Коэффициенты характеристического полинома  $F(D, \lambda) = \det(\lambda E - DA) = \lambda^m + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_n$  матрицы  $DA$   $D \in \Pi(d^{\min}, d^{\max})$  являются суммами главных миноров соответствующего порядка, причем миноры нечетных порядков берутся со знаком минус, а четных – со знаком плюс. Поскольку  $A \in (-P_0)$ , то все коэффициенты  $a_j = a_j(d_1, \dots, d_n)$  являются монотонно возрастающими функциями всех аргументов  $(d_1, \dots, d_n)$ . Построим два полинома:

$$F_{\min}(\lambda) = \det(\lambda E - D_{\min} A) = \lambda^n + a_1^{\min} \lambda^{n-1} + \dots + a_n^{\min}, \quad D_{\min} = \text{diag}(d_i^{\min}, i = \overline{1, n}),$$

$$F_{\max}(\lambda) = \det(\lambda E - D_{\max} A) = \lambda^n + a_1^{\max} \lambda^{n-1} + \dots + a_n^{\max}, \quad D_{\max} = \text{diag}(d_i^{\max}, i = \overline{1, n})$$

и рассмотрим интервальное семейство полиномов

$$\Phi(\lambda) = \lambda^n + b_1 \lambda^{n-1} + \dots + b_n, \quad b_i \in [a_i^{\min}, a_i^{\max}], \quad i = \overline{1, n}. \quad (1)$$

Поскольку семейство  $F(D, \lambda)$ ,  $D \in \Pi(d^{\min}, d^{\max})$  является подмножеством интервального семейства (1), то из устойчивости последнего вытекает  $D$ -устойчивость матрицы  $A$  относительно параллелепипеда  $\Pi(d^{\min}, d^{\max})$ . Устойчивость же интервального семейства (1) можно эффективно проверить на основе критерия Харитонов [1]. Для этого надо построить по семейству (1) и проверить устойчивость четырех полиномов Харитонова. Резюмируя все сказанное, приходим к следующему утверждению.

**Теорема.** Для того чтобы матрица  $A \in (-P_0)$  была  $D$ -устойчивой относительно параллелепипеда  $\Pi(d^{\min}, d^{\max})$ , достаточно, чтобы были устойчивыми четыре полинома Харитонова, отвечающие соответствующему интервальному семейству (1).

Отметим, что ввиду сильной (полиномиальной) зависимости коэффициентов характеристического уравнения от  $(d_1, \dots, d_n)$  при достаточно больших размерах априорируемого параллелепипеда теорема будет давать очень грубые условия, т.е. на ее основе нельзя будет установить  $D$ -устойчивость матрицы относительно всего  $\Pi(d^{\min}, d^{\max})$ . В таком случае следует разбить ребра параллелепипеда на несколько частей и применить ту же самую теорему к каждому из более мелких параллелепипедов в отдельности. Продолжая этот процесс дробления и проверки возникающих полиномов, в результате либо придем к получению неустойчивого полинома  $F(D, \lambda) = \det(\lambda E - DA) = \lambda^m + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_n$ , возникающего для некоторой матрицы  $DA$ ,  $D \in \Pi(d^{\min}, d^{\max})$ , либо весь параллелепипед  $\Pi(d^{\min}, d^{\max})$  будет покрыт разбиением на устойчивые интервальные семейства.

Таким образом, для заданной матрицы из класса  $(-P_0)$  и заданного параллелепипеда  $\Pi(d^{\min}, d^{\max})$  проверку свойства  $D$ -устойчивости можно выполнить алгоритмически за конечное, хотя и заранее неизвестное число шагов.

Точно также обстоит дело и со свойством аддитивной  $D$ -устойчивости матриц относительно конечного параллелепипеда  $\Omega = \Pi(0, d^{\oplus})$ , здесь имеет место соответствующий аналог теоремы, отличающийся только способом построения интервального семейства (1): вместо масштабирования строк умножением на  $D \in \Pi(d^{\min}, d^{\max})$  выполняется вычитание диагональной матрицы  $D \in \Pi(0, d^{\oplus})$ .

Пример. Матрица

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -50 & 1/16 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1/16 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

является устойчивой и аддитивно  $D$ -устойчивой, но не  $D$ -устойчивой. Эта матрица  $D$ -устойчива относительно параллелепипеда  $\Pi = \text{diag}(d_i, 3/4 < d_i < 5/4, i = \overline{1, 4})$ , что устанавливается на основе критерия Харитонова описанным выше методом при разбиении каждого ребра четырехмерного параллелепипеда  $\Pi$  на 16 равных частей.

Таким образом, данная матрица сохраняет устойчивость при масштабировании строк в весьма широких ( $\pm 25\%$ ), но все же только в ограниченных пределах.

1. Харитонов В.Л. Об асимптотической устойчивости положения равновесия семейства систем линейных дифференциальных уравнений // Дифференц. уравнения. – 1978. Т. 14, № 11. – С. 2086–2088.

## ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ТЕСТОВ ДЛЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ТЕОРЕМ

С.Е. Кочемазов

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[veinamond@gmail.com](mailto:veinamond@gmail.com)

В настоящем докладе описывается класс тестов для систем автоматического доказательства теорем, основанный на задачах обращения дискретных функций.

В мире ежегодно проводятся открытые соревнования решателей SAT-задач и систем АДТ первого порядка. В основе подавляющего большинства систем АДТ, показывающих высокие результаты на конкурсах, используется метод резолюций [1]. Большинство высокоэффективных SAT-решателей базируется на алгоритме DPLL [2]. Их производительность настолько высока, что позволяет успешно справляться даже с задачами криптоанализа некоторых систем шифрования [3-5].

Целью настоящего исследования было построение на базе задач обращения некоторых криптографических функций классов тестов для систем АДТ.

Одной из проблем, которую приходится преодолевать в данном направлении, является проблема различных форматов входных данных для SAT-решателей и систем АДТ. В рамках исследования был реализован конвертер из DIMACS-формата в формат TPTP. Особенность криптографических SAT-задач состоит в том, что соответствующая КНФ практически всегда одновыполнима, т.е. выполнима на одном наборе. Невыполнимая КНФ может быть получена из одновыполнимой в результате элементарных преобразований (реализуемых эффективно).

На полученном классе тестов были протестированы современные высокоскоростные системы АДТ (Vampire, Otter, Paradox и др. [6]).

1. Robinson J.A. A machine-oriented logic based on the resolution principle // J. ACM. – 1965. – V. 12, № 1. – P. 23-41. [Перевод: Робинсон Дж. А. Машинно-ориентированная логика, основанная на принципе резолюций // Кибернетический сборник. Новая серия. М.: Мир, 1970. – Вып. 7. – С. 194-218].
2. Davis M., Longemann G., and Loveland D. A machine program for theorem proving // Communication of the ACM. – 1962. – V 5. – P. 394-397.
3. Семенов А.А. Логико-эвристический подход в криптоанализе генераторов двоичных последовательностей // Труды международной научной конференции ПАВТ'07. – Челябинск, ЮУрГУ, 2007. – Т. 1. – С. 170-180.
4. Заикин О.С., Семенов А.А. Технология крупноблочного параллелизма в SAT-задачах // Проблемы управления. – 2008. – № 1. – С. 43–50.
5. Семенов А.А., Заикин О.С. Неполные алгоритмы в крупноблочном параллелизме комбинаторных задач // Вычислительные методы и программирование. – 2008. – Т. 9, №1. – С. 112–122.
6. <http://www.cs.miami.edu/~tptp/>.

# О РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО СИНГУЛЯРНОГО УРАВНЕНИЯ ОББМ

А.В. Красник

Институт математики, экономики и информатики ИГУ

[krasnik\\_andrey@mail.ru](mailto:krasnik_andrey@mail.ru)

Рассматривается задача Коши-Дирихле для уравнения Осколкова-Бенжамена-Бона-Махони (ОББМ)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \alpha \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial^2 x} + \beta u \frac{\partial u}{\partial x} = f, \quad (1)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad (2)$$

описывающего нелинейные поверхностные волны [1]. Данное уравнение допускает редукцию к задаче Коши для дифференциально-операторного уравнения вида

$$B\dot{u}(t) = R(u(t), t), \quad u(0) = u_0, \quad (3)$$

где  $B$  – линейный фредгольмов оператор, действующий из банахова пространства  $E_1$  в банахово пространство  $E_2$ . В данной работе предполагается, что оператор  $B$  имеет одномерное ядро. В работе поставлена задача о локальной разрешимости задачи (3) в области  $D = \{u \in E_1 : \|u\| < \rho; t \in (-r, r)\}$ .

Пусть  $\varphi$  из  $N(B)$ ,  $\psi$  из  $N(B^*)$ ,  $\gamma : \langle \varphi, \gamma \rangle = 1$ .

**Теорема.** Пусть выполнены следующие условия:

- оператор  $R(u, t)$  непрерывный в области  $D$  и непрерывно дифференцируемый по  $u$  в области  $D$ ;
- для функции  $r(c) = \langle R(u_0 - \langle u_0, \gamma \rangle \varphi + c\varphi), \psi \rangle$  выполнено  $r(c^0) = 0$ ,  $c^0 = \langle u_0, \gamma \rangle$  и  $r'(c^0) \neq 0$ .

Тогда задача Коши (3) имеет единственное классическое решение в области  $D$ .

Доказательство основывается на поиске решения задачи (3) в виде

$$u(t) = v(t) + c(t)\varphi, \quad \langle v(t), \gamma \rangle \equiv 0 \quad (4)$$

и разделении в задаче (3) «дифференциально-операторной» и «операторной» составляющих.

На основании доказанной теоремы получен следующий результат: если в задаче (1), (2) входные данные удовлетворяют следующим условиям:

$$\int_0^\pi u_0(x) \frac{\partial u_0(x)}{\partial x} \sin x \, dx = \int_0^\pi f(x, 0) \sin x \, dx, \quad \int_0^\pi u_0(x) \sin 2x \, dx \neq 0,$$

то задача Коши-Дирихле для сингулярного уравнения ОББМ имеет в некоторой малой окрестности точки  $(u_0(x), 0)$  единственное классическое решение.

1. Свешников А.Г. Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа // Свешников А.Г., Альшин А.Б., Корпусов М.О., Плетнер Ю.Д. – М.: Физматлит, 2007.

# СУЩЕСТВОВАНИЕ ОГРАНИЧЕННОГО РЕШЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ\*

А.С. Ларионов  
Братский государственный университет  
[larios84@yandex.ru](mailto:larios84@yandex.ru)

Рассматривается задача Коши

$$(Lx) \equiv \dot{x}(t) + q(t)x(t) = f(t, x[h(t)]), \quad t \in [a, \infty), \quad (1)$$

$$x(\xi) = \varphi(\xi), \quad \text{если } \xi \notin [a, \infty),$$

$$x(a) = \alpha, \quad \alpha \in R \quad (2)$$

в следующих предположениях: функция  $q: [a, \infty) \rightarrow R$  суммируема; функция  $h: [a, \infty) \rightarrow R$  измерима, причем  $h(t) \leq t$  при почти всех  $t \in [a, \infty)$ ; функция  $f(t, u): [a, \infty) \times R \rightarrow R$  удовлетворяет условиям Каратеодори и не обладает, вообще говоря, свойством монотонности по второму аргументу. На основе редукции исходной задачи к уравнению  $x = Ax$  с монотонным оператором  $A$  доказываются утверждения о разрешимости задачи (1), (2) в некотором конусном отрезке. Редукция осуществляется на основе схемы " $L^1 - L^2$ " – квазилинеаризации Н.В. Азбелева [1]. При этом существенную роль играет знакоопределенность функции Коши соответствующей линейной задачи  $(Lx)(t) + r(t)x[h(t)] = \eta(t)$ ,  $x(a) = 0$ .

Полученные результаты применяются для исследования математической модели производства клеток крови [2] (см. также [3]), являющейся частным случаем приведенной выше задачи при  $q(t) \equiv q > 0 - const$ ,  $f(t, x[h(t)]) = \frac{bx(t-\tau)}{c+x^n(t-\tau)}$ ,  $c > 0$ ,  $n > 1$ ,  $0 \leq \tau < \infty$ .

1. Азбелев Н.В., Максимов В.П., Рахматулина Л.Ф. Введение в теорию функционально-дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1991.
2. Mackey M.C., Glass L. Oscillations and chaos in physiological control systems. Science, 1977. – V. 197. – P. 287-289.
3. Дьёри И., Перцев Н.В. Устойчивость положений равновесия систем функционально-дифференциальных уравнений, обладающих свойством смешанной монотонности. Применение к моделям биологических процессов. – М.: Отдел вычислительной математики АН СССР, 1986. – Препринт № 126. – С. 1-24.

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 06-01-00744-а.

## О РЕШЕНИЯХ МАКСИМАЛЬНОГО ПОРЯДКА МАЛОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Р.Ю. Леонтьев  
Иркутский государственный университет  
[lev\\_roma@bk.ru](mailto:lev_roma@bk.ru)

В работе, продолжающей исследования [1, 2], рассматривается нелинейное операторное уравнение вида

$$F(x, \lambda) = 0, \quad (1)$$

где  $F: X \times \Lambda \rightarrow Y$ ,  $X, Y$  – банаховы пространства,  $\Lambda$  – линейное нормированное пространство. Предполагается, что  $F(0, 0) = 0$ , а оператор  $F_x(0, \lambda)$  непрерывно обратим при  $\lambda \in S$ , причем выполнена оценка

$$\|F_x^{-1}(0, \lambda)\| = O(1/|a(\lambda)|), \quad (2)$$

где  $a(\lambda) \rightarrow 0$  при  $S \ni \lambda \rightarrow 0$ ,  $S$  – открытое множество, границе которого принадлежит точка  $\lambda = 0$ . Множество  $S$  будем называть секториальной окрестностью нуля. Заметим, что стандартная теорема о неявном операторе не выполняется, поскольку  $F_x(0, 0)$  не является непрерывно обратимым. В работе исследуется существование решений максимального порядка малости уравнения (1)  $x(\lambda) \rightarrow 0$  при  $S \ni \lambda \rightarrow 0$ , и предлагается способ их построения. Пусть  $\Omega = \{(x, \lambda) \in X \times \Lambda, \|x\| \leq |a(\lambda)|r, \lambda \in S\}$ ,  $r > 0$ . Доказана следующая теорема.

**Теорема 1.** Пусть в области  $\Omega$  выполнены условия: 1) оператор  $F(x, \lambda)$  непрерывен по  $x$  и  $\lambda$  и имеет частную производную Фреше  $F_x(x, \lambda)$ , непрерывную по  $x$  и  $\lambda$ ; 2)  $F(0, 0) = 0$ ,  $F_x(0, \lambda)$  непрерывно обратим при  $\lambda \in S$ , и выполнена оценка (2); 3)  $\|F_x(x, \lambda) - F_x(0, \lambda)\| \leq L(\lambda)\|x\|$ ; 4) существует элемент  $V_0 \in X$ , такой что линейное уравнение

$$F_x(0, \lambda)x = F(a(\lambda)V_0, \lambda) \quad (3)$$

имеет решение  $x^*(\lambda)$ , причем  $\|x^*(\lambda)\| = o(a(\lambda))$ . Тогда уравнение (1) имеет решение вида  $x(\lambda) = a(\lambda)V(\lambda)$ , где  $V(\lambda) \rightarrow V_0$  при  $S \ni \lambda \rightarrow 0$ .

Доказательство основано на применении принципа сжимающих отображений. Далее предлагается способ нахождения элемента  $V_0$ , используемого в условии теоремы 1.

**Лемма 1.** Пусть выполнены условия: 1)  $F(0, \lambda) \sim a^2(\lambda)b_2$ ; 2)  $\|F_x(0, \lambda) - B - a(\lambda)A\| = o(a(\lambda))$ ; 3)  $\|(B + a(\lambda)A)^{-1}\| = O(1/a(\lambda))$ ; 4) уравнение  $Bx = b_2 + A(\bar{c}, \varphi)$ , где  $\varphi \in N(B)$ ,  $\bar{c}$  – постоянный вектор, имеет решение  $x_0$ . Тогда уравнение (3) имеет требуемое решение при  $V_0 = (\bar{c}, \varphi)$ .

1. Сидоров Н.А. Минимальные ветви решений нелинейных уравнений и асимптотические регуляризаторы // Нелинейные граничные задачи. – 2004. – Вып. 14. – С. 161-164.
2. Леонтьев Р.Ю. Теоремы о неявном операторе в секториальных квазиокрестностях и минимальные ветви решений нелинейных уравнений // Вестник Южно-Уральского государственного университета. – 2008. – Вып. 1, № 15(115). – С. 37-41.

## СПОСОБЫ ОРГАНИЗАЦИИ МЕТАКЛАСТЕРА

Д.И. Лиманский

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

limanski@icc.ru

По мере распространения высокопроизводительных кластерных систем все большую актуальность приобретает задача их интеграции в единую кластерную конфигурацию высшего уровня – метакластер. Основная цель организации метакластера на базе локальной, корпоративной или глобальной сети заключается в предоставлении пользователям такой сети доступа к двум или более мощным вычислительным установкам для решения ресурсоемких задач.

Рассмотрены три способа организации экспериментального метакластера корпоративного уровня в рамках общей административной зоны в условиях разнородности и неполного отчуждения вычислительных ресурсов.

1) *С использованием расширенных версий систем пакетной обработки* (систем управления заданиями). Данные программные продукты (в частности, Moab Grid Suite/Moab Cluster Suite) предоставляют средства распределения заданий по узлам в рамках мультикластерной среды, средства управления заданиями и мониторинга ресурсов, но не обеспечивают возможности решения задачи на двух или более кластерах.

2) *С использованием распределенных реализаций MPI* (например, PASCX-MPI [1]), которые позволяют объединить несколько различных кластерных систем с помощью TCP/IP и обеспечить исполнение задания на нескольких кластерах одновременно без предварительной модификации MPI-программы. Недостатком таких реализаций является отсутствие средств контроля распределения заданий и загрузки ресурсов.

3) *На основе grid-технологий*. Ограничений, присущих предыдущим вариантам объединения кластеров, можно избежать при использовании реализации MPI для grid, в частности, пакета MPICH-G2 [2], который функционирует совместно с grid-сервисами Globus Toolkit [3]. Данный способ предполагает несколько уровней управления заданиями [4] – от глобального grid-планировщика до локального менеджера ресурсов. Размещение заданий в мультикластерной среде с учетом требований к объему вычислительных ресурсов и скорости межмашинного взаимодействия требует разработки дополнительного промежуточного программного обеспечения.

1. Daniel Balkanski, Mario Trams, Wolfgang Rehm. Communication Middleware Systems for Heterogeneous Clusters: A Comparative Study // Fifth IEEE International Conference on Cluster Computing (CLUSTER'03). – 2003. – P. 504-507.
2. Globus Toolkit [<http://www.globus.org/toolkit>].
3. MPICH-G2 [<http://www.hpclab.niu.edu/mpi>].
4. Коваленко В.Н., Корягин Д.А. Организация ресурсов грид. – Препринт. – М.: ИПМ им. Келдыша РАН, 2004. – 25 с.

## НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ УНИВЕРСАЛЬНОСТИ ПРОСТРАНСТВ ЛИНЕЙНЫХ КОМПАКТНЫХ ОПЕРАТОРОВ

Ю.Э. Линке

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[linke@icc.ru](mailto:linke@icc.ru)

Достаточные условия универсальности пространств линейных операторов докладывались автором с 2002 г. на «Ляпуновских чтениях» и других конференциях [1-4]. В докладе обсуждается необходимость некоторых заявленных ранее достаточных условий универсальности. Кроме того, обсуждается важный вопрос об эквивалентности операторно-аффинных и аффинных вложений субдифференциалов сублинейных операторов в универсальное пространство. В центре внимания также и другие свойства вложений субдифференциалов в универсальные пространства.

Сформулируем основное необходимое условие.

**Теорема.** *Относительно любого компакта  $X$  рассмотрим класс непрерывных сублинейных операторов  $P:V \rightarrow C(X)$ , где  $V$  – сепарабельное хаусдорфово локально выпуклое пространство, а  $C(X)$  – банахово пространство непрерывных функций на компакте  $X$ . Тогда следующие условия равносильны:*

1) для любого компакта  $X$  пространство компактных линейных операторов  $L^c(\ell^2, C(X))$ , определенных на сепарабельном гильбертовом пространстве  $\ell^2$ , с топологией простой сходимости универсально в следующем смысле: вложения субдифференциалов  $\partial P$  рассматриваемого класса сублинейных операторов операторно-аффинны, т.е. найдется такой, зависящий от  $P$ , компактный сублинейный оператор  $Q:\ell^2 \rightarrow C(X)$ , что его компактный субдифференциал  $\partial^c Q := \partial Q \cap L^c(\ell^2, C(X))$  операторно-аффинно гомеоморфен субдифференциалу  $\partial P$ ;

2) то же, что и 1), но для аффинных вложений;

3) то же, что и 2), но для одноточечных компактов  $X$ ;

4) существует аффинный гомеоморфизм Кли  $h:V \rightarrow K$  для каждого выпуклого замкнутого равностепенно непрерывного множества в сопряженном пространстве  $V^*$  со слабой \*-топологией, где  $K$  – выпуклый компакт в  $\ell^2$  в топологии нормы этого пространства.

1. Линке Ю.Э. Топологические критерии универсальности пространств линейных операторов // Тезисы докладов конференции «Ляпуновские чтения & презентация информационных технологий». – Иркутск, 2002. – С. 23.
2. Линке Ю.Э. О применениях одной леммы Вейцзеккера // Тезисы «Ляпуновские чтения & информационные технологии» 21 – 23 декабря 2004 г. – Иркутск, 2004. – С. 29.
3. Линке Ю.Э. Субдифференциалы сублинейных операторов и универсальные пространства линейных операторов // Вестник Томского университета. – Томск, 2004. Приложение № 9 (II). С. 162–167.
4. Линке Ю.Э. Универсальные пространства и субдифференциалы сублинейных операторов – Тезисы докладов Международной конференции «Дифференциальные уравнения. Функциональные пространства. Теория приближений», посвященная 100-летию со дня рождения С.Л. Соболева. 5-12 октября 2008 г. – Новосибирск, 2008. – С. 329.



## НОВЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ГРУППОВОГО ВЫБОРА

Г.С. Малтугуева

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[gama@icc.ru](mailto:gama@icc.ru)

Рассматривается новый метод решения задач группового выбора. Ранее предложенные методы решения данного класса задач в ряде случаев приводят к возникновению парадоксов [1].

Задачу выбора представим в виде пары  $\langle X, S \rangle$ , где  $X = (x^1, x^2, \dots, x^n)$  – множество альтернатив,  $S = (S^1, S^2, \dots, S^m)$  – множество предпочтений участников выбора, заданные качественно, набором некоторых бинарных отношений нестрогого предпочтения  $R^j : x_1 R^j x_2 : x_1 P^j x_2$  или  $x_1 I^j x_2$ , где  $P^j, I^j$  – отношения строгого предпочтения и эквивалентности соответственно, т.е.  $R^j = P^j \cup I^j$   $x_1$  не менее предпочтительна, чем  $x_2$ . Информация о предпочтениях каждого члена коллектива  $S^j (j = \overline{1, m})$  представлена в форме обобщенной ранжировки  $x_{i_1} Q_1^j x_{i_2} Q_2^j x_{i_3} Q_3^j \dots Q_{n-1}^j x_{i_n}$ , где  $Q_\alpha^j \in \{P^j, I^j\}$ ,  $\forall \alpha = \overline{1, n-1}$ .

Решением задачи группового выбора является построение отношения группового предпочтения или выбор наиболее предпочтительной для всего коллектива альтернативы из заданного множества.

В основе нового метода лежит алгоритм сужения множества Парето на основе последовательного усиления отношения предпочтения [2], обеспечивающий получение узкого подмножества парето-оптимальных решений при априорно предполагаемой равноценности частных критериев.

Специфика задач группового выбора потребовала модификации этого алгоритма: представим процедуру согласования индивидуальных предпочтений в виде игры, в которой каждая альтернатива сначала предъявляет наиболее убежденных сторонников, затем менее убежденных и т.д. Альтернатива, постоянно уступающая на каждом этапе попарного сравнения числа сторонников, исключается из рассмотрения. При этом исходные ранжировки после каждой итерации изменяются, в результате чего выбывшие альтернативы либо усиливают позиции победивших альтернатив, либо помогают другим бороться с ними.

Комбинация данного алгоритма с известными методиками [1] позволила разработать метод группового выбора [3], обеспечивающий разрешение ряда парадоксов.

1. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных странах. – М.: Логос, 2000.
2. Васильев С.Н., Котлов Ю.В. Методы и алгоритмы многокритериальной оптимизации на основе нестрогих ранжировок альтернатив по частным критериям и опыт компьютерной реализации // Проблемы управления и информатики. – 2006. – № 1-2. – С. 28-38.
3. Малтугуева Г.С., Котлов Ю.В.. Алгоритмическое обеспечение решения задач группового выбора // Материалы Всероссийской научной конференции «Математика. Механика. Информатика». – Челябинск: Изд-во ЧелГУ, 2007. – С. 128-133.

# ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ МИНИМИЗИРУЕМЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ В ЗАДАЧЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

А.В. Никифоров

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[anikif@bk.ru](mailto:anikif@bk.ru)

Исследуются свойства целевых функционалов в задачах параметрической идентификации: скорость сходимости алгоритмов минимизации, точность аппроксимации экспериментальных данных. Рассматривается 4 типа функционалов, в том числе «негладкие»:

$$J_1(x) = \sum_{i=1}^N \alpha_i^2 [W(x, s_i) - W^*(s_i)]^2 \rightarrow \min_{x \in D}; \quad (1)$$

$$J_2(x) = \sum_{i=1}^N \alpha_i^2 |W(x, s_i) - W^*(s_i)| \rightarrow \min_{x \in D}; \quad (2)$$

$$J_3(x) = \max_{i \in \{1:N\}} \alpha_i |W(x, s_i) - W^*(s_i)| \rightarrow \min_{x \in D}; \quad (3)$$

$$J_4(x) = \sum_{i=1}^N \varphi_i^v(x) \rightarrow \min_{x \in D}, \quad v = 2, 3, \dots, \quad (4)$$

где  $\varphi_i(x) \triangleq \alpha_i |W(x, s_i) - W^*(s_i)|$ ,  $D$  – множество допустимых значений  $x$ ;  $\alpha_i$  – весовые коэффициенты, определяющие необходимую точность аппроксимации в отдельных точках диапазона изменения независимой переменной  $s$ ;  $s_i, i = \overline{1, N}$  – дискретная сетка значений  $s$ , при которых происходит сравнение заданной  $W^*(s)$  и расчетной  $W(x, s)$  характеристик.

Если функция  $W(x, s)$  является дважды непрерывно дифференцируемой функцией  $x$ , то этим же свойством будет обладать функционал  $J_1(x)$ , что существенно облегчает вспомогательную процедуру оптимизации. Недостаток  $J_1$  заключается в возможности «выбросов по точности» в некоторых точках. Этот недостаток отсутствует в критериях (2) и (3), однако они не сохраняют гладкости, что требует привлечения специальных методов оптимизации. Функционал  $J_4$  совмещает в себе достоинства функционалов  $J_1$  и  $J_3$ . Являясь гладким, подобно  $J_1$ , он не допускает значительных отличий по точности аппроксимации в отдельных точках.

Для минимизации гладких функционалов применяется традиционный метод сопряженного градиента в варианте Флетчера-Ривса, минимизация негладких функционалов выполняется с использованием разработанных модификаций методов случайного поиска и стохастического квазиградиента. В докладе представлены результаты численных экспериментов.

1. Черноруцкий И.Г. Методы оптимизации в теории управления. – СПб.: Питер, 2004. – 256 с.
2. Ермольев Ю.М. Методы стохастического программирования. – М.: Наука, 1976. – 240 с.
3. Растрингин Л.А. Адаптация сложных систем. – Рига: Зинатне, 1981. – 375 с.

## АБДУКЦИЯ КАК ДОСТИЖИМОСТЬ В ДВОИЧНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ\*

Г.А. Опарин, А.П. Новопашин  
Институт динамики систем и теории управления СО РАН  
[oparin@icc.ru](mailto:oparin@icc.ru)

В качестве исходного объекта рассматривается исчисление функциональных зависимостей в смысле вычислительных моделей из [1]. В [2] доказана эквивалентность такого исчисления фрагменту исчисления высказываний. В [3] введена двоичная стандартизованная векторно-матричная модель указанного фрагмента в виде системы булевых алгебраических уравнений. В [4] для решения задачи планирования при синтезе программ предложено использовать двоичные динамические системы автоматного типа, здесь же приведен алгоритм перехода от статических уравнений к динамическим.

В настоящем докладе задача планирования рассматривается как задача абдукции, а именно, планируемые вычисления и необходимые для этого исходные данные трактуются как объяснение достижимости целевого состояния. Показывается, что в терминах двоичной динамической модели задача абдукции эквивалентна построению множества начальных состояний двоичной динамической системы, из которых достижимо целевое множество состояний, согласованное с постановкой задачи планирования. При этом в существенной степени используется монотонность решений двоичной динамической системы и сходимость решений к равновесным состояниям (неподвижным точкам).

1. Тыгун Э.Х. Концептуальное программирование. – М.: Наука, 1984. – 256 с.
2. Цаленко М.Ш. Моделирование семантики в базах данных. – М.: Наука, 1989. – 288 с.
3. Опарин Г.А., Новопашин А.П. Логическое моделирование сложных вычислительных систем // Труды I Межд. конф. "Проблемы управления и моделирования в сложных системах". – Самара: ИПУСС РАН, 1999. – С. 77-82.
4. Опарин Г.А., Новопашин А.П. Логические модели информационного взаимодействия в сложных вычислительных системах // Труды II Межд. конф. "Проблемы управления и моделирования в сложных системах". – Самара: ИПУСС РАН, 2000. – С. 172-174.

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 06-01-00340а).

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ОПЕРАТОР-ФУНКЦИЯ СИНГУЛЯРНОГО  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ЗАПАЗДЫВАЮЩЕГО ТИПА  
В БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

С.С. Орлов

Институт математики, экономики и информатики ИГУ

[Orlov\\_Sergey@inbox.ru](mailto:Orlov_Sergey@inbox.ru)

Рассматривается дифференциально-операторное уравнение следующего вида:

$$B\dot{x}(t) = Ax(t-h) + f(t) \quad (1)$$

с начальными условиями

$$x(0) = x_0. \quad (2)$$

Здесь  $B, A$  – замкнутые линейные операторы с плотными областями определения, действующие из  $E_1$  в  $E_2$ ;  $E_1, E_2$  – банаховы пространства, причем  $D(B) \subset D(A)$ ,  $R(B) = \overline{R(B)}$ ;  $x(t), f(t)$  – неизвестная и заданная функции вещественного аргумента  $t$  со значениями в  $E_1$  и  $E_2$  соответственно;  $h$  – положительное вещественное число. Оператор  $B$  – фредгольмов и имеет полный биканонический  $A$ -жорданов набор.

Основная цель данной работы – построение решения исследуемой задачи в классе распределений с ограниченным слева носителем, т.е. нахождение обобщенного решения следующего уравнения:

$$B\dot{\tilde{x}}(t) = A\tilde{x}(t-h) + f(t)\theta(t) + Bx_0\delta(t). \quad (3)$$

Это может быть реализовано с помощью теории фундаментальных оператор-функций сингулярных дифференциальных операторов [1]. В работе была построена фундаментальная оператор-функция сингулярного дифференциального оператора  $B\delta'(t) - A\delta(t-h)$  запаздывающего типа. Полученный результат согласуется со случаем нулевого запаздывания ( $h=0$ ), рассмотренным ранее в работе в [1].

Обобщенное решение восстановлено в замкнутом виде как свертка найденной фундаментальной оператор-функции с правой частью уравнения (3) и представляет собой сумму двух составляющих – регулярной и сингулярной, последняя имеет точечные носители. Кроме того, получены условия в виде соотношений на входные данные задачи, при которых найденное решение представляет собой регулярную обобщенную функцию. Это решение, которое мы назовем классическим, обладает свойством гладкости на интервалах  $t \in ((n-1)h, nh)$ ,  $n \in N$ , в точке  $t=0$  претерпевает разрыв первого рода, сильно непрерывно в точке  $t=h$  и в точках  $t=(n+1)h$ ,  $n \in N$ , сильно непрерывно дифференцируемо.

Результаты проведенного исследования иллюстрируются на примере следующей начально-краевой задачи:

$$(\lambda - \Delta)u_t(\bar{x}, t) = \alpha \Delta u(\bar{x}, t-h) + f(\bar{x}), u|_{t=0} = u_0(\bar{x}), u|_{\partial\Omega} = 0.$$

Здесь  $\Omega \subset R^n$  – ограниченная область с границей  $\partial\Omega$ ;  $\lambda, \alpha$  – вещественные параметры. Оператор  $B = (\lambda - \Delta)$  – фредгольмов, ядро которого совпадает с базисом пространства решений в  $L_2(\Omega)$  однородной задачи Дирихле вида  $(\lambda - \Delta)\varphi = 0, \varphi|_{\partial\Omega} = 0$ . Длины всех жордановых цепочек равны 1.

1. Фалалеев М.В. Фундаментальные оператор-функции сингулярных дифференциальных операторов в банаховых пространствах // Сиб. мат. журн. – 2000. – Т. 41, № 5. – С. 1167–1182.

## СТРУКТУРЫ ДАННЫХ В ПРОПОЗИЦИОНАЛЬНОМ КОДИРОВАНИИ АЛГОРИТМОВ ВЫЧИСЛЕНИЯ ДИСКРЕТНЫХ ФУНКЦИЙ

И.В. Отпущенников, П.С. Буров

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[otilya@yandex.ru](mailto:otilya@yandex.ru), [evle@ru-board.com](mailto:evle@ru-board.com)

В статье [1] была изложена концепция программного комплекса Transalg, предназначенного для трансляции алгоритмов вычисления дискретных функций в логические выражения. В настоящей заметке освещены некоторые особенности структур данных, используемых для представления таких алгоритмов в памяти ЭВМ. Трансляция алгоритма вычисления дискретной функции в пропозициональную логику может быть разбита на несколько этапов. На каждом шаге трансляции для представления процесса вычисления используются специальные структуры данных, удобные для этого конкретного этапа.

Первый этап – переход от текстового представления программы к дереву разбора. На втором этапе трансляции по этому дереву путём развёртывания циклов и подстановки функций формируется поток операций – древовидное представление алгоритма вычисления функции. Затем в древовидном представлении «сворачиваются» условные переходы, происходит «линеаризация» алгоритма. В таком линеаризованном алгоритме переходы между конфигурациями могут быть закодированы логическими уравнениями общего вида (см. [2]). Результатом трансляции является некоторое вполне конкретное пропозициональное представление алгоритма, удобное для решения задачи обращения дискретных функций существующими или перспективными методами.

На данный момент реализован переход к дереву разбора. Для текстового представления была разработана грамматика специального С-подобного языка, базирующаяся на ранее применявшемся языке LC (см. [3]) и расширяющая его. Если в текстовом представлении структуры данных не нужны, то для дерева разбора потребовалось разработать иерархию классов, отражающую сущности языка и взаимосвязи между ними. При этом были выделены такие сущности как переменные, пользовательские функции, массивы, циклы, оператор условного перехода и т.п. для каждого элемента грамматики. Классы дерева разбора отделены от анализатора исходного текста программы, что допускает возможность развивать эти две части независимо.

1. Буров П.С., Игнатъев А.С., Отпущенников И.В. Программная трансляция алгоритмов в логические выражения в задачах диагностирования дискретных систем // Материалы IX школы-семинара «Математическое моделирование и информационные технологии». – Иркутск, 2007. – С. 33-35.
2. Семенов А.А. Трансляция алгоритмов вычисления дискретных функций в выражения пропозициональной логики // Прикладные алгоритмы в дискретном анализе. Серия: Дискретный анализ и информатика. – Иркутск: Изд-во ИГУ, 2008. – Вып. 2. С. 70-98.
3. Буранов Е.В. Программная трансляция процедур логического криптоанализа симметричных шифров // Вестник ТГУ. Приложение.– 2004.– № 9 (1).– С. 60-65.

## РЕШЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ ДВУХУРОВНЕВОЙ ЗАДАЧИ

Е.Г. Петрова

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[nekolyap@mail.ru](mailto:nekolyap@mail.ru)

Рассматривается линейная двухуровневая задача в оптимистической постановке:

$$\left. \begin{aligned} F(x, y) &= \langle c, x \rangle + \langle d, y \rangle \downarrow \min_{x, y}, \\ (x, y) &\in X = \{x \in \mathbb{R}^m \mid Ax \leq b\}, \\ y &\in Y_*(x) = \text{Arg min}_y \{ \langle d_1, y \rangle \mid y \in Y(x) \}, \end{aligned} \right\} \quad (BP)$$

где  $Y(x) = \{y \in \mathbb{R}^n \mid A_1 x + B_1 y \leq b^1\}$ ;  $A, A_1, B_1$  – матрицы размерности  $(p \times m), (q \times m), (q \times n)$  соответственно;  $c \in \mathbb{R}^m, d, d^1 \in \mathbb{R}^n, b \in \mathbb{R}^p, b^1 \in \mathbb{R}^q$  – заданные векторы.

Известно [1], что, применяя теорию двойственности для задачи нижнего уровня [2], можно свести задачу (P) к следующей невыпуклой задаче [3]:

$$\left. \begin{aligned} \langle c, x \rangle + \langle d, y \rangle &\downarrow \min_{x, y, v}, (x, y, v) \in S, \\ \Phi(x, y, v) &= \langle d^1, y \rangle - \langle A_1 x - b^1, v \rangle = 0, \end{aligned} \right\} \quad (P)$$

где  $S = \{Ax \leq b, A_1 x + B_1 y \leq b^1, v B_1 = -d^1, v \geq 0\}$ .

Одним из стандартных подходов к решению задачи (P) является применение метода штрафов [3]. В данной работе предлагается решать задачу (P) напрямую, используя теорию глобального поиска для задач с d.c. ограничением, поскольку функцию  $\Phi$ , задающую билинейное ограничение, можно представить в виде разности двух выпуклых функций  $\Phi(x, y, v) = h(x, y, v) - g(x, v)$ .

Основными этапами стратегии глобального поиска в невыпуклых задачах являются локальный поиск (построение критической точки в задаче (P)) и процедура глобального поиска, позволяющая выйти из текущей критической точки.

В работе предложен специальный метод локального поиска (СМЛП) для рассматриваемой задачи, состоящий в решении двойственной задачи к задаче нижнего уровня в (BP) и задачи (P) с фиксированным допустимым вектором  $v$ . Доказано, что СМЛП позволяет найти критическую точку.

Процедура глобального поиска в задаче (P) строится в соответствии с теорией для задач с d.c. ограничениями [4].

Вычислительный эксперимент показал возможность применения предложенного подхода к решению линейных двухуровневых задач.

1. Dempe S. Foundations of Bilevel Programming. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002.
2. Васильев Ф.П., Иваницкий А.Ю. Линейное программирование. – М.: Факториал, 1998.
3. Bard J.F. Practical Bilevel Optimization. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1998.
4. Стрекаловский А.С. Об экстремальных задачах с d.c. ограничениями // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2001. – Т. 41, № 12. – С. 1808–1818.

СУЩЕСТВОВАНИЕ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ  
ДЛЯ СИСТЕМЫ ГУРСА-ДАРБУ

Н.И. Погодаев  
[nickpogo@gmail.com](mailto:nickpogo@gmail.com)

Пусть  $I_1 = [0, a]$ ,  $I_2 = [0, b]$ ,  $\Omega = I_1 \times I_2$ , где  $a, b > 0$ . Обозначим через  $S$  множество решений задачи

$$z_{xy} = c_1(x, y, z)z_x + c_2(x, y, z)z_y + f(x, y, z, u),$$
$$z(x, 0) = \varphi_1(x), \quad z(0, y) = \varphi_2(y), \quad \varphi_1(0) = \varphi_2(0),$$
$$u(x, y) \in U(x, y, z(x, y)),$$

где  $c_i: \Omega \times R^n \rightarrow R^n$ ,  $i = 1, 2$ ,  $f: \Omega \times (R^n \times R^m) \rightarrow R^n$  – функции Каратеодори;  $U: \Omega \times R^n \rightarrow R^m$  – многозначное отображение с компактными значениями, удовлетворяющее верхним условиям Каратеодори [1].

Пусть  $J: C(\Omega; R^n) \times L^p(\Omega; R^m) \rightarrow R$  – интегральный функционал, определенный равенством

$$J(z, u) = \int_{\Omega} g(x, y, z(x, y), u(x, y)) dx dy,$$

где  $g: \Omega \times (R^n \times R^m) \rightarrow R$  — функция Каратеодори.

**Теорема.** Если функция  $F: \Omega \times R^n \times R^n \rightarrow R$ , определенная формулой

$$F(x, y, z, v) = \min \{ g(x, y, z, u) \mid u \in U(x, y, z), f(x, y, z, u) = v \},$$

выпукла по  $v$  для любых  $(x, y, z) \in \Omega \times R^n$ , то задача  $\min_{(z, u) \in S} J(z, u)$  имеет решение.

Отметим, что мы не требуем выпуклости подынтегральной функции  $g$  по управлению, кроме того, мы не предполагаем, что значения многозначного отображения  $U$  являются выпуклыми множествами.

1. Борисович Ю.Г., Гельман Б.Д., Мышкис А.Д., Обуховский В.В. Введение в теорию многозначных отображений и дифференциальных включений. – М.: КомКнига, 2005.
2. Экланд И., Темам Р. Выпуклый анализ и вариационные проблемы. – М.: Мир, 1979.

## КОНВЕРТИРОВАНИЕ КАРТОГРАФИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ ИЗ ГИС CREDO В ГИС КАРТА 2003

А.К. Попова

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[chudnenko@icc.ru](mailto:chudnenko@icc.ru)

Для конвертирования картографических материалов из ГИС Credo был выбран открытый обменный формат (ООФ). ООФ представляет собой текстовый файл формата \*.txt, в который сохраняются данные об объектах Credo – точках, линиях, контурах и текстовых объектах. Данные о каждом объекте имеют свою собственную структуру, включающую координаты объекта, номер слоя, в котором он располагается, код его условного знака и т.д.

При разборе файла ООФ из данных каждого объекта извлекаются параметры, необходимые для описания объекта такого же типа в ГИС Карта 2003. Например, для линии это – координаты двух ее точек. Кроме того, для каждого объекта необходимо прописать код условного знака, которым он будет отображаться на карте. Для сопоставления условных знаков ГИС Credo и Карта 2003 был создан файл классификатора, в котором коду каждого условного знака подобран соответствующий ему код условного знака ГИС Карта 2003. Файл классификатора сформирован в Microsoft Excel и может изменяться при внесении дополнений в классификаторы ГИС.

В ГИС Credo существуют типы линий «обрыв» и «откос», координаты которых задаются массивом точек, причем в массиве описаны сразу все линии, каждая из которых состоит только из двух точек. Поэтому при конвертировании обрывов и откосов в файл ГИС Карта 2003 создается объект типа «линия» с набором подобъектов, каждый из которых представляет собой линию с двумя координатами.

Объекты типа «блок текста» отображаются в ГИС Карта 2003 объектами типа «шаблон». Шаблон представляет собой определенную комбинацию нескольких строк текста, выведенную на карте в определенной точке под определенным углом.

В ГИС Credo отсутствует возможность задавать и хранить семантические данные по объектам. Для того, чтобы предоставить пользователям возможность добавить семантику к данным Credo, был выбран следующий подход. Пользователям необходимо будет пометить требуемые объекты в Credo определенным кодовым текстом в отдельном слое. Далее создается файл формата Microsoft Excel, в котором для каждого объекта прописывается указанный кодовый текст, задается набор семантик и их значений. При конвертировании файла ООФ Credo для каждого текстового объекта, находящегося в слое семантик, производится поиск ближайшего к нему объекта (точки, линии или контура). Считается, что для найденного объекта данный текст является кодовым текстом. Далее из файла семантик загружается соответствующий коду набор семантик и записывается в файл ГИС Карта 2003.



## ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ НОРМАЛИЗАЦИИ СИСТЕМ ПСЕВДОБУЛЕВЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ

А.В. Портнягин

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[atb-summer@rambler.ru](mailto:atb-summer@rambler.ru)

Псевдобулево ограничение – это линейное неравенство с целыми коэффициентами на множестве булевых переменных. Существует множество синтаксически различных ограничений, которые при этом являются семантически эквивалентными. Поэтому желательно привести каждое ограничение системы к некоторому единому виду. К сожалению эффективной и универсальной канонической формы для псевдобулевых ограничений не известно. Поэтому единый вид, к которому приводятся ограничения, выбирается из соображений эффективности дальнейшей работы с системой.

Также необходимо выполнить преобразования, которые позволяют упростить исходную систему, а также исключить тривиально выполнимые ограничения. Полученная в результате система называется нормализованной. Список правил, позволяющих выполнить нормализацию, подробно описан в статье [1].

Все эти операции выполняются на этапе синтаксического разбора. Для этого разработан программный модуль, который включает в себя парсер и процедуры нормализации. Исходная система задается в виде файла, формат которого позволяет описывать псевдобулевы ограничения произвольного вида. Итоговую систему можно записать в файл, вывести на экран или передать другому интерфейсу. В конфигурационном файле имеется возможность указать, какие из правил нормализации будут использованы. Также при необходимости модуль легко дополнить новыми правилами.

1. Niklas Een, Niklas Sorensson. Translating Pseudo-Boolean Constraints into SAT. – Journal on Satisfiability, Boolean Modeling and Computation 2. – 2006. – P. 191-200.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НАНОТЕХНОЛОГИИ

А.А. Потапов

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[alex\\_p@icc.ru](mailto:alex_p@icc.ru)

Нанотехнология – это технология создания искусственных материалов и нанозделий, основанная на целенаправленном манипулировании (управлении) отдельными атомами и молекулами. Для научного обеспечения нанотехнологии необходимо разработать теорию, которая могла бы стать основой для проектирования и конструирования наносистем. Такая теория должна быть построена на понимании электронного строения атомов и молекул и механизмов формирования атомно-молекулярных систем. В конечном итоге она должна предоставить уравнение связи между структурными параметрами атомов и молекул (как исходных строительных единиц) и свойствами создаваемых на их основе атомно-молекулярных систем.

В этой связи назрела необходимость в пересмотре концептуальных оснований современной квантово-механической теории вещества. В качестве альтернативного подхода к построению теории может служить классическая теория, опирающаяся на физические модели электронного строения атомов и молекул, примером которых может служить оболочечная модель атома Н. Бора.

Имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные позволяют эту модель модифицировать и довести до уровня количественного описания. Знание электронного строения атомов открывает возможность принципиально по-новому подойти к проблеме построения теории вещества. Ее осуществление видится в следующей логической последовательности: атомы, молекулы → физические модели электронного строения атомов и молекул → потенциальные функции, характеризующие межатомные и межмолекулярные взаимодействия → структура атомно-молекулярных систем → ожидаемые свойства создаваемых изделий. Практические задачи решаются в обратной последовательности. При этом необходимо разработать методическое и математическое сопровождение с целью переноса общих положений теории на решение практических задач, таких как инженерные расчеты простейших и типовых узлов и изделий, а также создание базы данных атомов и молекул как исходной информации для проектирования атомно-молекулярных систем.

Ключом к построению прогностической теории вещества является атом, понимание и объяснение его электронного строения. Согласно диполь-оболочечной модели атом представляет систему вложенных друг в друга независимых сфер-оболочек, каждая из которых образована совокупностью круговых или эллиптических орбит электронов. Каждая из электронных оболочек имеет конфигурацию в виде правильной геометрической фигуры, вершины которой занимают электроны. Дипольная структура внешних оболочек атомов естественным образом предопределяет строение молекул и плотных веществ.

Сегодняшнее состояние исследований в области создания теории электронного строения вещества соответствует переходу от этапа апробации физических моделей к поиску и построению математических моделей и соответствующих уравнений связи между параметрами структуры атомов и молекул с ожидаемыми эксплуатационными свойствами создаваемых на их основе систем.

О РЕАЛИЗАЦИЯХ МЕТОДА РАЗРЫВНОЙ ЗАМЕНЫ ВРЕМЕНИ  
В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ  
С НЕОГРАНИЧЕННЫМ МНОЖЕСТВОМ СКОРОСТЕЙ

О.Н. Самсонок

Институт динамики систем и теории управления СО РАН  
[samsonuk.olga@rambler.ru](mailto:samsonuk.olga@rambler.ru)

В докладе обсуждаются приемы пространственно-временного расширения (основанные на методе разрывной замены времени [1-3]) задач оптимального управления с управляемыми системами вида

$$\dot{x} = f(t, x, V) + G(t, x, V)v, \quad \dot{V} = \|v\|, \quad v(t) \in K \text{ п.в. на } [t_0, t_1]. \quad (1)$$

Здесь  $x(\cdot)$ ,  $V(\cdot)$  – абсолютно непрерывные функции размерностей  $d(x)$  и 1 соответственно,  $v(\cdot)$  – измеримая ограниченная функция,  $K$  – выпуклый замкнутый конус в  $R^{d(v)}$ ,  $\|v\| = \sum_{j=1}^{d(v)} |v_j|$ ,  $[t_0, t_1]$  – фиксированный отрезок.

Поскольку множество  $K$  неограниченно и управление  $v$  входит в систему линейно, то следует ожидать, что задачи оптимизации в системе (1) могут не иметь решения в классе обычных процессов и требуют расширения – включения во множество допустимых разрывных, обобщенных траекторий системы (1), которые порождаются обобщенными управляющими воздействиями типа векторной меры (импульсное управление). Основная особенность состоит в том, что не предполагается выполнение так называемого условия корректности перехода к импульсным процессам, в результате обобщенное решение системы (1) нельзя определить однозначно, если не учитывать способ аппроксимации импульсного управления обычными.

Необычные свойства задач, не обладающих свойством корректности, проиллюстрированы на следующем примере:

$$\int_0^1 (\|v(t)\| - (ax_1(t) + bx_2(t))) dt \rightarrow \inf,$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= v_1(t), & x_1(0) &= 0, & x_1(1) &= 3, \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1(t)v_2(t), & x_2(0) &= 3, & x_2(1) &= 0, \\ v_1(t) &\in R, & v_2(t) &\geq 0 & \text{ п.в. на } [0, 1]. \end{aligned}$$

Здесь  $a, b > 0$ . Применение обобщенного ПМ [3, 4] дает экстремальное импульсное управление, а также соответствующие предельные управления, характеризующие способ его аппроксимации и позволяющие построить субоптимальное решение задачи. Оптимальность найденного процесса устанавливается путем перехода к пространственно-временному расширению задачи и использованию достаточных условий, основанных на семействе решений неравенства Гамильтона-Якоби [5].

1. Warga J., Zhu Q.J. The equivalence of extremals in different representations of unbounded control problems // SIAM J. Control Optim. – 1994. – V. 32, № 4. – P. 1151-1169.
2. Bressan A., Rampazzo F. Impulsive control systems without commutativity assumptions // J. Optim. Theory Appl. – 1994. – V. 81, № 3. – P. 435-457.
3. Миллер Б.М., Рубинович Е.Я. Оптимизация динамических систем с импульсными управлениями. – М.: Наука, 2005.
4. Дыхта В.А., Самсонок О.Н. Оптимальное импульсное управление с приложениями. – 2-е изд. – М.: Физматлит, 2003.
5. Дыхта В.А. Неравенство Ляпунова-Кротова и достаточные условия в оптимальном управлении // Итоги науки и техн. Совр. матем. и ее приложения. – М.: ВИНТИ. – 2006. – Т. 110. – С. 76-108.

# О СЛОЖНОСТИ ПЕРЕХОДА ОТ ПРИБЛИЖЕННЫХ РЕШЕНИЙ К ТОЧНЫМ В ЗАДАЧАХ ДИСКРЕТНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

А.А. Семенов

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[biclop@rambler.ru](mailto:biclop@rambler.ru)

В настоящей заметке приводится результат о сложности проблемы перехода от приближенных решений к точным в одной задаче дискретной оптимизации, известной как MAXSAT (более точно «стандартная MAXSAT-задача»). В общем случае проблема перехода от приближенных решений к точным представляет интерес при изучении алгоритмов поиска решений в дискретных задачах, которые используют в качестве «стартовых» точки, являющиеся некоторыми приближениями искомым решениям. Напомним, что произвольную массовую задачу  $\Pi$  дискретной оптимизации принято (см., например [1]) рассматривать как натуральное семейство индивидуальных задач  $D_\Pi$ . Произвольной индивидуальной задаче  $I \in D_\Pi$  ставится в соответствие множество слов, называемых решениями  $I$ . Каждому решению  $s(I)$  задачи  $I$  сопоставляется рациональное число  $w(s(I))$ , называемое стоимостью (весом) решения  $s(I)$ . Решения с минимальной или максимальной стоимостью называются точными или оптимальными. Остальные решения называются приближенными. Приближенными называются алгоритмы, выдающие решения, не всегда являющиеся точными. Относительная погрешность алгоритма  $A$  определяется величиной  $r_A(I) = \frac{|w_A(s(I)) - w(s^*(I))|}{w(s^*(I))}$ , через  $w_A(s(I))$

обозначена стоимость решения задачи  $I$ , которое выдает  $A$ , а через  $w(s^*(I))$  обозначена стоимость точного решения  $I$ . Если для всех  $I \in D_\Pi$  величина  $r_A(I)$  ограничена сверху некоторой константой  $\varepsilon > 0$ , то алгоритм  $A$  называется  $\varepsilon$ -приближенным алгоритмом решения задачи  $\Pi$ .

Дана некоторая оптимизационная задача  $\Pi$ . Предположим, что для произвольного полинома  $q(\cdot)$  и для каждой индивидуальной задачи  $I \in D_\Pi$  известно такое ее приближенное решение  $s(I)$ , что для всех  $I \in D_\Pi$ :  $|I| \geq n_0$  (для некоторой константы  $n_0$ )

справедливо соотношение  $\frac{|w(s(I)) - w(s^*(I))|}{w(s^*(I))} \leq \frac{1}{q(|I|)}$ . Здесь через  $|I|$  обозначен

объем (число бит) некоторого двоичного описания задачи  $I$ . Рассматриваются следующие гипотезы:

$H_1$ : существует алгоритм, который получая на входе пару  $(I, s(I))$ , за полиномиальное в общем от  $|I|$  время выдает  $s^*(I)$ .

$H_2$ : существует алгоритм, который получая на входе тройку  $(I, s(I), w(s^*(I)))$ , за полиномиальное в общем от  $|I|$  время выдает  $s^*(I)$ .

**Теорема.** В отношении стандартной MAXSAT-задачи истинность гипотезы  $H_1$  означает, что  $NP = P$ , а истинность гипотезы  $H_2$  означает, что  $NP = RP$ .

1. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. – М.: Мир, 1982. – 416 с.

## УПРАВЛЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫМ ПРОЦЕССОМ В ИНСТРУМЕНТАЛЬНОМ КОМПЛЕКСЕ DISCOMP

И.А. Сидоров

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[ivan.sidorov@icc.ru](mailto:ivan.sidorov@icc.ru)

В пакетах прикладных программ основными способами выполнения абстрактной программы, представляющей собой модель крупноблочной программы и отражающей информационно-логическую структуру вычислений в терминах понятий предметной области пакета, являются режимы компиляции и интерпретации.

В докладе рассматривается режим интерпретации абстрактной программы в инструментальном комплексе DISCOMP (DIStributed COmputing system of Modular Programming). Данный инструментальный комплекс предназначен для разработки пакетов прикладных программ, ориентированных на работу в гетерогенной (многоплатформенной) распределенной вычислительной среде (РВС), которая может включать вычислительные кластеры различных видов.

Подход к управлению вычислительным процессом в инструментальном комплексе DISCOMP базируется на механизмах обработки событий, возникающих при выполнении абстрактной программы. Он включает две основных фазы: 1) применение процедур, созданных пользователем пакета и предназначенных для обработки события и выбора нужного управления ходом вычислительного процесса; 2) проверку соблюдения ограничений при выполнении выбранного управления интерпретатором абстрактной программы. Управление ходом вычислительного процесса реализуется функциями библиотеки DiscompAPI, представляющей собой программный интерфейс между пользовательскими процедурами на языке QSA и интерпретатором абстрактной программы.

Спецификация каждого из ограничений интерпретатора абстрактной программы включает: вид ограничения; способ его задания; уровни модели РВС, на которых осуществляется задание и контроль ограничения; наименование компонента РВС, контролирующего выполнение ограничения; формализованное представление ограничения; результат нарушения ограничения. Эти ограничения могут быть явными и неявными. Явные ограничения специфицируются пользователем при формировании постановки задачи или реализуются в рамках пользовательских операций. Неявные ограничения задаются при описании предметной области пакета или определяются программно-аппаратной средой, в которой функционирует пакет.

Множество неявных ограничений интерпретатора абстрактной программы включает: 1) ограничения на диапазоны значений параметров предметной области; 2) условия допустимости выполнения абстрактной программы; 3) ограничения, определяемые системными характеристиками РВС: параметрами файловой системы, производительностью коммуникационной среды, количеством узлов и процессоров, тактовой частотой процессоров, объемами оперативной памяти и винчестеров и др.

Множество явных ограничений интерпретатора абстрактной программы включает: 1) размерность счетчиков циклических конструкций абстрактной программы, время выполнения вычислительных модулей, время общего решения задачи; 2) условия удовлетворения вычисляемых значений параметров качественным требованиям алгоритма решения задачи.

Приводятся примеры задания и проверки ограничений.

## МЕТОД ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНЫМИ СИСТЕМАМИ

М.В. Старицын

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[starmax@icc.ru](mailto:starmax@icc.ru)

В работе рассматривается подход к построению вычислительных алгоритмов решения задач оптимального управления дискретно-непрерывными динамическими системами, удовлетворяющими условию корректности. В таких системах наряду с ограниченными управлениями присутствуют чисто импульсные управления, применение которых вызывает мгновенное изменение состояния динамической системы. В результате траектории таких систем оказываются разрывными функциями времени. Предполагается, что моменты приложения импульсных воздействий и их интенсивности не фиксированы заранее, а подлежат определению в результате оптимизации заданного критерия качества.

Рассматриваемый подход основан на методе разрывной замены времени [1]. Замена времени представляет собой специальное преобразование временной шкалы, при котором каждый момент приложения импульса растягивается в интервал, мера которого равна интенсивности соответствующего импульсного воздействия. В результате замены времени дискретно-непрерывная система преобразуется к эквивалентной системе с ограниченными управлениями и абсолютно-непрерывными траекториями. В итоге возникает стандартная задача оптимального управления, для решения которой применяются модификации известных методов последовательного улучшения управлений [2-4].

Предлагаются алгоритмы приближенного решения задач оптимального управления дискретно-непрерывными системами. Алгоритмы содержат численную процедуру редукции к вспомогательной задаче оптимального управления с ограниченными управлениями и процедуры приближенного решения последней. Разработана программная реализация метода. Проведен вычислительный эксперимент.

1. Миллер Б.М., Рубинович Е.Я. Оптимизация динамических систем с импульсными управлениями. – М.: Наука, 2005.
2. Васильев Ф.П. Методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1981.
3. Срочко В.А. Итерационные методы решения задач оптимального управления. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2000.
4. Батулин В.А., Урбанович Д.Е. Приближенные методы оптимального управления, основанные на принципе расширения. – Новосибирск: Наука, 1997.

## ПРОВЕДЕНИЕ МНОГОВАРИАНТНЫХ РАСЧЕТОВ ПО ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АЗИАТСКОЙ ЧАСТИ РОССИИ\*

А.Б. Столбов

Институт динамики систем и теории управления СО РАН  
stolboff@icc.ru

В докладе рассматривается применение эколого-экономической модели, описанной в монографии [1] для Азиатской части России (АЧР). Хозяйство АЧР представлено 8 отраслевыми агрегатами: тяжелая промышленность, добыча нефти, легкая промышленность, строительство, лесная отрасль и сельское хозяйство, транспорт и связь, торговля, прочие. Экологические факторы в модели АЧР представлены следующими показателями: загрязнение атмосферного воздуха; средний запас леса; площадь сельскохозяйственных земель; биоресурсы, минеральные ресурсы.

Параметры экономического блока были определены Новосибирским институтом экономики и организации промышленного производства СО РАН (ИЭОПП СО РАН). Для экологического блока предложены подходы к идентификации параметров моделей, основанные на данных «восстановленного» экспертами межотраслевого баланса и результатах идентификации существующих эколого-экономических моделей Байкальского региона. Для переноса информации с моделей Байкальского региона на модель макрорегиона были решены следующие задачи: рассмотрение данных в единых ценах базового периода; соотношение системы отраслей в двух моделях; масштабирование объемов отраслей с базовых регионов на макрорегион; учет специфики базовых регионов при переносе данных на макрорегион.

Для проведения сценарных расчетов была использована разрабатываемая автором система интеллектуальной поддержки процесса математического моделирования медико-эколого-экономических систем (ИППММ). Она была соответствующим образом модифицирована: база моделей дополнена рассматриваемой эколого-экономической моделью; в базу знаний добавлены правила по определению параметров модели АЧР на основе существующих моделей Байкальского региона.

При расчетах в качестве базового сценария был выбран сценарий развития АЧР, полученный из реальных статистических данных и при помощи математической модели межотраслевого баланса. Для анализа возможных альтернатив развития АЧР были разработаны три группы сценариев. К первой группе относятся сценарии с неизменными пропорциями в экономике и постоянным темпом роста экономического развития (3%, 5%, и 10% в год). Вторая группа сценариев предполагает перераспределение инвестиций между отраслями относительно базового сценария. Например, для ликвидации дефицита продукции легкой промышленности предлагается перенаправить 10% инвестиций из отраслей тяжелой промышленности в легкую. Сценарии природоохранных мероприятий составляют третью группу. В них предусматривается улучшение экологического состояния макрорегиона как через непосредственное восстановление ресурсов, так и уменьшение экологической нагрузки от ряда отраслей. Все расчеты проводились с 1959 года по 1989 год.

1. Эколого-экономическая стратегия развития региона: Математическое моделирование и системный анализ на примере Байкальского региона / В.Е. Викулов, В.И. Гурман, Е.В. Данилина и др. – Новосибирск: Наука, 1990. – 184 с.

---

\* Данные расчеты проводились в рамках интеграционного проекта СО РАН № 40.

О ПОИСКЕ ГАРАНТИРОВАННОГО РЕШЕНИЯ В ЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧЕ  
ДВУХУРОВНЕВОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

А.С. Стрекаловский, А.В. Малышев  
Институт динамики систем и теории управления СО РАН  
[strekal@icc.ru](mailto:strekal@icc.ru), [anton@irk.ru](mailto:anton@irk.ru)

Рассматривается задача на поиск гарантированного решения линейной двухуровневой задачи

$$\left. \begin{aligned} & \sup_y \{ \langle a, x \rangle + \langle b, y \rangle \mid y \in Y_*(x, \varepsilon) \} \downarrow \min_x, \quad Ax \leq c, \\ & Y_*(x, \varepsilon) \triangleq \left\{ y \in Y(x) \mid \langle b_1, y \rangle \leq \inf_{z \in Y(x)} \langle b_1, z \rangle + \varepsilon \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{BP}(\varepsilon))$$

где  $x \in R^m$ ,  $Y(x) \triangleq \{y \in R^n \mid A_1x + B_1y \leq c_1\}$ ,  $A \in R^{p \times m}$ ,  $A_1 \in R^{q \times m}$ ,  $B_1 \in R^{q \times n}$ ,  $a \in R^m$ ,  $b \in R^n$ ,  $c \in R^p$ ,  $b_1 \in R^n$ ,  $c_1 \in R^q$ , а  $Y_*(x, \varepsilon)$  – множество  $\varepsilon$ -решений задачи нижнего уровня.

Наряду с задачей (BP( $\varepsilon$ )) рассмотрим задачу на поиск оптимистического решения

$$\left. \begin{aligned} & F(x, y) \triangleq \langle a, x \rangle + \langle b, y \rangle \downarrow \min_{x, y}, \\ & Ax \leq c, \quad y \in Y_{**}(x, \delta, \mu) \triangleq \left\{ y \in Y(x) \mid \langle b_1 - \mu b, y \rangle \leq \inf_{z \in Y(x)} \langle b_1 - \mu b, z \rangle + \delta \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{BP}_o(\delta, \mu))$$

где  $\delta \geq 0$  – точность решения задачи нижнего уровня, а  $\mu > 0$  – некоторый параметр штрафа.

Предположим, что множество  $X \triangleq \{x \mid Ax \leq c\}$  ограничено, а множество  $Y(x)$  таково, что  $\exists Y \subset R^n$ ,  $Y$  – компакт:  $Y(x) \subseteq Y \quad \forall x \in X$ . Отсюда следует

$$\exists F_-, F_+ \in R: F_- \leq F(x, y) \leq F_+ \quad \forall (x, y) \in X \times Y. \quad (1)$$

Справедливо следующее утверждение [1] о взаимосвязи целевых функций задач (BP( $\varepsilon$ )) и (BP<sub>o</sub>( $\delta, \mu$ )):

**Лемма.** Пусть верны неравенства (1). Тогда для любого набора ( $\varepsilon, \delta, \mu, x, y$ ) такого, что  $\varepsilon \geq 0$ ,  $\delta \geq 0$ ,  $\mu > 0$ ,  $x \in X$ ,  $y \in Y_{**}(x, \delta, \mu)$ , справедлива цепочка неравенств

$$\sup_y \{ F(x, y) \mid y \in Y_*(x, \varepsilon) \} - \frac{\varepsilon + \delta}{\mu} \leq F(x, y) \leq \sup_y \{ F(x, y) \mid y \in Y_*(x, \delta + \mu F_+) \}. \quad (2)$$

С использованием полунепрерывности снизу многозначного отображения  $x \rightarrow Y_*(x, 0)$  [2] и леммы была доказана следующая

**Теорема.** Пусть выполнены предположения об ограниченности  $X$ ,  $Y(x)$ , и последовательности  $\{\tau^k\}$ ,  $\{\delta^k\}$ ,  $\{\mu^k\}$  таковы, что  $\tau^k \downarrow 0$ ,  $\delta^k \downarrow 0$ ,  $\mu^k \downarrow 0$ ,  $\frac{\delta^k}{\mu^k} \downarrow 0$ . Тогда любая предельная точка последовательности  $\{(x^k, y^k)\}$   $\tau^k$ -решений задач (BP<sub>o</sub>( $\delta^k, \mu^k$ )) является гарантированным решением задачи (BP)  $\triangleq$  (BP(0)).

Как известно [2], задача (BP<sub>o</sub>( $\delta, \mu$ )) эквивалентна невыпуклой одноуровневой задаче оптимизации. Поэтому для решения задачи (BP) планируется разработать алгоритм, базирующийся на теории глобального поиска из [3].

1. Молодцов Д.А. О решении одного класса неантагонистических игр // ЖВМ и МФ. – 1976. – Т. 16, № 6 – С. 1469-1484.
2. Dempe S., Dutta J., Mordukhovich B. S. New necessary optimality conditions in optimistic bilevel programming // Optimization. – 2007. – Т. 56, № 5. – С. 577-604.
3. Стрекаловский А.С. Элементы невыпуклой оптимизации. – Новосибирск: Наука, 2003.



ЛОКАЛЬНЫЙ ПОИСК В НЕВЫПУКЛОЙ ЗАДАЧЕ  
ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ  
С ЦЕЛЕВЫМ ФУНКЦИОНАЛОМ БОЛЬЦА

А.С. Стрекаловский, М.В. Янулевич  
Институт динамики систем и теории управления СО РАН  
[strekal@icc.ru](mailto:strekal@icc.ru), [massimo@newmail.ru](mailto:massimo@newmail.ru)

Пусть система управления процессом  $(x(\cdot), u(\cdot))$  имеет вид

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + b(u(t), t), \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

$$u(\cdot) \in \mathfrak{A} = \{u \in L_\infty(T) \mid u(t) \in U \text{ п.в. на } T\}, \quad (2)$$

где  $T \triangleq [t_0, t_1]$  и множество  $U \in R^r$  является компактным. Рассматривается задача минимизации функционала Больца

$$J(u) = F(x(t_1)) + \int_T [F^0(x(t), t) + f(u(t), t)] dt \downarrow \min_u, \quad u \in \mathfrak{A} \quad (3)$$

над управляемой системой (1)-(2). В дополнение к обычным предположениям в задаче ОУ [2, 3] здесь функции  $x \mapsto F(x) := g(x) - h(x)$  и  $x \mapsto F^0(x, t) := g^0(x, t) - h^0(x, t)$ , где функции  $g(\cdot)$ ,  $h(\cdot)$ ,  $g^0(\cdot, t)$  и  $h^0(\cdot, t)$ ,  $t \in T$ , являются выпуклыми и гладкими [1]. Вообще говоря, задача (1)-(3) является невыпуклой, т.е. могут существовать управляемые процессы, удовлетворяющие принципу максимума Понтрягина (ПМП) и не являющиеся глобально оптимальными [2, 3].

Пусть заданы последовательность  $\{\delta_s\}$ :  $\delta_s > 0$ ,  $s = 0, 1, 2, \dots$ ,  $\sum_{s=0}^{\infty} \delta_s < +\infty$  и стартовый процесс  $(x^0(\cdot), u^0(\cdot))$ ,  $u^0 \in \mathfrak{A}$ . Далее, если известен процесс  $(x^s(\cdot), u^s(\cdot))$ ,  $u^s \in \mathfrak{A}$ , то в качестве следующего  $(x^{s+1}(\cdot), u^{s+1}(\cdot))$  будем выбирать процесс, удовлетворяющий ПМП в выпуклой частично линеаризованной задаче

$$I_s(u) = g(x(t_1)) - \langle \nabla h(x^s(t_1)), x(t_1) \rangle + \int_T [g^0(x(t), t) - \langle \nabla_x h^0(x^s(t), t), x(t) \rangle + f(u(t), t)] dt \downarrow \min_{u \in \mathfrak{A}},$$

над исходной системой управления (1)-(2) с точностью  $\delta_s$  по невязке ПМП. Пусть  $H(t, x, \psi, u)$  – функция Понтрягина в задаче (1)-(3). Тогда справедлива следующая

**Теорема.** Пусть последовательность процессов  $\{(x^s(\cdot), u^s(\cdot))\}$  строится по вышеописанному правилу. Тогда справедливо предельное соотношение

$$\limsup_{s \rightarrow \infty} \left\{ H(t, x^s(t), \psi^s(t), v) - H(t, x^s(t), \psi^s(t), u^s(t)) \right\} = 0 \text{ п.в. на } T,$$

где абсолютно непрерывная функция  $\psi^s(\cdot)$  удовлетворяет следующей системе:

$$\dot{\psi}^s(t) = -A(t)^\top \psi^s(t) + \nabla_x g^0(x^{s+1}(t), t) - \nabla_x h^0(x^s(t), t), \quad \psi^s(t_1) = \nabla h(x^s(t_1)) - \nabla g(x^{s+1}(t_1)).$$

1. Стрекаловский А.С. Элементы невыпуклой оптимизации. – Новосибирск: Наука, 2003.
2. Стрекаловский А.С., Янулевич М.В. Глобальный поиск в задаче оптимального управления с целевым терминальным функционалом, представленным разностью двух выпуклых функций // ЖВМ. – 2008. – Т. 48, № 7. – С. 1187-1201.
3. Стрекаловский А.С. Задачи оптимального управления с терминальными функционалами, представимыми в виде разности двух выпуклых функций // ЖВМ. – 2007. – Т. 47, № 11. – С. 1865-1879.

СКОЛЬЗЯЩИЕ РЕЖИМЫ И ОПТИМАЛЬНОЕ ДЕМПФИРОВАНИЕ  
ДЛЯ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ  
С РАЗРЫВНОЙ ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ

А.В. Сурков

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[surkov.alexander@gmail.com](mailto:surkov.alexander@gmail.com)

Пусть  $R^n$  –  $n$ -мерное векторное пространство с евклидовой нормой  $\|\cdot\|$ ,  $C_\tau$  – пространство всех непрерывных функций  $\psi(\cdot)$ , определенных на отрезке  $[-\tau, 0]$  со значениями в  $R^n$  с обычной  $\sup$ -нормой  $\|\cdot\|_C = \sup_{-\tau \leq \theta \leq 0} \|\psi(\theta)\|$ .

Рассматривается управляемая система функционально-дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = f(t, x_t, u).$$

Функция  $x_t(\cdot) \in C_\tau$  определена равенством  $x_t(\theta) = x(t + \theta)$ ,  $-\tau \leq \theta < 0$  для непрерывной функции  $x(t)$  на отрезке  $[t_0 - \tau, t_0 + T]$  и любого  $t \in [t_0, t_0 + T]$ . Вектор  $u = (u_1, \dots, u_r)$  – вектор управления,  $x_{t_0} = \varphi(\cdot)$  – начальная функция. Функция  $f : R \times C_\tau \times R^m \rightarrow R^n$  – кусочно-непрерывная с множествами разрывов

$$D_i = \{\psi(\cdot) : W_i(\psi(0), \psi(\cdot)) = 0\},$$

где  $W_i : R^n \times C_\tau \rightarrow R$  – инвариантно дифференцируемые функционалы.

Для этой системы с помощью метода эквивалентных управлений записываются уравнения скользящих режимов по пересечению множеств разрывов  $D_i$ , а также исследуется задача стабилизации.

Для управляемой системы линейной по управлению

$$\dot{x} = f(t, x_t) + B(t, x_t)u(t, x_t),$$

где  $f : R \times C_\tau \rightarrow R^n$  – непрерывная функция,  $B(t, x_t)$  – матрица непрерывная по совокупности переменных размерности  $n \times r$ , компоненты вектора управления  $u_i : R \times C_\tau \rightarrow R$  – кусочно-непрерывные функции с множествами разрывов

$$D_i = \{\psi(\cdot) : W_i(\psi(0), \psi(\cdot)) = 0\},$$

записываются уравнения скользящих режимов в матричной форме.

В качестве примера рассматривается управляемая система

$$\dot{x} = f(t, x_t) - H \cdot u(t, x_t), \quad u(t, x_t) = \operatorname{sgn} \left( x - \alpha \int_{t-\tau}^t x_t(s) ds \right),$$

где  $H > 0$ ,  $\alpha > 0$ . Для этой системы приводится уравнение скользящего режима, а также рассматривается задача стабилизации. Показывается, что управление  $u(t, x_t)$  является оптимальным по отношению к демпфированию функционала Ляпунова  $V = 1/2 \cdot W^2$ , где  $W$  – функционал, описывающий множество разрывов управления  $u(t, x_t)$ . Такое управление стабилизирует систему.

1. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. – М.: Наука, 1985.
2. Зубов В.И. Теория уравнения управляемого движения. – Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1980.

## ПОИСК ВЫСОКОПОДОБНЫХ УЧАСТКОВ ГЕНОМОВ

А.Ю. Ткаченко, А.А. Косов

Институт информационных технологий и моделирования ИрГУПС

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

Генная инженерия и молекулярная биология являются быстро развивающимися областями современной науки, где информационные технологии выступают адекватным инструментом исследования, что привело к возникновению нового термина "вычислительная биология" [1].

Наследственная информация всех живых организмов закодирована в молекулах ДНК. Молекулу ДНК можно рассматривать как длинную строку символов четырехбуквенного алфавита ( $A, T, C, G$ ), по первым буквам названий нуклеотидов. Полный набор наследственной информации называется геномом организма, а ген – это конкретный участок генома, отвечающий за синтез определенного белка и соответственно за определенный набор внешних признаков (например, цвет глаз). Для биологов важно иметь средство, инструмент для анализа и сопоставления расшифрованных геномов и выявления в них одинаковых или очень похожих генов. Это позволяет выявлять свойства вновь изучаемых организмов на основе сопоставления их геномов с уже изученными. Кроме того, для задач генной инженерии важно не только обнаруживать высокоподобные участки разных геномов, но и указывать конкретные редакционные преобразования, превращающие кусок одного генома в аналогичный участок другого. На основе этого можно выявлять или парировать мутации, вызвавшие наследственные изменения.

Для решения названных задач была разработана программная система *DNA Analyzer*. Программа выявляет прежде всего участки генома, обладающие симметрией двойственности типа  $(A - T)$ ,  $(C - G)$ . Эти участки используются в качестве граничных для сопоставляемых генов. В качестве меры подобия используется редакционное расстояние Левенштейна [1]. Базовым алгоритмом для отбора высокоподобных участков геномов служит алгоритм вычисления редакционного расстояния методом динамического программирования [1]. Применением обратного хода по построенной методом динамического программирования таблице восстанавливается редакционное предписание, преобразующее один из выявленных высокоподобных участков в другой. При этом степень подобия является параметром программы и может задаваться пользователем.

В качестве тестовых примеров были использованы локусы расшифрованных геномов живых организмов, представленные на открытом доступе в сети Интернет. Для исходных данных длиной порядка 200 тыс. букв выявляется порядка ста совпадающих на 98% участков длиной до нескольких сотен букв каждый. Весь процесс поиска занимает не более пяти минут. Пользователю предъявляется список всех выявленных подобных участков с указанием их положения в геноме, длины и степени подобия в процентах. При выделении из названного списка конкретного элемента осуществляется и показывается выравнивание подобных участков с демонстрацией преобразующих редакционных операций.

1. Дэн Гасфилд. Строки, деревья и последовательности в алгоритмах. Информатика и вычислительная биология / Пер. с англ. И.В. Романовского. – СПб: Невский Диалект. 2003. – 654 с. (Dan Gasfield. Algorithm on string, trees, and sequences. Computer science and computational biology. Cambridge University Press. 1997).

ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ФВА И  
ФРЕДГОЛЬМОВЫМ ОПЕРАТОРОМ ПРИ СТАРШЕМ ЧЛЕНЕ

А.В. Труфанов

Институт математики и экономики ИГУ

[atrufanov@mail.ru](mailto:atrufanov@mail.ru)

В работах [2-3], посвященных исследованию как линейных, так и нелинейных уравнений с функциональным возмущением аргумента, рассматривались уравнения

$$1) A_1 x(t) - A_2 x(\alpha t) = f(t),$$

$$2) A_1 x(t) - A_2 x(\alpha_2 t) - \dots - A_N x(\alpha_N t) = f(t),$$

$$3) A_1(t)x(t) - A_2(t)x(\alpha(t)) = f(t),$$

$$4) A_1(t)x(t) - A_2(t)x(\alpha_2(t)) - \dots - A_N x(\alpha_N(t)) = R(x(t), x(\alpha_2(t)), \dots, x(\alpha_N(t)), t),$$

где операторы  $A_i$  или  $A_i(0)$  являются непрерывно обратимыми, на возмущения аргумента накладываются условия  $|\alpha_i| < 1$ ,  $i = 2, \dots, N$  или  $\alpha_i(0) = 0$ ,  $|\alpha_i'(0)| < 1$ ,  $i = 2, \dots, N$ . Во всех этих случаях локальное решение в окрестности нуля строится в виде логарифмо-степенных рядов, такие решения могут быть либо единственными, либо являться пучком указанного числа параметров. На вид решения существенно влияют свойства жордановой структуры коэффициентов уравнений 1-4.

Отказ от требования непрерывной обратимости оператора при старшем члене уравнений 1-4 существенно усложняет задачу построения локальных решений этих уравнений в окрестности нуля. Использование результатов проф. Н.А. Сидорова [1] позволяет при определенных дополнительных условиях формулировать утверждения о разрешимости уравнений с функциональным возмущением аргумента с необратимым оператором при старшем члене.

**Теорема 1.** Пусть в уравнении (2) оператор  $A_1$  фредгольмов и имеет полный  $A_r$  жорданов набор, пусть проекторы  $P$  и  $Q$  заданы формулами  $P = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{p_i} \langle \cdot, \gamma_i^{(j)} \rangle \phi_i^{(j)}$ ,

$Q = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{p_i} \langle \cdot, \psi_i^{(j)} \rangle z_i^{(j)}$ , соответственно. Пусть операторы  $A_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ , обладают свойством  $(P, Q)$ -коммутирования, матрицы  $(A_r^{-1}A_1)$ , ...,  $(A_r^{-1}A_{r-1})$ ,  $(A_r^{-1}A_{r+1})$ , ...,  $(A_r^{-1}A_N)$  обладают свойством коллективной нильпотентности определенного индекса  $k$ , операторы  $C(i) = I - \sum_{s=2}^N \alpha_s^i A_s$ ,  $i = 1, \dots, Q$ , непрерывно обратимы. Тогда уравнение (2) имеет единственное решение вида  $x(t) = \Gamma v(t) + (C(t), \Phi)$ , где  $\Gamma$  – оператор Шмидта для оператора  $A_1$ , функция  $v(t)$  – единственное решение уравнения  $v(t) - A_2 \Gamma v(\alpha_2 t) - \dots - A_N \Gamma v(\alpha_N t) = (I - Q) f(t)$ , вектор  $C(t)$  может быть построен итерациями определенного вида.

1. Sidorov N., Loginov B. and others. Lyapunov-Schmidt Methods in Nonlinear Analysis and Applications. – Kluwer Academic Publishers. – Dordrecht – Boston – London, 2002. – P. 547.
2. Сидоров Н.А., Труфанов А.В. Структура решений линейных операторных уравнений с функциональным возмущением аргумента // Труды Средневолжского математического общества. – 2006. – Т. 1, № 8. – С. 104-109.
3. Труфанов А.В. Квазилинейные операторные уравнения с функциональными изменениями аргумента нейтрального типа // Вестник Самарского гос. тех. ун-та. – 2007. – № 2(6). – С. 104-109.

## ГРАДИЕНТНЫЙ АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ ГРАНИЦ НА ЗАШУМЛЕННОМ РАСТРОВОМ ИЗОБРАЖЕНИИ\*

Р.К. Федоров

Институт динамики систем и теории управления СО РАН  
[fedorov@icc.ru](mailto:fedorov@icc.ru)

Предлагается алгоритм нахождения границ на растровом изображении. Алгоритм производит поиск положения и размеров двух смежных прямоугольников  $r_l$ ,  $r_r$  таким образом, чтобы они содержали разные однородные области. Предполагается, что смежная граница прямоугольников будет являться аппроксимацией границы объекта изображения.

Введем некоторую функцию  $l(r_i)$  оценки однородности прямоугольника, зависящую от его положения. За функцию оценки однородности прямоугольника примем линейную свертку количества объектных и фоновых пикселей, находящихся внутри прямоугольника.

Обозначим через  $r$  прямоугольник, полученный объединением прямоугольников  $r_l \cup r_r$ . Поиск положения и размера прямоугольника  $r$ , т.е. поиск границы, реализован в виде метода градиентного спуска – нахождение локального максимума целевой функции с помощью движения вдоль градиента.

Выберем целевую функцию таким образом, чтобы прямоугольники обладали равным влиянием. Таким образом, целевая функция имеет следующий вид:  
$$f(r) = \min(l(r_l) + l(r_r)).$$

Поиск следующего положения и формы прямоугольника  $r$ , увеличивающего значение целевой функции, производится дискретно. Всего имеется 10 вариантов изменения прямоугольника. Это изменение положения всех сторон и поворот прямоугольника вокруг центральной точки.

Задача построения прямоугольника задается следующим образом:  $f(r) \rightarrow \max_r$ .

Алгоритм построения прямоугольника выглядит ниже следующим образом:

1. задается начальное приближение  $r^0$ .
2. Рассчитываются значения целевой функции во всех возможных изменениях прямоугольника и выбирается  $r^{[i+1]}$ , для которого значение целевой функции наибольшее.
3. Проверяется условие останова:
  - если  $f(r^{[i+1]}) > f(r^{[i]})$ , то переход к шагу 2;
  - иначе останов.

Представленный алгоритм позволяет эффективно находить границы объектов на размытых и зашумленных растровых изображениях. Недостатком является вычислительная сложность алгоритма.

1. Дуда Р., Харт П. Распознавание образов и анализ сцен. – М.: Мир, 1976. – 511 с.
2. Чэн Ш.-К. Принципы проектирования систем визуальной информации. – М.: Мир, 1994. – 408 с.

---

\* Работа поддержана РФФИ, грант 08-07-00163-а.

# ТЕХНОЛОГИЯ СОЗДАНИЯ ОТЧЕТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТАОПИСАНИЙ СТРУКТУР БД И ШАБЛОНОВ, СОДЕРЖАЩИХ МЕТКИ ФОРМАТИРОВАНИЯ ДАННЫХ

Е.С. Фереферов, А.Е. Хмельнов  
Институт динамики систем и теории управления СО РАН  
[fereferov@icc.ru](mailto:fereferov@icc.ru)

Существует большое количество генераторов отчетов (QReport, Fast Report, Cristal Reports), которые разработчик может использовать при создании своей системы. Все генераторы имеют свои плюсы и минусы. Как правило, для создания полноценных отчетов требуется изучение интерфейса и механизмов работы с генератором, что иногда вызывает сложности у простых пользователей, чья деятельность мало связана с информационными технологиями (например, чиновники). Но практически все, кто работает с компьютерами, имеют навыки работы с MS Word.

Учитывая вышеописанные аспекты, авторами было решено разработать и внедрить в систему ГеоАРМ [1] свой генератор отчетов с использованием шаблонов в MS Word. Генератор отчетов было решено реализовать как надстройку (PlugIn) для системы ГеоАРМ, для чего был разработан модуль интерфейса для их взаимодействия. Сам генератор отчетов был реализован в виде динамически подключаемой библиотеки (DLL), что позволяет расширять его функции, не изменяя код всей системы.

Работа генератора отчетов опирается на технологию метаописаний структур баз данных [2]. При вызове генератора из метаописания ему передается информация о соединении с БД, файле-шаблоне и таблице или представлении (таблице со значениями, полученными по ссылкам), для записей, из которых нужно построить отчет. В метаописании таблиц (представлений) может содержаться информация о связях типа Master-Detail, что позволяет наладить вывод данных из таблиц-деталей. Также реализована вставка в отчет изображений из blob-полей и склонение ФИО по падежам с применением библиотеки radeg.dll [3]. В процессе подготовки отчета происходит нахождение меток в тексте шаблона, после чего на основании параметров метки происходит вставка данных.

Шаблоны документов содержат метки следующего вида:

<#[Вид данных] N=Имя (Формат)>,

где [Вид данных] = {FV – значение из поля таблицы; FIO – значения из полей Фамилия, Имя, Отчество; IMG – изображение из Blob-поля таблицы; DETAIL – значения из полей таблицы деталей}; N = Имя – имя поля таблицы, из которого будут браться данные; (Формат) – необязательный набор параметров (для каждого вида данных свой).

1. Фереферов Е.С., Хмельнов А.Е. ГеоАРМ — настраиваемое автоматизированное рабочее место с поддержкой работы с пространственной информацией // Труды 10-й Байкальской всероссийской конференции "Информационные и математические технологии". Иркутск, 2005.
2. Бычков И.В., Фереферов Е.С., Хмельнов А.Е. Метаописание баз данных как основа интеграции информационно-справочных систем и ГИС // Вычислительные технологии. – 2007. – № 5. – С. 41-51.
3. Склонение фамилий, имен и отчеств по падежам. Библиотека функций. <http://www.delphikingdom.com/asp/viewitem.asp?catalogid=412>.

К МЕТОДАМ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО  
УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ  
ЭНЕРГОБЛОК ТЕПЛОВОЙ ЭЛЕКТРОСТАНЦИИ\*

В.Ф. Чистяков

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[chist@icc.ru](mailto:chist@icc.ru)

Модель сложной энергетической установки, например, блока электрической станции на органическом топливе, описывается нелинейным дифференциально-алгебраическим уравнением вида

$$\frac{dY}{dt} = f(Y, Z, U), \quad g(Y, Z, U) = 0, \quad t \in [0, \infty), \quad (1)$$

где  $f: R^{n+m+k} \rightarrow R^n$ ,  $g: R^{n+m+k} \rightarrow R^m$ ,  $Y \equiv Y(t)$  –  $n$ -мерная,  $Z \equiv Z(t)$  –  $m$ -мерная искомые вектор-функции соответственно.  $U \equiv U(t)$  –  $k$ -мерная известная вектор-функция, задающая управление (расход топлива, теплоносителя воздуха и т.д.). Вектор-функция  $Y$  описывает теплообменные процессы, а  $Z$  описывает гидравлические процессы. Предполагается, что входные данные обладают достаточной гладкостью и задано начальное состояние  $Y_0 \equiv Y(0)$ ,  $Z_0 \equiv Z(0)$ . Описание полной модели конкретной энергоустановки можно найти в [1]. Предположим, что нужно найти минимум расхода топлива при переходе от одного стационарного решения системы (1) к другому стационарному решению.

Расход топлива можно представить в виде интегрального функционала

$$I(U) = \int_0^T h(Y, Z, U) dt, \quad U \in D, \quad (2)$$

с определенными ограничениями на скорость изменения вектор-функций  $Y(t)$ ,  $Z(t)$ .

В настоящее время весьма популярным методом является замена исходной задачи дискретной: в системе (1) производных – конечными разностями и функционала (2) – интегральной суммой. Получается задача нелинейного программирования, которая затем решается каким то из известных методов (см. например, [2]). В докладе обсуждаются недостатки этого подхода, и показана необходимость дополнительного привлечения информации, получаемой из принципа максимума Понтрягина.

1. Чистяков В.Ф. Системы интегро-дифференциальных уравнений с тождественно вырожденной главной частью // Диссертация на соискание степени доктора физ.-мат. наук. – Иркутск, ИДСТУ СО РАН, 2002.
2. Жарков П.В. Динамическое моделирование и оптимизация динамических процессов в котельных агрегатах // Диссертация на соискание степени кандидата тех. наук. – Иркутск, ИСЭМ СО РАН, 2008.

---

\* Работа поддержана грантом РФФИ, проект № 05-08-18160.

## К ВОПРОСУ О ДЕКОМПОЗИЦИИ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ ПРИ ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ\*

В.Ф. Чистяков, А.А. Левин

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева

[chist@icc.ru](mailto:chist@icc.ru), [levin@isem.sei.irk.ru](mailto:levin@isem.sei.irk.ru)

Модель сложной энергетической установки, например, блока электрической станции на органическом топливе описывается нелинейным дифференциально-алгебраическим уравнением вида

$$\frac{dY}{dt} = f(Y, Z, U), \quad g(Y, Z, U) = 0, \quad t \in [0, \infty), \quad (1)$$

где  $f: R^{n+m+k} \rightarrow R^n$ ,  $g: R^{n+m+k} \rightarrow R^m$ ,  $Y \equiv Y(t)$  –  $n$ -мерная,  $Z \equiv Z(t)$  –  $m$ -мерная искомые вектор-функции соответственно.  $U \equiv U(t)$  –  $k$ -мерная известная вектор-функция, задающая управление (расход топлива, теплоносителя воздуха и т.д.). Вектор-функция  $Y$  описывает теплообменные процессы, а  $Z$  описывает гидравлические процессы. Предполагается, что входные данные обладают достаточной гладкостью и задано начальное состояние  $Y_0 \equiv Y(0)$ ,  $Z_0 \equiv Z(0)$ . Описание полной модели конкретной энергоустановки можно найти в [1]. Пусть мы решаем систему (1) некоторым разностным методом. Для простоты выберем неявный метод Эйлера

$$\frac{Y_{i+1} - Y_i}{h} = f(Y_{i+1}, Z_{i+1}, U_{i+1}), \quad g(Y_{i+1}, Z_{i+1}, U_{i+1}) = 0, \quad i = 0, 1, \dots, \quad (2)$$

где на каждом шагу нам приходится решать систему нелинейных конечных уравнений размерности  $n + m$  (при величинах  $n, m > 200 - 300$ ). Возникает вопрос о возможности разделения счета системы дифференциальных уравнений и конечных уравнений для ускорения вычислений. Оказывается, что в окрестности устойчивого стационара системы (1) при определенных условиях можно расчеты проводить, заменяя формулы (2) на формулы  $\frac{Y_{i+1} - Y_i}{h} = f(Y_{i+1}, Z_i, U_{i+1}), g(Y_{i+1}, Z_{i+1}, U_{i+1}), i = 0, 1, \dots$ . В докладе обоснованы условия такого перехода.

1. Чистяков В.Ф. Системы интегро-дифференциальных уравнений с тождественно вырожденной главной частью // Диссертация на соискание степени доктора физ.-мат. наук. – Иркутск, ИДСТУ СО РАН, 2002.

---

\* Работа поддержана грантом РФФИ, проект № 05-08-18160.



# ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ КВАЗИРЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЗАПАЗДЫВАЮЩЕГО ТИПА

В.Б. Черепенников

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[vbcher@icc.ru](mailto:vbcher@icc.ru),

Е.В. Талимончук

Институт математики, экономики и информатики ИГУ

[elkatev@bk.ru](mailto:elkatev@bk.ru)

Рассматривается начальная задача с начальной точкой для линейного функционально-дифференциального уравнения запаздывающего типа

$$\dot{x}(t) = ax(t-1) + bx(t/s), \quad x(0) = x_0, \quad t \in R, \quad (1)$$

где  $a, b - const$ ,  $s > 1$ . При  $s = 1$  для данной задачи применим метод Эйлера (подстановка  $x(t) = Ce^{kt}$ ), который приводит к характеристическому квазиполиному, имеющему на комплексной плоскости бесконечное число корней. В случае  $s \neq 1$  или при переменных коэффициентах вопросы разрешимости начальной задачи (1) в классе аналитических функций на сегодняшний день остаются открытыми.

В работе [1] для исследования начальной задачи с начальной точкой в виде линейных дифференциально-разностных уравнений применяется метод полиномиальных квазирешений (ПК-решений), в основе которого лежит представление неизвестной функции  $x(t)$  в виде полинома некоторой степени  $x(t) = \sum_{n=0}^N x_n t^n$ . Воспользуемся этим

методом для исследования начальной задачи (1). Подстановка этого полинома в (1) приводит к некорректности относительно размерности полиномов, которая компенсируется введением невязки  $\Delta(t) = \sum_{i=0}^m f_{N-m+i} t^{N-m+i}$ . Нахождение неизвестных коэффициентов

$f_{N-i}$ ,  $i = \overline{0, m}$ , связано с исследованием линейной системы алгебраических уравнений. В случае разрешимости этой системы найденные коэффициенты  $f_i$  позволяют определить как коэффициенты  $x_n$  ПК-решения и, следовательно, само ПК-решение, так и невязку  $\Delta(t)$ .

Численный эксперимент показал, что структура ПК-решений в значительной мере зависит от спектра корней характеристического квазиполинома, порождаемого модельным дифференциально-разностным уравнением. С учетом этого установлено следующее свойство.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ.** Под  $\varepsilon$ -притяжимостью ПК-решений на некотором отрезке  $[t_0, t_1]$  будем понимать свойство взаимного притяжения последовательности ПК-решений, порождаемых увеличением степени  $N$  полинома ПК-решения, в смысле, что существует такое  $N_*$ , при котором для всех  $N \geq N_*$  и заданного  $\varepsilon$

$$|x_{N+i}(t) - x_{N+i-1}(t)| < \varepsilon, \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad \forall t \in [t_0, t_1].$$

1. Черепенников В.Б., Ермолаева П.Г. Численный эксперимент в исследовании полиномиальных квазирешений линейных дифференциально-разностных уравнений // Изв. вузов. Математика, 2008. – № 7. – С. 49-58.

## СИСТЕМА АВТОМАТИЗАЦИИ ИЗВЛЕЧЕНИЯ ТАБЛИЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ ИЗ ДОКУМЕНТОВ РАЗНЫХ ФОРМАТОВ

А.О. Шигаров

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

e-mail: [shigarov@icc.ru](mailto:shigarov@icc.ru)

При решении многих научных и практических задач требуется извлекать данные из таблиц, содержащихся в различных документах. Если при этом имеется большое количество таблиц и документов, то ручное извлечение (когда специалисту приходится визуально обнаруживать каждое табличное значение в документе, а затем вручную вводить его в некоторую форму) является очень трудоемким и кропотливым процессом. Предлагаемая авторами система извлечения табличной информации из документов позволяет автоматизировать этот процесс.

Данная система выполняет следующие этапы процесса извлечения табличной информации: 1) обнаружение таблиц в документах; 2) сегментацию таблиц на отдельные ячейки; 3) функциональный анализ таблиц, т.е. определение того, какую функцию выполняют отдельные ячейки таблицы (являются ли ячейки данными или заголовками); 4) структурный анализ таблиц, т.е. определение связей между ячейками таблицы. Эти этапы выполняются системой автоматически, при этом пользователь системы может корректировать результаты выполнения каждого этапа. Результатами извлечения табличной информации являются семантические описания таблиц, которые могут быть представлены, например, в виде отношений в терминах реляционных баз данных.

Данная система ориентирована на особенности статистических таблиц, которые используются в государственных и медицинских статистических отчетах, в финансовых отчетах и в научных статьях. В качестве входных данных в предлагаемой системе используются метафайлы (файлы печати). Это позволяет системе обрабатывать документы разных форматов, которые можно вывести на печать, например, DOC, XLS, PDF, HTML, ASCII-текст. При этом предполагается, что видимый текст таблиц в документе не является растром. Предлагаемая система может использоваться для автоматизации наполнения баз данных статистической информацией.

Следует отметить, что авторам не удалось найти в научной литературе и Интернете упоминаний о существовании систем и методов извлечения табличной информации, ориентированных на метафайлы.

Более подробно некоторые аспекты предлагаемой системы обсуждается в работах [1-4].

1. Хмельнов А.Е., Шигаров А.О. Извлечение таблиц из неформатированного текста // Доклады 13-й Всероссийской конференции «Математические методы распознавания образов ММРО-13». – 2007. – С. 551-553
2. Хмельнов А.Е., Шигаров А.О. Метод извлечения таблиц из неформатированного текста // Вычислительные технологии. – 2008. – Т. 13. Спец. выпуск 1. – С. 93-101.
3. Бычков И.В., Ружников Г.М., Хмельнов А.Е., Шигаров А.О. Метод обнаружения таблиц в метафайлах // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2008. – Спец. выпуск. – С. 47-51.
4. Bychkov I.V., Hmelnov A.E., Ruzhnikov G.M., Shigarov A.O. A method for table detection in metafiles // In Proc. 9th International Conference on Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies. – 2008. – V. 1. – P. 66-69.

## WEB-ТЕХНОЛОГИЯ УПРАВЛЕНИЯ ИТ-ИНЦИДЕНТАМИ

В.В. Шодоров

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[victor75@mail.ru](mailto:victor75@mail.ru)

В 80-х годах Британское центральное агентство по вычислительной технике и телекоммуникациям разработало технологию ITIL управления ИТ-услугами [1]. Этот опыт стал чрезвычайно востребованным в современных условиях. В настоящее время элементы технологии ITIL используются во многих корпорациях (например, РАО ЕЭС и «Вымпелком»).

Наиболее известны следующие программные продукты, обеспечивающие элементы технологии ITIL, в том числе управление ИТ-инцидентами\*: Remedy HelpDesk, Unicenter ServicePlus Service Desk, HP OpenView Service Desk, Magic ServiceDesk, Naumen ServiceDesk [2].

Эти продукты обеспечивают применение от 2 до 5 элементов технологии ITIL и ориентированы на западные стандарты управления производством. Кроме того, им присущи относительно высокая цена и значительные затраты на внедрение.

Целью настоящей работы является разработка и внедрение автоматизированной технологии управления ИТ-инцидентами в ОАО «Сибтелеком» на основе рекомендаций ITIL. Технология реализована в виде интранет Web-сайта «Учет инцидентов». Ее применение обеспечивает выполнение следующих задач:

1. Регистрации данных об инциденте и обеспечения доступа к ним ИТ-специалиста.
2. Регистрации данных о решении инцидента.
3. Мониторинга хода работ по устранению инцидента.

Порядок выполнения и содержание этих задач соответствуют требованиям ITIL [1, с. 53-54].

Информационно-программное обеспечение Web-сайта «Учет инцидентов» включает базу данных из 6 таблиц, 15 серверных скриптов и 8 клиентских скриптов. БД содержит данные о зарегистрированных инцидентах, их решении, а также классификаторы и справочники. Серверные скрипты предназначены для приема и обработки данных об инцидентах, а также для удаленного доступа к БД. Клиентские скрипты обеспечивают контроль корректности данных и формирование Web-запросов, обрабатываемых серверными скриптами. В качестве СУБД использована MySQL. Серверные скрипты написаны на PHP5, а клиентские – на Javascript.

Web-технология «Учет инцидентов» внедрена и используется в ОАО «Сибтелеком». Внедрению предшествовало альфа- и бета-тестирование. Альфа-тестирование проводилось сотрудниками отдела АСУ. В его процессе выявлено несколько технологических несоответствий процессу управления ИТ-инцидентами. В ходе бета-тестирования, проводившегося всеми подразделениями ОАО, поступило много рекомендаций по изменению интерфейса.

Web-технология «Учет инцидентов» может быть внедрена практически на любом предприятии. Для внедрения требуются установка и запуск программного обеспечения и редактирование БД в части классификаторов и справочников.

1. ИТ Сервис-менеджмент: введение // Под ред. М. Потоцкого, М. Григорьева. – М.: IT Expert, 2003. – 225 с.
2. Ник Крачун. Обзор ПО для управления ИТ // <http://private.peterlink.ru/nkrachun/>.

---

\* ИТ-инцидент – это любое событие, не являющееся частью стандартных операций по предоставлению ИТ-услуги, которое привело или может привести к нарушению или снижению качества этой ИТ-услуги. [1, с. 47].

## СОДЕРЖАНИЕ

Аникин А.С. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ФАКТОРНОГО АНАЛИЗА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АППРОКСИМАНТА ШЕПАРДА	1
Бадмацыренова С.Б. МЕТОД УЛУЧШЕНИЯ ДЛЯ ДИСКРЕТНЫХ ПО ВРЕМЕНИ СИСТЕМ	2
Баландин А.Л. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЕКТОРНЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ГАРМОНИК В ТРЕХМЕРНОЙ ВЕКТОРНОЙ ТОМОГРАФИИ	3
Берман А.Ф., Николайчук О.А., Павлов А.И., Юрин А.Ю. ГЕТЕРОГЕННАЯ МОДЕЛЬ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕХНОГЕННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ОБЪЕКТОВ	4
Беспалов Д.В. ОБ ОСОБЕННОСТЯХ АРХИТЕКТУРЫ SAT-РЕШАТЕЛЕЙ В ЗАДАЧАХ ОБРАЩЕНИЯ ДИСКРЕТНЫХ ФУНКЦИЙ	5
Богданова В.Г., Ларина А.В. РАСПРЕДЕЛЕННАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ	6
Бояринцев Ю.Е. О РАЗРЕШИМОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ ОТНОСИТЕЛЬНО СТАРШИХ ПРОИЗВОДНЫХ	7
Бурлакова Л.А. ДВЕ ЗАДАЧИ О СТАБИЛИЗАЦИИ	8
Бычков И.В., Гаченко А.С., Ружников Г.М., Хмельнов А.Е., Фереферов Е.С. ГЕОИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ ТЕРРИТОРИАЛЬНЫМ РАЗВИТИЕМ	9
Васильев В.Ю., Ульянов С.А. ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ВЕРИФИКАЦИИ ПРОДУКЦИОННЫХ СИСТЕМ	10
Васильев И.Л., Климентова К.Б. МЕТОД ВЕТВЕЙ И ОТСЕЧЕНИЙ ДЛЯ ДВУХУРОВНЕВОЙ ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ	11
Вильвер П.Ю. МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИЧИН ОТКАЗОВ НА ПРИМЕРЕ ПРОГРАММНО-АППАРАТНОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ЛАЗЕРНОГО КОМПЛЕКСА	12
Гайдомак С.В. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИСТЕМ МЕТОДОМ СПЛАЙН-КОЛЛОКАЦИИ	13
Горнов А.Ю. АППРОКСИМАНТЫ ШЕПАРДА И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ	14
Денег А.А. НЕРЕЗОНАНСНОСТЬ УПРАВЛЯЕМЫХ АЛГЕБРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ	15
Дружинин Э.И. УСТОЙЧИВЫЕ АЛГОРИТМЫ КОРРЕКТИРОВКИ ЛИНЕЙНЫХ АНАЛИТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ КОСМИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ	16
Дыхта В.А. О СВЯЗИ ВОЗМУЩЕНИЙ ЦЕЛЕВОГО ФУНКЦИОНАЛА В ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДАХ ОПТИМИЗАЦИИ С ТЕОРИЕЙ ЭКСТРЕМУМА	17
Дыхта В.А., Сорокин С.П. ТОЧНОЕ ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ ДОСТИЖИМОСТИ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ СУБРЕШЕНИЯМИ УРАВНЕНИЯ ГАМИЛЬТОНА-ЯКОБИ И УСЛОВИЯ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ	18

Зароднюк Т.С., Горнов А.Ю. ТЕСТОВАЯ КОЛЛЕКЦИЯ НЕВЫПУКЛЫХ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ	19
Игнатьев А.С. ЛОГИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И ДВОИЧНЫЕ ДИАГРАММЫ РЕШЕНИЙ	20
Иртегов В.Д. О ВЕТВЛЕНИИ СЕМЕЙСТВ ИНВАРИАНТНЫХ МНОГООБРАЗИЙ КОНСЕРВАТИВНЫХ СИСТЕМ	21
Киселевич Д.Я. О РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ВЫРОЖДЕННОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА	22
Косов А.А. О СТАБИЛИЗАЦИИ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С НЕПОЛНЫМ ИЗМЕРЕНИЕМ ОБОБЩЕННЫХ КООРДИНАТ	23
Косов А.А., Коновалова Ю.Н. АЛГОРИТМ ПРОВЕРКИ D-УСТОЙЧИВОСТИ И АДДИТИВНОЙ D-УСТОЙЧИВОСТИ МАТРИЦ НА ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДАХ	24
Кочемазов С.Е. ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ТЕСТОВ ДЛЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ТЕОРЕМ	26
Красник А.В. О РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО СИНГУЛЯРНОГО УРАВНЕНИЯ ОБЪЕМ	27
Ларионов А.С. СУЩЕСТВОВАНИЕ ОГРАНИЧЕННОГО РЕШЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ	28
Леонтьев Р.Ю. О РЕШЕНИЯХ МАКСИМАЛЬНОГО ПОРЯДКА МАЛОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ	29
Лиманский Д.И. СПОСОБЫ ОРГАНИЗАЦИИ МЕТАКЛАСТЕРА	30
Линке Ю.Э. НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ УНИВЕРСАЛЬНОСТИ ПРОСТРАНСТВ ЛИНЕЙНЫХ КОМПАКТНЫХ ОПЕРАТОРОВ	31
Малтугуева Г.С. НОВЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ГРУППОВОГО ВЫБОРА	32
Никифоров А.В. ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ МИНИМИЗИРУЕМЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ В ЗАДАЧЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ	33
Опарин Г.А., Новопашин А.П. АБДУКЦИЯ КАК ДОСТИЖИМОСТЬ В ДВОИЧНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ	34
Орлов С.С. ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ОПЕРАТОР-ФУНКЦИЯ СИНГУЛЯРНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ЗАПАЗДЫВАЮЩЕГО ТИПА В БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ	35
Отпущенников И.В., Буров П.С. СТРУКТУРЫ ДАННЫХ В ПРОПОЗИЦИОНАЛЬНОМ КОДИРОВАНИИ АЛГОРИТМОВ ВЫЧИСЛЕНИЯ ДИСКРЕТНЫХ ФУНКЦИЙ	36
Петрова Е.Г. РЕШЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ ДВУХУРОВНЕВОЙ ЗАДАЧИ	37
Погодаев Н.И. СУЩЕСТВОВАНИЕ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ ГУРСА-ДАРБУ	38
Попова А.К. КОНВЕРТИРОВАНИЕ КАРТОГРАФИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ ИЗ ГИС CREDO В ГИС КАРТА 2003	39
Портнягин А.В. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ НОРМАЛИЗАЦИИ СИСТЕМ ПСЕВДОБУЛЕВЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ	40
Потапов А.А. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НАНОТЕХНОЛОГИИ	41

Самсолюк О.Н. О РЕАЛИЗАЦИЯХ МЕТОДА РАЗРЫВНОЙ ЗАМЕНЫ ВРЕМЕНИ В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С НЕОГРАНИЧЕННЫМ МНОЖЕСТВОМ СКОРОСТЕЙ	42
Семенов А.А. О СЛОЖНОСТИ ПЕРЕХОДА ОТ ПРИБЛИЖЕННЫХ РЕШЕНИЙ К ТОЧНЫМ В ЗАДАЧАХ ДИСКРЕТНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ	43
Сидоров И.А. УПРАВЛЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫМ ПРОЦЕССОМ В ИНСТРУМЕНТАЛЬНОМ КОМПЛЕКСЕ DISCOMP	44
Старицын М.В. МЕТОД ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНЫМИ СИСТЕМАМИ	45
Столбов А.Б. ПРОВЕДЕНИЕ МНОГОВАРИАНТНЫХ РАСЧЕТОВ ПО ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АЗИАТСКОЙ ЧАСТИ РОССИИ	46
Стрекаловский А.С., Малышев А.В. О ПОИСКЕ ГАРАНТИРОВАННОГО РЕШЕНИЯ В ЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧЕ ДВУХУРОВНЕВОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ	47
Стрекаловский А.С., Янулевич М.В. ЛОКАЛЬНЫЙ ПОИСК В НЕВЫПУКЛОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ЦЕЛЕВЫМ ФУНКЦИОНАЛОМ БОЛЬЦА	48
Сурков А.В. СКОЛЬЗЯЩИЕ РЕЖИМЫ И ОПТИМАЛЬНОЕ ДЕМПФИРОВАНИЕ ДЛЯ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С РАЗРЫВНОЙ ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ	49
Ткаченко А.Ю., Косов А.А. ПОИСК ВЫСОКОПОДОБНЫХ УЧАСТКОВ ГЕНОМОВ	50
Труфанов А.В. ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ФВА И ФРЕДГОЛЬМОВЫМ ОПЕРАТОРОМ ПРИ СТАРШЕМ ЧЛЕНЕ	51
Федоров Р.К. ГРАДИЕНТНЫЙ АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ ГРАНИЦ НА ЗАШУМЛЕННОМ РАСТРОВЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ	52
Фереферов Е.С., Хмельнов А.Е. ТЕХНОЛОГИЯ СОЗДАНИЯ ОТЧЕТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТАОПИСАНИЙ СТРУКТУР БД И ШАБЛОНОВ, СОДЕРЖАЩИХ МЕТКИ ФОРМАТИРОВАНИЯ ДАННЫХ	53
Чистяков В.Ф. К МЕТОДАМ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ ЭНЕРГОБЛОК ТЕПЛОВОЙ ЭЛЕКТРОСТАНЦИИ	54
Чистяков В.Ф., Левин А.А. К ВОПРОСУ О ДЕКОМПОЗИЦИИ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ ПРИ ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ	55
Черепенников В.Б., Талимончук Е.В. ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ КВАЗИРЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЗАПАЗДЫВАЮЩЕГО ТИПА	56
Шигаров А.О. СИСТЕМА АВТОМАТИЗАЦИИ ИЗВЛЕЧЕНИЯ ТАБЛИЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ ИЗ ДОКУМЕНТОВ РАЗНЫХ ФОРМАТОВ	57
Шодоров В.В. WEB-ТЕХНОЛОГИЯ УПРАВЛЕНИЯ ИТ-ИНЦИДЕНТАМИ	58