

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Кузнецова Павла Александровича «Аналитические решения задачи об иницировании тепловой волны для нелинейного уравнения теплопроводности», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Актуальность темы исследования

Диссертационная работа Кузнецова П.А. посвящена исследованию краевых задач специального типа (с вырождением) для нелинейного уравнения теплопроводности. Данное уравнение имеет весьма широкую область применения: кроме описания процессов распространения тепла, оно используется в биологии, химической кинетике, в теории движения грунтовых вод, при математическом моделировании процессов фильтрации жидкостей и газов в пористых средах и т.д. Автором диссертации выбран для исследования случай степенной зависимости коэффициента теплопроводности от температуры, который является наиболее распространенным в литературе: в частности, тогда уравнение теплопроводности описывает фильтрацию идеального политропного газа, проходящего через пористый грунт.

Рассмотренные в диссертационной работе задачи представляют интерес как с точки зрения теории нелинейных уравнений с частными производными, так и для приложений, поскольку их решения имеют вид тепловых волн (волн фильтрации), имеющих конечную скорость распространения при движении по холодному фону. В диссертации указанные задачи исследуются в классе аналитических функций, и полученные результаты обобщают и развивают исследования, проводившихся в научной школе академика РАН А.Ф. Сидорова в течение последних 30 лет. Особенностью, отличающей данную работу от работ предшественников, является то, что граничные условия для рассмотренных задач поставлены на замкнутых достаточно гладких поверхностях, ограничивающих области, обладающие свойством звездности. При таких постановках (замкнутая поверхность) речь идет уже не о нагреве бесконечного полупространства, а о нагреве некоторой ограниченной области, что выглядит более естественным с точки зрения физики.

Сказанное свидетельствует о бесспорной актуальности выбранной темы диссертационного исследования.

Содержание диссертации

В первой главе диссертации рассмотрена задача с данными на сфере либо цилиндре. Во второй главе граничные условия задачи заданы уже на произвольной замкнутой достаточно гладкой кривой, ограничивающей двумерную область, обладающую свойством звездности. Третья (заключительная) глава посвящена исследованию задачи с данными на границе трехмерной звездной области.

Во всех случаях выполнен переход в полярную либо сферическую (в зависимости от размерности задачи) систему координат.

Для каждой из рассмотренных в диссертации задач сформулирована и доказана теорема существования и единственности решения в классе аналитических функций, а также обосновано следствие, утверждающее, что при некоторых дополнительных ограничениях на исходные данные у задачи существует решение типа аналитической тепловой волны, распространяющейся по холодному фону с конечной скоростью. Кроме того (помимо доказательства теорем), решения задач строятся отдельно в виде кратных рядов по степеням физических переменных (время и расстояние до многообразия, несущего граничные условия). Коэффициенты рядов определяются при решении трехдиагональных систем линейных алгебраических уравнений. При этом элементы матриц систем зависят от их (матриц) порядка, и, вообще говоря, условие диагонального преобладания не выполняется. Преимущество полученных в диссертации Кузнецова П.А. результатов перед уже известными заключается также в том, что процедура построения решений является конструктивной, в частности, для коэффициентов рядов получены рекуррентные формулы.

Для случаев цилиндрической и сферической симметрий автором выполнены иллюстрирующие численные расчеты при помощи отрезков рядов. Проведено сравнение результатов расчетов с результатами расчетов, выполненных на основе метода граничных элементов, показавшее хорошее соответствие.

Степень обоснованности и новизны полученных результатов

Все полученные в работе результаты являются новыми и обоснованы с помощью классических подходов и методов теории дифференциальных уравнений в частных производных, линейной алгебры и математического анализа. Все утверждения строго доказаны. Достоверность результатов, обусловлена строгостью доказательств, а

также тем, что полученные результаты прошли обсуждение на различных семинарах и конференциях и были опубликованы в рецензируемых научных изданиях.

Научная новизна полученных в диссертации результатов определяется тем, что

- 1) в работе доказаны новые теоремы существования и единственности аналитических решений задач с вырождением для нелинейного уравнения теплопроводности с данными на замкнутых достаточно гладких поверхностях, ограничивающих области, обладающие свойством звездности;
- 2) построены решения рассмотренных задач в виде кратных степенных рядов по степеням физических переменных, для коэффициентов рядов получены рекуррентные формулы;
- 3) выполнены иллюстрирующие численные расчеты на основе отрезков рядов для случаев цилиндрической и сферической симметрии, а также проведено сравнение результатов этих расчетов с результатами расчетов, показавшее их хорошее соответствие.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности

В диссертационной работе рассмотрены нелинейные дифференциальные уравнения с частными производными, для которых доказаны новые теоремы существования и единственности решений в классе аналитических функций, и проведено построение этих решений в виде кратных степенных рядов. Поэтому полученные в диссертации результаты соответствуют пунктам 5 (нелинейные дифференциальные уравнения и системы нелинейных дифференциальных уравнений) и 6 (аналитическая теория дифференциальных уравнений) списка областей исследования в паспорте специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Замечания.

Стоит отметить, что некоторые рассуждения в работе полезно было бы провести более подробно. В диссертации ряд опечаток, например, такие:

- на с. 9: на рис. 1 пропущено обозначение оси времени;
- на с. 58: в 5-ой строке снизу вместо $\eta_0 = 1$, очевидно, должно быть $\lambda_0 = 1$.

Следует, однако, отметить, что указанные неточности, носят характер именно опечаток, а не ошибок, и не искажают смысла написанного.

Указанные замечания не влияют на положительную оценку диссертации в целом.

Заключение

Диссертация Кузнецова Павла Александровича «Аналитические решения задачи об иницировании тепловой волны для нелинейного уравнения теплопроводности», представленная на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, является законченным научным исследованием, выполненным на должном уровне математической строгости. Все результаты, выносимые на защиту, являются новыми и снабжены подробными доказательствами. Диссертация удовлетворяет критериям, установленным «Положением о присуждении ученых степеней» ВАК РФ:

- является научно-квалификационной работой, в которой содержится решение задачи, имеющей значение для развития соответствующей отрасли знаний, в частности, для развития теории дифференциальных уравнений в частных производных (соотв. п. 9 части II «Критерии, которым должны отвечать диссертации на соискание ученых степеней» Положения);

- написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты и положения, выдвигаемые для публичной защиты, и свидетельствует о личном вкладе автора диссертации в науку. Диссертация имеет теоретический характер и содержит рекомендации по использованию научных выводов. Предложенные автором диссертации решения аргументированы и оценены по сравнению с другими известными решениями (соотв. п. 10 части II);

- основные результаты апробированы на семинарах и конференциях различного уровня и своевременно опубликованы в рецензируемых научных изданиях, из которых 3 входят в список изданий, рекомендованных ВАК для опубликования результатов диссертаций (соотв. п. 11-13 части II);

- автор диссертации корректно ссылается на авторов и (или) источник заимствования материалов или отдельных результатов. Используя в диссертации результаты научных работ, выполненных Кузнецовым П.А. лично и (или) в соавторстве, Кузнецов П.А. отмечает это обстоятельство (соотв. п. 14 части II).

Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

Таким образом, работа «Аналитические решения задачи об иницировании тепловой волны для нелинейного уравнения теплопроводности» удовлетворяет всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней» ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Павел Александрович Кузнецов, заслуживает

присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент

доктор физ.-мат. наук, профессор,

ведущий научный сотрудник

Отдела вычислительных моделей в гидродинамике

Института вычислительного моделирования СО РАН



О.В. Капцов

Капцов Олег Викторович

660036, Красноярск, Академгородок, д. 50, стр. 44, ИВМ СО РАН

(391) 243-27-56

kaptsov@icm.krasn.ru

