

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор-проректор
по научной работе РУДН,
д.ф.н., профессор чл.-корр. РАН

А.Костин
2026 г.



Отзыв ведущей организации

Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы» (РУДН) на диссертационную работу Шеметовой Валентины Владимировны «Краевые задачи для класса псевдогиперболических уравнений», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 — Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Диссертационная работа посвящена изучению смешанных задач в четверти пространства \mathbb{R}_{++}^{n+1} (положительными независимыми переменными являются время t и одна из пространственных переменных — для определенности x_n) для широкого класса уравнений, не разрешенных относительно старшей производной, включающего в себя, в частности, такие важные для теории и приложений уравнения, как уравнения Соболева—Гальперна (возникающие в гидродинамике), многомерные обобщения уравнений Власова—Рэля—Бишопа (возникающие в различных задачах теории упругости, а также при конструировании волноводов), некоторые модификации уравнения Буссинеска (описывающие распространение волн с учетом поверхностного натяжения). Более точно, исследуются псевдогиперболические уравнения вида

$$L_0(D_x)D_t^2 u + L_1(D_x)u = f(t, x), \quad (1)$$

где $L_0(D_x)$ и $L_1(D_x)$ — эллиптические операторы с постоянными коэффициентами второго и четвертого порядков (соответственно) с постоянными коэффициентами.

Теория уравнений, не разрешенных относительно старшей производной, восходящая к основополагающим работам С.Л. Соболева середины прошлого века, получила к настоящему времени глубокое и обширное развитие (в первую очередь — благодаря усилиям научной школы Г.В. Демиденко), однако для уравнений вида (1) систематически исследована лишь задача Коши. Теория смешанных задач для таких уравнений является почти полностью открытым направлением исследований, и именно в этом направлении и выполнена рецензируемая диссертация. А именно, рассматриваются задачи следующего вида. На начальной гиперплоскости ставятся классические (однородные) условия Коши, а на граничной гиперплоскости $\{x_n = 0\}$ задаются значения операторных полиномов от $D_x u$. Все исследуемые задачи удовлетворяют условию Лопатинского, однако разнообразие их таково, что можно содержательно выделить несколько классов задач, для каждой из которых классы и условия разрешимости и единственности задаются существенно различным образом. Так, в многомерном случае выделяются два класса — регулярные и нерегулярные смешанные задачи. Отнесение задачи к тому или иному классу определяется легко проверяемыми условиями на (постоянные) коэффициенты операторных полиномов, содержащихся в краевых условиях на гиперплоскости $\{x_n = 0\}$. Для каждого класса задач диссертантом найдены достаточные условия однозначной разрешимости в анизотропном

соболевском пространстве с экспоненциальным весом, однако установлены следующие качественные отличия между этими классами задач: если для регулярных задач условия на правую часть совпадают с условиями, накладываемыми в случае задачи Коши, то для нерегулярных задач от правой части требуется более высокая гладкость — принадлежность пространству $W_{2,\gamma}^{2,2,0}(\mathbb{R}_{++}^{n+1})$ (вместо $W_{2,\gamma}^{1,1,0}(\mathbb{R}_{++}^{n+1})$). В случае, когда размерность пространственной переменной равна единице, выделяется еще и третий класс задач — в этом случае на правую часть накладываются еще более сильные требования, а именно, принадлежность пространству $W_{2,\gamma}^{3,0}(\mathbb{R}_{++}^2)$.

Особенно важным является то, что, хотя найденные условия однозначной разрешимости — только достаточные, диссертанту в каждом случае удалось построить нетривиальные контрпримеры, доказывающие, что ослабить условия гладкости, наложенные на правую часть, невозможно.

Отметим, что диссертационное исследование отнюдь не исчерпывается результатами об условиях однозначной разрешимости — для исследуемых задач получены оценки решений и построены их интегральные представления.

По диссертации имеется несколько замечаний:

1. В значительной части работы на исследуемое уравнение накладывается дополнительное условие — оператор при старшей производной по времени должен быть обратим. Содержательность исследования при этом сохраняется — например, уравнение Власова (0.2) (номер формулы приведен по тексту диссертации) удовлетворяет этому условию. Тем не менее общность рассмотрения формально снижается. Однако на самом деле диссертантом рассмотрен и ряд случаев, свободных от этого ограничения — см., напр., разделы 2.8 и 3.3 диссертации. Было бы правильно отметить это обстоятельство как в автореферате, так и в разделе «Введение» самой диссертации.

2. При исследовании современных уравнений в частных производных классификации подлежат не только сами уравнения, но и их решения. Безусловно, определение функционального пространства, которому принадлежит решение, дает достаточную информацию о его природе, однако читателю для лучшего понимания имело бы смысл знать, какое место в привычной шкале «классические решения — сильные решения — слабые решения — решения в смысле обобщенных функций» занимают решения, найденные диссертантом. Если же для уравнений, не разрешенных относительно старшей производной, указанная шкала каким-то образом модифицируется, то тем более это надо было указать в диссертации.

3. Функциональное пространство $W_{2,\gamma}^{l,r}(G)$ строго определено в диссертации (Определение 2 на стр. 9), но в автореферате описывается только словами — «анизотропное соболевское пространство с экспоненциальным весом». Это словесное описание много дает для понимания объекта, но лучше было бы включить в автореферат и строгое определение. Хотя бы для пространства $W_{2,\gamma}^{2,4}(\mathbb{R}_{++}^{n+1})$.

Приведенные замечания носят методологический, технический и редакционный характер. Фактически все они представляют собой советы, как можно было бы подчеркнуть несомненные достоинства диссертационного исследования. Ни одно из этих замечаний (равно как и все они в совокупности) не снижает ценности полученных результатов и не меняет безусловно положительной оценки диссертации.

Рецензируемая диссертация является самостоятельной завершенной научно-исследовательской работой. Все утверждения диссертации снабжены доказательствами. Доказательства являются строгими, выводы — обоснованными. Методы исследований, применяемые диссертантом, являются современными. Работа выполнена на высоком уровне на актуальную в научном и практическом отношении тему. Она содержит новые научные ре-

зультаты, которые являются конструктивным вкладом в теорию псевдогиперболических уравнений.

Основные результаты проведенных исследований правильно отражены в автореферате и опубликованы в достаточно полном объеме — четыре работы опубликованы в журналах, включенных в базу данных Scopus и находящихся на втором уровне Белого списка. В трех из указанных публикаций диссертант является единственным автором, а в четвертой вклады соавторов строго разделены, и результаты, принадлежащие второму соавтору, не включены в диссертацию и не выносятся на защиту.

Результаты диссертации могут найти применение в исследованиях, проводимых в Московском, Иркутском, Воронежском, Челябинском государственных университетах, Российском университете дружбы народов.

Представленная диссертация удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 — Дифференциальные уравнения и математическая физика, а ее автор, Шеметова Валентина Владимировна, заслуживает присуждения ей искомой ученой степени.

Настоящий отзыв заслушан и одобрен на заседании Математического института им. С.М. Никольского РУДН от 04 мая 2026 г., протокол № 0200-51-БУП-2

Директор Математического института
им. С. М. Никольского РУДН,
доктор физико-математических наук



Муравник Андрей Борисович

Профессор Математического института
им. С. М. Никольского РУДН,
доктор физико-математических наук



Россовский Леонид Ефимович

Подписи Муравника Андрея Борисовича и Россовского Леонида Ефимовича заверяю.

Учёный секретарь Учёного совета
факультета физико-математических
и естественных наук, к.ф.-м.н.



Зарядов И.С.

Сведения о ведущей организации

Полное наименование: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы"

Сокращенное наименование: РУДН

Почтовый адрес: 117198, Российская Федерация, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Телефон: +7 (499) 936-87-87

Адрес электронной почты: rudn@rudn.ru

Адрес официального сайта: <https://www.rudn.ru/>