

"УТВЕРЖДАЮ"
Директор ИМ СО РАН
чл.-корр. РАН



ОТЗЫВ

ведущей организации Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук на диссертационную работу Петренко Павла Сергеевича "Управляемость и устойчивость систем дифференциально-алгебраических уравнений", представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Диссертация посвящена изучению обыкновенных дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной. Зачастую уравнения такого типа в литературе называются дифференциально-алгебраическими уравнениями. Основными вопросами, изучаемыми в диссертации, являются управляемость, наблюдаемость, стабилизируемость и устойчивость.

Обыкновенные дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной, возникают при решении многих теоретических и прикладных задач. Примерами таких уравнений являются знаменитые уравнения Клеро и Лагранжа, изучавшиеся еще в XVIII веке. Однако систематические исследования различных классов уравнений, не разрешенных относительно производной, начались сравнительно недавно, — во второй половине прошлого столетия. Интерес к изучению уравнений такого типа был обусловлен многочисленными приложениями в задачах оптимального управления и теории автоматического регулирования, гидродинамики и механики, робототехнике и химической кинетики и др. Большой вклад в развитие теории дифференциально-алгебраических уравнений внесен отечественными математиками, в частности, представителями иркутской математической школы (Ю.Е. Бояринцев, Н.А. Сидоров, В.Ф. Чистяков, А.А. Щеглова и др.).

В настоящее время имеется очень большое число работ, посвященных изучению различных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, не разрешенных

относительно производной. В частности, изучению таких фундаментальных проблем, как управляемость, наблюдаемость и устойчивость. Однако бо́льшая часть проведенных исследований связана с линейными уравнениями с постоянными коэффициентами. А имеющиеся работы по изучению задач для нелинейных уравнений и для неавтономных линейных уравнений выполнены при достаточно жестких ограничениях. В представленной диссертации указанные задачи рассматриваются для новых классов систем неавтономных линейных уравнений и систем нелинейных уравнений, не разрешенных относительно производной, при существенно меньших ограничениях на структуру и индекс систем. Поэтому тема исследований является важной и представляет большой интерес.

Остановимся кратко на содержании диссертации, состоящей из введения, трех глав и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 134 страницы.

Во введении автор приводит краткую историческую справку, дает обзор литературы, определяет цели исследований, излагает основные результаты, вынесенные на защиту, описывает структуру диссертации.

Первая глава диссертации состоит из трех разделов и посвящена обсуждению эквивалентных структурных форм для рассматриваемых в диссертации классов систем обыкновенных дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной. В первом разделе рассматривается линейная система дифференциально-алгебраических уравнений

$$A(t)x'(t) + B(t)x(t) + U(t)u(t) = 0, \quad t \in I = [0, \infty), \quad (1)$$

$$y(t) = C(t)x(t), \quad (2)$$

где $A(t)$, $B(t)$ — матрицы размера $n \times n$, $U(t)$, $C(t)$ — матрицы размеров $n \times l$, $m \times n$ соответственно, $u(t)$ — вектор-функция управления, $y(t)$ — наблюдаемый выход, $x(t)$ — искомая вектор-функция. Предполагается, что $\det A(t) \equiv 0$, $t \in I$. В этом разделе приводятся вспомогательные сведения, касающиеся построения эквивалентной структурной формы системы (1), используемые в дальнейшем.

Во втором разделе рассматривается нелинейная система дифференциально-алгебраических уравнений вида

$$F(t, x(t), x'(t), u(t)) = 0, \quad t \in (a - \varepsilon, a + \varepsilon), \quad (3)$$

где n -мерная гладкая вектор-функция $F(t, x, y, u)$ определена в некотором шаре B , $u(t)$ — l -мерная вектор-функция управления, $x(t)$ — искомая n -мерная вектор-функция. Предполагается, что

$$\det \left(\frac{\partial F(t, x, y, u)}{\partial y} \right) \equiv 0, \quad (t, x, y, u) \in B.$$

В этом разделе также приводятся вспомогательные сведения, касающиеся построения эквивалентной структурной формы системы (3), используемые в дальнейшем.

В третьем разделе рассматривается сопряженная к (1), (2) линейная система дифференциально-алгебраических уравнений

$$(A^T(t)z(t))' - B^T(t)z(t) + C^T(t)\hat{u}(t) = 0, \quad (4)$$

$$\hat{y}(t) = U^T(t)z(t), \quad t \in I. \quad (5)$$

Автором построена эквивалентная структурная форма для этой системы и доказана теорема о разрешимости задачи Коши.

Вторая глава диссертации состоит из пяти разделов и посвящена изучению качественных свойств решений линейных систем дифференциально-алгебраических уравнений.

В первом разделе получены условия R -управляемости системы (3) и R -наблюдаемости сопряженной системы (4), (5). Автором доказан также аналог теоремы о двойственности. Во втором разделе получены достаточные условия стабилизируемости системы (1) и предложен алгоритм синтеза стабилизирующего управления. В третьем разделе получены достаточные условия детектируемости системы (1) со скалярным выходом (2). В четвертом и пятом разделах получены критерии приводимости и правильности линейных систем дифференциально-алгебраических уравнений вида (1).

Третья глава диссертации состоит из четырех разделов и посвящена изучению качественных свойств решений нелинейных систем дифференциально-алгебраических уравнений вида (3) по первому приближению.

В первом разделе изучаются условия локальной R -управляемости системы (3) в ноль. Во втором разделе получены условия локальной R -наблюдаемости системы (3) с выходной функцией $y(t) = \varphi(t, x(t))$. В третьем и четвертом разделах автором построена глобальная эквивалентная структурная форма для системы вида (3). Используя такую форму и опираясь на теорему о разрешимости задачи Коши "в целом", автор доказывает теоремы о стабилизируемости и устойчивости нулевого решения системы (3) по первому приближению.

Методы исследования изученных задач во второй и третьей главах основаны на использовании эквивалентных структурных форм для рассматриваемых классов систем дифференциально-алгебраических уравнений, изложенных в первой главе.

По диссертации имеется несколько критических замечаний. Вначале укажем некоторые неточности.

1. На стр. 5 в формуле (0.3) во всех компонентах вектор-функции \mathcal{F}_r пропущена зависимость от $u(t)$.

2. На стр. 42 в формуле (1.3.24) перед вторым слагаемым следует изменить знак. Аналогичное замечание относится к формуле (3.1.18) на стр. 85 и ее следствию на стр. 86.

3. На стр. 46–47 не описан символ t_1 . По-видимому, в формуле (2.1.2) следует заменить определение $I = [0, \infty)$ на следующее $I = [0, t_1]$.

4. На стр. 57 в определении 2.9 следует заменить номер (5.1) на (1.1.1).

5. На стр. 81 в формуле (3.1.5) во всех трех равенствах следует убрать зависимость от аргументов (t, x, y, u) . Аналогичное замечание относится к формулам на стр. 112.

Приведем более существенное замечание.

6. Доказательство теорем о стабилизируемости и устойчивости нулевого решения систем вида (3) по первому приближению существенно опирается на теорему о разрешимости задачи Коши “в целом”. Но поскольку в диссертации рассматриваются неавтономные дифференциальные уравнения, то результат о глобальной разрешимости желательнее подавать более выпукло, поясняя при этом ключевые моменты в доказательстве и указывая хотя бы малую окрестность для допустимых начальных данных.

Указанные замечания не влияют на положительную оценку диссертации в целом. Автором диссертации проделана большая работа по изучению обыкновенных дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной. Им получено несколько новых результатов о R -управляемости, R -наблюдаемости, устойчивости, стабилизируемости и детектируемости для широких классов дифференциально-алгебраических уравнений.

Диссертация П.С. Петренко выполнена на высоком научном уровне. Полученные результаты носят теоретический характер и в дальнейшем могут применяться в научных исследованиях в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, в Новосибирском государственном университете, в Институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН, в Институте динамики систем и теории управления СО РАН и др.

Все результаты диссертации обоснованы полными доказательствами. По теме диссертации опубликовано 11 работ, из них 5 статей в журналах из списка изданий, рекомендованных ВАК. Результаты исследований докладывались на научных конференциях и семинарах. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Представленная диссертация удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, и ее автор Петренко Павел Сергеевич несомненно заслуживает присуждения указанной степени.

Отзыв обсужден на заседании лаборатории дифференциальных и разностных уравнений Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук 26 мая 2014 г.

Отзыв составил
главный научный сотрудник
лаборатории дифференциальных
и разностных уравнений
доктор физ.-мат. наук



4

В.М. Александров

