

## О Т З Ы В

официального оппонента Е. Л. Тонкова

о диссертации Д. В. Пономарева «Импульсно-скользящие режимы дифференциальных включений с приложением к динамике механических систем с трением», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

### Обзор основных работ по теме диссертации

Основным объектом изучения рассматриваемой диссертации является дифференциальное включение

$$\dot{x} \in F(t, x) + u, \quad (1)$$

подверженное управлению  $u = p(t, x)\delta_t$ , содержащему обобщенные функции. Строгому математическому обоснованию свойств такого непростого управляемого объекта посвящены монографии

Н. Н. Красовского и А. Н. Субботина, «Позиционные дифференциальные игры», Наука, 1974, 458 с.,

С. Т. Завалицин и А. Н. Сесекин, «Импульсные процессы. Модели и приложения», Наука, 1991, 225 с.,

В. А. Дыхты и О. Н. Самсонока, «Оптимальное импульсное управление с приложениями», ФИЗМАТМИТ, 2003, 256 с.,

и многие другие работы, содержащие различные точки зрения на математическую теорию таких управляемых систем. Особенно популярна эта тематика была в восьмидесятые годы прошлого столетия.

Исследование таких управляемых систем продолжается и в наше время, см., в частности, статьи

И. А. Финогенко, Д. В. Пономарев, «Дифференциальные включения с позиционными разрывными и импульсными управлениями» // Тр. ИММ УрО РАН, 2013

и Д. В. Пономарева, «Импульсно-скользящие режимы управляемых механических систем» // Вестник Удмуртского ун-та. Матем. Мех. Компьютер. науки. 2013, Т. 3, С. 65-78 и рассматриваемую диссертацию Д. В. Пономарева.

### Актуальность темы диссертации

Очевидные многочисленные приложения к задачам управления механическими системами с сухим трением сохраняют эту тематику актуальной и в наше время.

Отмечу попутно, что сравнительно недавно вышедшая в свет монография Коломбо *Colombeau J.F. Elementary introduction to new generalized functions*, Amsterdam: North Holland Math. Studies, 1985, 300 p.,

в которой рассматривается новая точка зрения на обобщенные функции, позволяющая корректно умножать их на разрывные функции, вполне возможно дополнит теорию импульсных процессов и приведёт к обновленной теории управления импульсами.

### Оценка содержания диссертации и ее завершенность

Диссертация Д. В. Пономарева состоит из введения, трёх глав, четырнадцати параграфов, заключения и списка литературы (76 наименований). Общий объем диссертации — 98 стр.

Среди наиболее интересных результатов диссертации отмечу следующие:

1. Теорема 1.4.1 на стр. 34, утверждающая при условиях В1-В3 существование допустимого процесса  $(x(t), u(t))$ , то есть процесса удовлетворяющего на заданном интервале времени условиям задачи

$$\dot{x} \in F(t, x) + B(t, x)u, \quad u(t) \in U(t, x(t)). \quad (2)$$

2. Теорема 1.4.3 на стр. 38 и теорема 1.5.1 на стр. 45 составляют основу диссертации и заслуживают особого внимания.

3. Представляет интерес и теорема 2.2.1 на стр. 62 об аппроксимации.

4. Так я уже отмечал, несомненным достоинством диссертации является подробное рассмотрение двухзвенного манипулятора на шероховатой горизонтальной плоскости (стр. 80–86).

В целом диссертация Д. В. Пономарева представляет подробное исследование по циклу вопросов, относящихся к теории импульсно-скользящих режимов дифференциальных включений, особый интерес представляет, в частности, исследование механических систем с сухим трением (см. главу 3).

### Критический анализ диссертации

Существенных недостатков в диссертации нет, но есть ряд редакционных замечаний и пожеланий по изложению текста диссертации.

1. В диссертации принята тройная нумерация выключенных формул, теорем, определений и т.д., для математических текстов имеющих небольшой объем, такая детализация непривычна и необоснованна.

2. В равенстве (1.1.5) на стр. 24 у функции  $f$  пропущен индекс  $k$ .

3. На стр. 23 (см. начало страницы) утверждается, что, решение в смысле А. Ф. Филиппова системы уравнений

$$\dot{x} = f(t, x), \quad (t, x) \in M \subset \mathbb{R}^n, \quad (3)$$

зависит от выбора значений векторного поля  $f(t, x)$  на измеримых (в смысле Лебега) множествах меры нуль, но это неверно: вспомним, что решением в смысле Филиппова системы уравнений (3) называется любое абсолютно непрерывное решение дифференциального включения

$$\dot{x} \in Q(t, x), \quad Q(t, x) = \bigcap_{\varepsilon > 0} \bigcap_{\text{mes } \mu = 0} \overline{\text{co}} f(t, \mathcal{O}_\varepsilon(x) \setminus \mu).$$

4. Формулировки условий (В1)-(В3) теоремы 1.1.5 на стр. 34, почему то вынесены в список основных предположений и впервые встречаются в тексте диссертации только на стр. 89. Это очень неудобно при чтении текста и требуется ещё догадаться, где эти условия "прячутся" в диссертации. Неясно, для чего это сделано.

5. В формулировке теоремы 1.4.2 на стр. 36 встречается фраза "...где функция  $x(t)$  является траекторией системы...". Функция и траектория — разные объекты и из не следует отождествлять.

## Выводы

Диссертация Д. В. Пономарева посвящена актуальным проблемам теории дифференциальных включений и теории управления. В диссертации получен ряд глубоких результатов, относящиеся к таким управляемым объектам. Основные утверждения диссертации ясно сформулированы и доказаны. Новизна полученных результатов проявляется как в методах исследований, так и в содержании доказанных утверждений. Работа обладает внутренним единством и завершенностью.

Оформление диссертации отвечает современным типографским требованиям. Результаты диссертации опубликованы в полном объеме в двенадцати работах, четыре из которых опубликованы в журналах, включенных во Всероссийский математический портал (<http://www.mathnet.ru>).

Автореферат диссертации полностью отражает её содержание.

Считаю, что совокупность результатов диссертации Д. В. Пономарева «Импульсно-скользящие режимы дифференциальных включений с приложением к динамике механических систем с трением» можно квалифицировать как оригинальную научную работу, результаты которой представляют существенное развитие теории скользящих режимов дифференциальных включений и имеют очевидное прикладное значение.

Считаю, что диссертация Д. В. Пономарева удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 (дифференциальные уравнения, динамические системы, оптимальное управление). Считаю, что Денис Викторович Пономарев вполне заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Заведующий кафедрой дифференциальных  
уравнений Удмуртского государственного университета,  
доктор физико-математических наук, профессор



Е.Л. Тонков

Подпись Е.Л. Тонкова заверяю,  
проректор УдГУ по научной работе и инновациям,  
доктор биологических наук,  
профессор



И. В. Меньшиков

02 июня 2014 года