

В работе получены следующие результаты.

1. Доказана теорема о существовании идеального импульсно-скользящего режима дифференциальных включений с выпуклой правой частью. Для описания идеальных импульсно-скользящих режимов получено дифференциальное включение с разрывными позиционными управлениями и разработан метод многозначного эквивалентного управления. Установлены условия, при которых любой импульсно-скользящий режим дифференциального включения с импульсным позиционным управлением в правой части является скользящим режимом этого же включения с ограниченными разрывными позиционными управлениями. Получены дифференциальные включения с разрывными позиционными управлениями для идеальных импульсно-скользящих режимов с матрицей при производных.
2. Изучена структура разрывных траекторий дифференциальных включений с изолированными в точке импульсами Дирака в правой части в зависимости от характера предельных переходов на последовательностях решений этого же включения при замене в нем импульса Дирака последовательностями его непрерывных аппроксимаций дельтаобразными функциями. Доказаны теоремы об аппроксимации импульсно-скользящего режима дифференциального включения последовательностями его непрерывных решений с дельтаобразными функциями в правой части.
3. Для механических систем с сухим трением, представленных уравнениями Лагранжа второго рода, установлены общие условия на ресурсы управления, при которых идеальный импульсно-скользящий режим является асимптотически устойчивым режимом декомпозиции с двумя различными типами разрывных позиционных управлений. Детально изучены условия комбинированного использования позиционных разрывных и импульсных управлений для уравнений движения линейного осциллятора с сухим трением и двухзвенного манипулятора на шероховатой плоскости.

Для исследований используются методы теории дифференциальных уравнений с разрывной правой частью, теории дифференциальных включений, многозначного анализа и элементы теории динамических систем с разрывными траекториями и импульсными воздействиями. Оригинальность подхода состоит в использовании аппроксимаций Иосиды для многозначных отображений, что позволяет эффективно использовать факты, известные для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Актуальность темы. Наличие эффекта "скольжения" у идеального импульсно-скользящего режима ставит естественный вопрос об описании идеального импульсно-скользящего режима дифференциальным уравнением с разрывной правой частью, для которого он был бы обычным скользящим режимом.

Круг задач, которые приводят к динамическим системам с разрывными позиционными управлениями, очень широк. Этим вопросам посвящено огромное число работ. Отметим задачи полной управляемости, слежения и стабилизации, которые решаются выводом системы на скользящий режим - основной режим их функционирования. Если же ресурсов управления не хватает, то скользящий режим под действием обычных позиционных управлений прекращается, и цель управления не достигается. Но эти же задачи могут решаться и с помощью позиционного импульсного управления, реализованного в виде импульсно-скользящего режима. Поэтому представляет интерес комбинированное использование разрывных позиционных управлений и импульсных позиционных управлений: в тех областях, где не хватает ресурсов обычных управлений, использовать импульсно-скользящие режимы.

Таким образом, исследуемые в диссертации задачи актуальны как для распространения методов импульсного позиционного управления на более широкий круг задач, так и для развития существующей теоретической базы для решения типичных задач теории разрывных систем управления.

Научная новизна. В работе новой является сама постановка задачи об описании идеальных импульсно-скользящих режимов систем с импульсным позиционным управлением как скользящих режимов разрывных систем с разрывными позиционными управлениями. Для этой задачи разработаны более общие, чем известные ранее, методы изучения импульсно-скользящих режимов дифференциальных включений с применением многозначного анализа. Так, многозначный аналог метода эквивалентных управлений ранее не использовался. Не применялся также подход, основанный на непрерывных однозначных аппроксимациях Иосиды, который позволяет эффективно использовать для исследований известные в теории дифференциальных уравнений с импульсами факты. В результате были получены и обоснованы новые теоремы о взаимосвязях скользящих и импульсно-скользящих режимов дифференциальных включений. Доказана новая теорема об аппроксимации импульсно-скользящего режима системы последовательностями решений этой же системы при замене в ней импульсных воздействий на непрерывные. На задачах управления механическими системами с сухим трением показана принципиальная возможность комбинированного использования позиционных импульсных и разрывных позиционных управлений.

Теоретическая и практическая ценность. В диссертации развит подход к изучению импульсно-скользящих режимов систем, полученных в результате процедуры дискретизации импульсного позиционного управления, основанный на их описании системами с разрывными позиционными управлениями. Получены новые результаты об асимптотических свойствах импульсно-скользящих режимов дифференциальных включений и о замене в управлении идеального импульса Дирака его непрерывной аппроксимацией дельтаобразными функциями. Результаты диссертации могут применяться для исследования динамики конкретных систем управления.

Степень достоверности. Все утверждения диссертации являются полностью доказанными с использованием хорошо известных и достоверных фактов теории дифференциальных уравнений с разрывной правой частью, теории дифференциальных включений и многозначного анализа. Они опубликованы в рецензируемых научных журналах и прошли обсуждение на научных конференциях и семинарах.

Исследования по теме диссертации велись автором в течение 2009–2013 гг. в рамках плановых тем НИР Института математики, экономики и информатики ФГБОУ ВПО «ИГУ», а также были поддержаны проектом РФФИ № 10-01-00132а и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России», проект № 2012-1.2.1-12-000-1001-011.

Диссертация «Импульсно-скользящие режимы дифференциальных включений с приложением к динамике механических систем с трением» Пономарева Дениса Викторовича является законченной научно-исследовательской работой и свидетельствует о высокой математической квалификации ее автора. Полученные результаты представляют существенный вклад в развитие теории дифференциальных включений и ее приложений, получены соискателем самостоятельно и не нарушают авторских прав иных лиц.

Результаты диссертационного исследования были представлены на трех всероссийских и шести международных конференциях, а также неоднократно обсуждались семинарах ИДСТУ СО РАН и на семинаре кафедры дифференциальных уравнений и математического анализа ФГБОУ ВПО «ИГУ».

Материалы диссертации опубликованы в 12 печатных работах, среди которых 4 статьи — в журналах из списка, рекомендованного ВАК для опубликования результатов диссертации.

Основные результаты диссертации могут быть использованы при исследованиях в области дифференциальных включений и управляемых систем с импульсными воздействиями, проводимых в Институте динамики систем и теории управления СО РАН, Институте математики и механики УрО РАН, Удмурдском государственном университете, Иркутском государственном университете, Уральском федеральном университете им. Первого президента России Б.Н. Ельцина, Институте проблем управления РАН им. В.А. Трапезникова, Институте программных систем им. А.К. Айламазяна РАН, Российском университете дружбы народов им. Патриса Лумумбы, Тамбовском государственном университете им. Г.Р. Державина, Московском государственном университете им М.В. Ломоносова, Институте проблем передачи информации РАН им. А.А. Харкевича.

Диссертация «Импульсно-скользящие режимы дифференциальных включений с приложением к динамике механических систем с трением» Пономарева Дениса Викторовича удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, и рекомендуется к защите.

Заключение принято на расширенном заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений Института математики, экономики и информатики ФГБОУ ВПО «ИГУ».

Присутствовало на заседании 15 чел. Результаты голосования: «за» – 15 чел., «против» – 0 чел., «воздержалось» – 0 чел., протокол №6 от 20 февраля 2014 г.



Зав. кафедрой математического анализа и
дифференциальных уравнений,
д.ф.-м.н., профессор
Фалалеев Михаил Валентинович