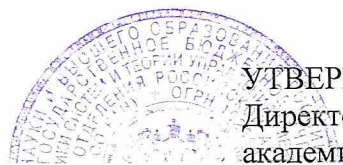


Минобрнауки России
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова
Сибирского отделения Российской академии наук
(ИДСТУ СО РАН)



УТВЕРЖДАЮ
Директор ИДСТУ СО РАН
академик

И.В. Бычков

«28» апреля 2026 г.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Федерального государственного бюджетного учреждения науки
Института динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова
Сибирского отделения Российской академии наук
на диссертационную работу Старицына Максима Владимировича
«Вариационный анализ задач оптимального управления
в бесконечномерных пространствах»
на соискание ученой степени доктора физико-математических наук
по специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика»

Диссертация **«Вариационный анализ задач оптимального управления в бесконечномерных пространствах»** выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова Сибирского отделения Российской академии наук (ИДСТУ СО РАН). В период подготовки диссертации соискатель **Старицын Максим Владимирович** работал в ИДСТУ СО РАН в должности ведущего научного сотрудника лаборатории 1.2 Оптимального управления.

В 2006 г. М.В. Старицын окончил Институт математики, экономики и информатики Иркутского государственного университета по специальности «Прикладная математика». В 2012 г. защитил кандидатскую диссертацию по специальности 05.13.01 в диссертационном совете Д 003.021.01 при ИДСТУ СО РАН, что подтверждается дипломом кандидата наук ДКН № 179776, выданным 11.03.2013 ВАК РФ.

Научный консультант – чл.-к. РАН, доктор физико-математических наук А.А. Толстоногов, заведующий отделением № 1 Эволюционных уравнений и управляемых динамических систем, советник директора ИДСТУ СО РАН.

Диссертация М.В. Старицына посвящена разработке общего подхода к вариационному анализу нелинейных задач оптимального управления на основе точных формул приращения целевого функционала, выводу необходимых условий оптимальности

позиционного типа в задачах управления нелокальными уравнениями неразрывности и баланса на пространствах мер, а также развитию элементов теории импульсного управления в среднем поле.

Актуальность темы диссертации. Проблема получения необходимых условий оптимальности высших порядков составляет один из фундаментальных вопросов математической теории управления дифференциальными уравнениями, который напрямую связан с эффективностью аналитического и численного анализа соответствующих задач. Для изучаемых в работе классов постановок подобные условия не были получены ранее.

Формализм дифференциальных уравнений и результаты теории управления на пространствах мер полезны для анализа динамики ансамблей, мультиагентных систем и сплошных сред, а также сосредоточенных объектов в условиях неопределенности. Уравнения баланса возникают при описании открытых мультиагентных систем и имеют широкий спектр приложений, однако соответствующие разделы теории управления практически не развиты: в нелокальном случае не был получен даже принцип максимума Понтрягина.

Задачи импульсного управления образуют специальный класс постановок, в которых траектории близки к разрывным функциям времени; перенос соответствующих результатов на уравнения на пространствах мер ранее не был выполнен.

Научную новизну и значимость составляют следующие основные результаты исследования, выносимые на защиту:

1. Предложен общий подход к вариационному анализу нелинейных задач оптимального управления без фазовых ограничений, основанный на канонической линеаризации и точных представлениях приращения целевого функционала.
2. Для задач оптимального управления обыкновенными дифференциальными уравнениями на банаховом пространстве, а также нелокальными уравнениями неразрывности на пространствах мер получены точные формулы приращения функционала и позиционные условия оптимальности, проведено их сопоставлению с каноническими условиями типа Понтрягина.
3. Для управляемых нелокальных уравнений баланса на пространстве неотрицательных мер предложен метод редукции к уравнению неразрывности на пространстве вероятностных мер. Метод применим к системам с полулинейным источником и позволяет перенести на такие задачи аппарат позиционного вариационного анализа.
4. Для вырожденной задачи управления нелокальным уравнением неразрывности на пространстве вероятностных мер построено импульсно-траекторное расширение в классе

функций ограниченной вариации. Поставлена задача оптимального импульсного управления в среднем поле.

5. Для задачи импульсного управления в среднем поле найден явный вид сопряженной системы принципа максимума Понтрягина (ПМП). Получена новая форма ПМП, допускающая численную интерпретацию и сопоставление с позиционными условиями экстремума.

Теоретическая значимость работы определяется результатами в области математической теории оптимального управления нелинейными дифференциальными уравнениями. В диссертации установлены фундаментальные связи между точными формулами приращения функционала, позиционными условиями экстремума, принципом максимума Понтрягина и условиями высших порядков. Полученные результаты расширяют аппарат вариационного анализа на класс задач, для которых соответствующая теория ранее либо отсутствовала, либо была развита лишь частично. Совокупность полученных результатов можно рассматривать как законченную теорию позиционного экстремума в нелинейных задачах оптимального управления без фазовых ограничений.

Практическая значимость связана с проблематикой численного решения задач динамической оптимизации. Полученные необходимые условия оптимальности могут служить основой вычислительных процедур спуска в широком классе задач управления сосредоточенными и распределенными системами, включая постановки, в которых не прямые методы не были реализованы ранее.

Основные результаты диссертационного исследования были получены при выполнении следующих научных проектов: базовые проекты Программы фундаментальных исследований СО РАН № I.1.4.1. «Эволюционные уравнения и управляемые системы: теория, численный анализ и приложения» (2017–2020 гг.); FWEW-2021-0002 «Теория и методы исследования эволюционных уравнений и управляемых систем с их приложениями» (2021–2025 гг.); проекты, поддержанные грантами научных фондов: «Динамические системы в пространствах мер и задачи импульсного управления» (РФФИ 18-31-20030_мол_а_вед, 2018–2020 гг.), «Непрямые численные методы решения задач оптимального управления в пространствах мер» (РНФ 23-21-00161, 2023–2024 гг.).

Достоверность и обоснованность полученных в диссертации результатов подтверждается строгими математическими доказательствами сформулированных утверждений, корректным использованием аппарата функционального анализа, теории дифференциальных уравнений, оптимального управления и анализа на пространствах мер, согласованностью полученных результатов с ранее известными частными случаями и их апробацией в опубликованных работах автора.

Полнота изложения результатов диссертации в научных работах, опубликованных соискателем, подтверждается перечнем основных работ, включающим следующие статьи.

Публикации в журналах, рекомендованных ВАК:

1. Погодаев Н. И., Самсонок О. Н., Старицын М. В. О точной форме позиционного принципа минимума В. А. Дыхты в нелинейных задачах управления // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2025. Т. 54. С. 48–63.
2. Гончарова Е. В., Погодаев Н. И., Старицын М. В. Точные формулы приращения целевого функционала в задаче оптимального управления линейным уравнением баланса // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2025. Т. 51. С. 3–20.
3. Погодаев Н. И., Старицын М. В. Точные формулы приращения функционала и необходимые условия оптимальности, альтернативные принципу Понтрягина // Математический сборник. 2024. Т. 215, № 6. С. 77–110.
4. Старицын М. В., Погодаев Н. И., Гончарова Е. В. Принцип максимума Понтрягина и непрямой метод спуска в задаче оптимального импульсного управления нелокальным уравнением переноса // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2023. Т. 46. С. 66–84.
5. Погодаев Н. И., Старицын М. В. Нелокальные уравнения баланса с параметром в пространстве знакопеременных мер // Математический сборник. 2022. Т. 213, № 1. С. 69–94.
6. Старицын М. В., Погодаев Н. И. Об одном классе задач оптимального импульсного управления уравнением неразрывности // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2019. Т. 25, № 1. С. 229–244.

Публикации в журналах, индексируемых в международных базах Web of Science, SCOPUS:

7. Pogodaev N. I., Staritsyn M. V. Optimal Control of Nonlocal Balance Equations in the Space of Nonnegative Measures // Siberian Mathematical Journal. 2025. Vol. 66, No. 2. P. 576–593.
8. Chertovskih R., Pogodaev N., Staritsyn M., Aguiar A. P. Optimal Control of Diffusion Processes: Infinite-Order Variational Analysis and Numerical Solution // IEEE Control Systems Letters. 2024. Vol. 8. P. 1469–1474.
9. Chertovskih R., Pogodaev N., Staritsyn M. Optimal Control of Nonlocal Continuity Equations: Numerical Solution // Applied Mathematics & Optimization. 2023. Vol. 88. Art. 86.

10. Chertovskih R., Pogodaev N., Staritsyn M., Aguiar A. P. Optimal Control of Distributed Ensembles With Application to Bloch Equations // IEEE Control Systems Letters. 2023. Vol. 7. P. 2059–2064.
11. Staritsyn M., Pogodaev N., Chertovskih R., Pereira F. L. Feedback Maximum Principle for Ensemble Control of Local Continuity Equations: An Application to Supervised Machine Learning // IEEE Control Systems Letters. 2022. Vol. 6. P. 1046–1051.
12. Staritsyn M., Pogodaev N., Pereira F. L. Linear-Quadratic Problems of Optimal Control in the Space of Probabilities // IEEE Control Systems Letters. 2022. Vol. 6. P. 3271–3276.
13. Pogodaev N., Staritsyn M. Impulsive Control of Nonlocal Transport Equations // Journal of Differential Equations. 2020. Vol. 269, No. 4. P. 3585–3623.
14. Staritsyn M., Sorokin S. On Feedback Strengthening of the Maximum Principle for Measure Differential Equations // Journal of Global Optimization. 2020. Vol. 76, No. 3. P. 587–612.
15. Sorokin S., Staritsyn M. Numeric Algorithm for Optimal Impulsive Control Based on Feedback Maximum Principle // Optimization Letters. 2019. Vol. 13, No. 6. P. 1953–1967.
16. Staritsyn M. On «Discontinuous» Continuity Equation and Impulsive Ensemble Control // Systems & Control Letters. 2018. Vol. 118. P. 77–83.
17. Sorokin S., Staritsyn M. Feedback Necessary Optimality Conditions for a Class of Terminally Constrained State-Linear Variational Problems Inspired by Impulsive Control // Numerical Algebra, Control and Optimization. 2017. Vol. 7, No. 2. P. 201–210.
18. Goncharova E., Staritsyn M. Optimal Control of Dynamical Systems with Polynomial Impulses // Discrete and Continuous Dynamical Systems. 2015. Vol. 35, No. 9. P. 4367–4384.

Личный вклад автора диссертации. Все основные результаты, выносимые на защиту, получены соискателем лично. Из совместных работ в диссертацию включены только те результаты, которые принадлежат непосредственно автору, в том числе вывод точных формул приращения и позиционных принципов оптимальности во всех рассматриваемых задачах [1–3, 8, 10–12, 14, 15, 17]; постановки задач импульсного управления в среднем поле [4, 6, 13] и результаты о редукции для систем с импульсами высокого порядка [4, 6, 13, 18], а также импульсный вариант принципа Понтрягина [4, 13]; метод сведения уравнения баланса к уравнению неразрывности на основе барицентрической проекции [7]; метод декомпозиции гамильтонова уравнения [8], а также разбор примеров [2–7, 10–17].

Апробация научных работ соискателя подтверждена представлением результатов диссертационной работы на российских и международных научных конференциях, в том числе: «Мультиагентные системы: теория, приложения и машинное обучение» (МЦ Сириус, 2025), V Конференция математических центров России (Красноярск, 2025),

CONTROLO 2024 (Porto, Portugal, 2024), «Нелинейный анализ и экстремальные задачи» (Иркутск, 2018, 2022, 2024), CoDIT 2023 (Rome, Italy, 2023), CAO 2022 (Paris, France, 2022), CDC 2021 (Austin, TX, USA, online), CDC 2020 (Jeju Island, Republic of Korea, online), Crowds: Models and Control (CIRM, Marseille, France, 2019), OPTIMA-2018 (Petrovac, Montenegro, 2018), CAO 2018 (Yekaterinburg, Russia, 2018), Optimal Control and Dynamic Games (Vienna, Austria, 2018), Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (Saint Petersburg, Russia, 2017) и др.

Соответствие паспорту специальности. Основные результаты диссертационной работы М.В. Старицына соответствуют специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика», в частности, результаты о позиционных условиях экстремума, принципе максимума Понтрягина, редукции задач управления и импульсно-траекторных расширениях относятся к направлению «дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений в задачах оптимального управления и вариационного исчисления». Результаты, касающиеся нелокальных уравнений неразрывности и баланса на пространствах мер, относятся к направлениям «общая теория дифференциальных уравнений и систем» и «нелинейные дифференциальные уравнения и системы нелинейных дифференциальных уравнений».

Диссертационное исследование М.В. Старицына является завершенной, самостоятельной научно-исследовательской работой, подводящей итог многолетним исследованиям соискателя. Полученные результаты можно квалифицировать как совокупность новых научных положений и методов, имеющих существенное значение для развития теории дифференциальных уравнений и оптимального управления.

Диссертация соответствует требованиям ВАК РФ, предъявляемым к докторским диссертациям, не содержит заимствованного материала без ссылок на автора и (или) источник заимствования.

Диссертационная работа Старицына Максима Владимировича «Вариационный анализ задач оптимального управления в бесконечномерных пространствах» рекомендуется к защите на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика».

Обсуждение диссертации проведено на заседании Объединенного семинара ИДСТУ СО РАН (протокол от 26.03.2026 № 2).

Заключение принято на заседании Ученого совета ИДСТУ СО РАН. На заседании присутствовало 20 чел. Результаты голосования: «за» – 20 чел., «против» – 0, «воздержались» – 0 (протокол от 28.04.2026 № 2).

Председатель Ученого совета,
директор ИДСТУ СО РАН
академик


И.В. Бычков