

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
ИНСТИТУТ ДИНАМИКИ СИСТЕМ И ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ  
имени В.М. Матросова  
Сибирского отделения Российской академии наук**

## **ЛЯПУНОВСКИЕ ЧТЕНИЯ**

**5 – 7 декабря 2017 года**

**Материалы конференции**



**Иркутск – 2017**

*Научное издание*

Материалы конференции «Ляпуновские чтения» (г. Иркутск, 5–7 декабря 2017 г.). – Иркутск: ИДСТУ СО РАН, 2017. – 66 с.

Сборник содержит тезисы докладов, представленных на конференции «Ляпуновские чтения» (г. Иркутск, 5–7 декабря 2017 г.). Конференция организуется с целью обсуждения актуальных результатов исследований научных сотрудников, аспирантов и студентов старших курсов по направлениям:

- Теория и методы исследования эволюционных уравнений и динамических систем с приложениями;
- Качественная теория и методы управления с приложениями;
- Методы математической физики в задачах теории поля, газовой и плазменной динамики;
- Теория, алгоритмы и вычислительные технологии решения задач оптимизации и исследования операций;
- Теоретические основы и технологии организации распределенных и высокопроизводительных вычислительных систем;
- Теоретические основы и технологии организации информационно-телекоммуникационных инфраструктур;
- Методы, технологии и сервисы формирования информационно-аналитических, геоинформационных, вычислительных и программноаппаратных систем в различных предметных областях (в том числе для поддержки комплексных междисциплинарных научных исследований).

# РЕДУКЦИИ И СЕМЕЙСТВА СПЕЦИАЛЬНЫХ ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ\*

Св.С. Орлов

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[s.orlov@icc.ru](mailto:s.orlov@icc.ru)

Рассматривается квазилинейное параболическое уравнение

$$T_t = \nabla_x \cdot [k(T) \nabla_x T], \quad k(T) = k_0 T^\sigma, \quad (1)$$

где  $T \triangleq T(t, \mathbf{x}) : \mathbf{R}_{\geq 0} \times \mathbf{R}^{1+v} \rightarrow \mathbf{R}_{\geq 0}$ ,  $k_0, \sigma \in \mathbf{R}_{>0}$ ,  $v \in \mathbf{Z}_{\geq 0}$ . Это уравнение описывает многие процессы, встречающиеся в задачах тепло- и массопереноса, теории горения и взрыва, фильтрации жидкости и газа, химической кинетике, биологии и т.д. В литературе (1) часто называют *уравнением нелинейной диффузии, теплопроводности или нестационарной фильтрации* [1, 2].

Замена  $u(t, \rho) = [T(t, \mathbf{x})]^\sigma$ , где  $\rho \triangleq \|\mathbf{x}\| = (x_1^2 + \dots + x_{1+v}^2)^{1/2}$ , приводит (1) к одномерному уравнению

$$u_t = uu_{\rho\rho} + \frac{u_\rho^2}{\sigma} + \frac{vu}{\rho} u_\rho, \quad (2)$$

в котором  $u$  – новая искомая функция, зависящая от времени  $t \geq 0$  и скалярной переменной  $\rho \geq 0$ . С позиции задачи теплопроводности уравнение (2) описывает распространение тепловых возмущений с течением времени в пространстве  $\mathbf{R}^{1+v}$  (в зависимости от выбора  $v \in \mathbf{Z}_{\geq 0}$ : на прямой, на плоскости, в трехмерном пространстве и т.д.) симметрично относительно начала координат.

Настоящая работа посвящена поиску точных решений типа тепловой волны [2, 3] уравнения (2), удовлетворяющих условию

$$u(t, \rho)|_{\rho=f(t)} = 0, \quad (3)$$

где функция  $f \in C^k(\Gamma)$ ,  $\Gamma \subset \mathbf{R}_{\geq 0}$ ,  $1 \leq k \leq +\infty$ . Для построения таких решений использован так называемый *прямой метод Кларксона-Крускала (the Clarkson-Kruskal direct method)* [4]. В качестве основной конструкции рассматривается

$$u(t, \rho) = \Omega(t, \rho, v(\xi)), \quad \xi \triangleq \xi(t, \rho), \quad \xi_t \xi_\rho \neq 0.$$

Используемый подход позволяет получить редукции уравнения (2) к некоторому семейству нелинейных ОДУ относительно  $v(\xi)$ . Установлено, что процедура построения решений типа тепловой волны, удовлетворяющих условию (3), может быть сведена к начальным задачам для ОДУ второго порядка с вырождением. В работе получены точные решения типа тепловой волны, дополняющие перечень построенных автором ранее [5].

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. М.: Физматлит, 2005. 320 с.
2. Сидоров А.Ф. Избранные труды: Математика. Механика. М.: Физматлит, 2001. 576 с.
3. Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений. М.: Наука, 1987. 480 с.
4. Olver P.J. Direct reduction and differential constraints // Proc. of the Royal Society of London. 1994. Ser. A, Vol. 444. P. 509-523.
5. Казаков А.Л., Орлов Св.С. О некоторых точных решениях нелинейного уравнения теплопроводности // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2016. Т. 22, № 1. С. 102-113.

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проекты 16-01-00608, 16-31-00291.