ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ГИДРОДИНАМИКИ ИМ. М.А. ЛАВРЕНТЬЕВА
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Всероссийская конференция
с международным участием, посвященная 60-летию
Института гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД И ФИЗИКИ ВЗРЫВА

4-8 сентября 2017 г.

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Новосибирск
2017

4. Казаков А. Л., Кузнецов П. А. *Об одной краевой задаче для нелинейного уравнения теплопроводности в случае двух пространственных переменных.* СибЖИМ. 2014. Т. 17. №1. С. 46–54.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ (ФИЛЬТРАЦИИ)

А. Л. Казаков[1], *Св. С. Орлов*[1], *Л. Ф. Спевак*[2]

[1]*Институт динамики систем и теории управления СО РАН, Иркутск*
[2]*Институт машиноведения УРО РАН, Екатеринбург*

Уравнения нелинейной теплопроводности (фильтрации) в случае одной пространственной координаты при степенной зависимости коэффициента теплопроводности (фильтрации) от температуры (плотности) может быть записано в виде [1]

$$u_t = uu_{\rho\rho} + \frac{u_\rho^2}{\sigma} + \frac{\nu u}{\rho}\, u_\rho, \tag{1}$$

Здесь t — время, ρ — пространственная координата, u — искомая функция $\sigma > 0$ и $\nu = 0, 1, 2$ — константы.

Решения типа тепловой волны [2] являют собой интересный в связи с приложениями в механике сплошных сред класс решений (1). Наглядным их представлением служит конфигурация, состоящая из двух гиперповерхностей $u = \varphi(t, \rho) \geqslant 0$ (возмущенное решение) и $u \equiv 0$ (нулевой фон), непрерывно состыкованных вдоль некоторой достаточно гладкой кривой $\rho = f(t)$ (фронт тепловой волны).

Настоящая работа посвящена нахождению, а также качественному и количественному исследованию точных решений уравнения (1), являющихся тепловыми волнами, построение которых приводит к задачам Коши для нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, не разрешенных относительно старшей производной.

Проведен качественный анализ, установлены глобальные свойства и поведение найденных решений. В этой части исследование продолжает ранее выполненные работы авторов [3]. Получены результаты, которые позволяют описать глобальные свойства соответствующих тепловых волн.

Разработан алгоритм численного решения на основе граничноэлементного подхода, развиваемого авторами [4]. Численный анализ позволил верифицировать и уточнить качественные оценки.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 16-01-00608, 16-31-00291).

ЛИТЕРАТУРА

1. Vazquez J. L. *The Porous Medium Equation: Mathematical Theory.* Oxford: Clarendon Press, 2007.
2. Сидоров А. Ф. *Избранные труды: Математика. Механика.* М.: Физматлит, 2001.

3. Казаков А. Л., Орлов Св. С. *О некоторых точных решениях нелинейного уравнения теплопроводности.* Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2016. Т. 22. № 1. С. 102–113.

4. Kazakov A. L., Spevak L. F. *An analytical and numerical study of a nonlinear parabolic equation with degeneration for the cases of circular and spherical symmetry.* Applied Mathematical Modelling. 2016. V. 40. Iss. 2. Pp. 1333–1343.

ПРИМЕНЕНИЕ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ В ШАРЕ

С. Г. Казанцев

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

В настоящей работе конструируются полиномиальные векторные поля в шаре $\mathbb{B}^3$, служащие ортогональными базисами для следующих пространств Соболева, связанных с операторами ротор rot и дивергенция div:

$$\mathbf{H}(\nabla *) = \{\mathbf{v} \in \mathbf{L}_2 : \nabla * \mathbf{v} \in \mathbf{L}^2\}, \quad \mathbf{H}(\nabla * = 0) = \{\mathbf{v} \in \mathbf{H}(\nabla *) : \nabla * \mathbf{v} = 0\},$$

а также для соответствующих им подпространств с однородными граничными условиями:

$$\mathbf{H}_0(\nabla *) = \{\mathbf{v} \in \mathbf{H}(\nabla *) : \mathbf{n} * \mathbf{v} = 0 \text{ на } \mathbb{S}^2\},$$

$$\mathbf{H}_0(\nabla * = 0) = \{\mathbf{v} \in \mathbf{H}_0(\nabla *) : \nabla * \mathbf{v} = 0\}.$$

Здесь $\mathbf{n}$ есть единичный вектор внешней нормали на сфере $\mathbb{S}^2$, ∇ — оператор градиента, символ $*$ означает либо скалярное $\cdot$, либо векторное $\times$ произведения. При этом, соответственно, получаются операторы дивергенции $\operatorname{div} \equiv \nabla\cdot$ и ротора $\operatorname{rot} \equiv \nabla\times$.

Ранее в работе [1] для пространства $\mathbf{L}_2 \equiv \mathbf{L}_2(\mathbb{B}^3)$ векторных полей в единичном шаре был построен ортогональный базис из полиномиальных вектор-функций в соответствии с разложением Гельмгольца, т.е. с разделением базиса на три части — потенциальную, гармоническую и соленоидальную. В данной работе построены базисные поля для пространства $\mathbf{H}^1_0(\mathbb{B}^3)$, осуществляющие известное ([4]) ортогональное разложение однородного пространства $\mathbf{H}^1_0$. Этот базис применяется при решении краевой задачи для уравнения Стокса. Также приводятся решения краевых задач для системы rot – div и формулируются условия согласованности данных в этих краевых задачах. Рассматриваются различные спектральные задачи для дифференциальных операторов в шаре.

ЛИТЕРАТУРА

1. Derevtsov E. Yu., Kazantsev S. G., Schuster Th. *Polynomial bases for subspaces of vector fields in the unit ball. Method of ridge functions.* J. Inverse and Ill-Posed Problem. 2007. V. 15. № 1. Pp. 19–55.

2. Казанцев С. Г., Кардаков В. Б. *Векторные поля в шаре и разложение Гельмгольца.* XXXVI Дальневосточная Математическая Школа-Семинар имени академика Е.В. Золотова, 2012, Владивосток.

3. Алексеев Г. В. *Оптимизация в стационарных задачах тепломассопереноса и магнитной гидродинамики.* М.: Научный мир, 2010.