

Matrosov Institute for System Dynamics and Control Theory of SB RAS
Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS
Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics of UB RAS
Irkutsk State University

Proceedings of the 6th International Conference on
Nonlinear Analysis and Extremal Problems
(NLA-2018)
Irkutsk, Russia, June 25–30, 2018

Irkutsk
ISDCT SB RAS
2018

Nonlocal algorithms for one-dimensional search based on the Hólder condition*

Pavel Sorokovikov

Matrosov Institute for System Dynamics and Control Theory of SB RAS, Irkutsk, Russia
pave12301s@gmail.com

The problem of one-dimensional search for a global minimum of a nonconvex function often appears as an auxiliary for solving multidimensional optimization problems. Nonlocal methods for one-dimensional optimization have been developed by many specialists from Russia and foreign countries over many years. These methods can be conditionally divided into several groups, one of which consists of algorithms in which the objective function must satisfy the Lipschitz condition. Modifications of these algorithms based on the use of the Hólder condition are proposed in the paper. The developed modifications were implemented in the form of a library of algorithms performed in a single software standard. Multivariate computational experiments were performed, the analysis of which showed that the Hólder generalization of algorithms substantially increases their efficiency in some cases.

Keywords: nonlocal one-dimensional search, Hólder condition, global minimum, Yevtushenko's method, Piyavsky method, Strongin's method

Нелокальные алгоритмы одномерного поиска, основанные на условии Гёльдера

П. С. Сороковиков

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН, Иркутск, Россия
pave12301s@gmail.com

Задача одномерного поиска глобального минимума невыпуклой функции часто возникает в качестве вспомогательной при решении многомерных задач оптимизации. Нелокальные методы одномерной оптимизации в течение множества лет разрабатывались многими специалистами из России и зарубежных стран. Указанные методы можно условно разделить на несколько групп, одну из которых составляют алгоритмы, в которых целевая функция должна удовлетворять условию Липшица. В работе предложены модификации данных алгоритмов, опирающиеся на использование условия Гёльдера. Разработанные модификации реализованы в виде библиотеки алгоритмов, выполненных в едином программном стандарте. Выполнены многовариантные вычислительные эксперименты, анализ которых показал, что гёльдеровское обобщение алгоритмов, в ряде случаев, существенно увеличивает их эффективность.

* Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 17-07-00627.

Ключевые слова: нелокальный одномерный поиск, условие Гёльдера, глобальный минимум, метод Евтушенко, метод Пиявского, метод Стронгина

Рассматривается задача поиска глобального минимума невыпуклой функции одной переменной $f(x)$ на отрезке $[a, b]$

$$f(x) \rightarrow \min_x, x \in \mathbb{R}, a \leq x \leq b. \quad (1)$$

Методы одномерной глобальной оптимизации в течение множества лет разрабатывались многими специалистами из России и зарубежных стран. К одному из семейств указанных методов относятся алгоритмы, в которых целевая функция должна удовлетворять условию Липшица

$$|f(x_1) - f(x_2)| \leq L |x_1 - x_2|, \quad (2)$$

где x_1, x_2 – любые точки в интервале поиска, L – константа Липшица. Данные алгоритмы можно обобщить на случай, когда целевая функция удовлетворяет условию Гёльдера

$$|f(x_1) - f(x_2)| \leq G |x_1 - x_2|^{\frac{1}{N}}, \quad (3)$$

где G – константа Гёльдера, $N \in \mathbb{N}$ – показатель Гёльдера.

В работе предложены модификации нелокальных алгоритмов одномерного поиска, основанные на условии Гёльдера (3). Разработанные модификации реализованы в виде библиотеки алгоритмов на языке С с применением единых программных стандартов. В состав библиотеки включены модификации методов Ю.Г. Евтушенко [1,5], С.А. Пиявского [2], Р.Г. Стронгина [3,4], а также комбинированный алгоритм с использованием методов «парабол» и Р.Г. Стронгина в качестве базовых.

Для численного исследования свойств предложенных модификаций алгоритмов сформирована небольшая коллекция тестовых задач. С применением сформированной коллекции задач выполнены многовариантные вычислительные эксперименты, позволившие выявить наиболее конкурентоспособные варианты методов. Анализ произведенных экспериментов подтвердил, что обобщение алгоритмов, опирающихся на условие Гёльдера, дает, в ряде случаев, существенный эффект ускорения перед алгоритмами, основанными на традиционном условии Липшица.

Список литературы

- [1] Евтушенко Ю.Г. Методы поиска глобального экстремума // Исследование операций. 1974. № 4. С. 39–68.
- [2] Пиявский С.А. Один алгоритм отыскания абсолютного экстремума функций // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1972. № 12. С. 885–896.
- [3] Стронгин Р.Г. Численные методы в многоэкстремальных задачах (информационно-статистические алгоритмы). М.: Наука, 1978. 240 с.
- [4] Goryachih A. A class of smooth modification of space-filling curves for global optimization problems // Models, algorithms, and technologies for network analysis. 2016. P. 57–65.
- [5] Сороковиков П.С., Горнов А.Ю. Алгоритм одномерного поиска Евтушенко с автоматической оценкой константы Липшица // Материалы конф. «Ляпуновские чтения». Иркутск: ИДСТУ СО РАН. 2017. С. 50.