

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Черемных Елены Николаевны «Решение начально-краевых задач о совместном движении трех вязких теплопроводных жидкостей в плоском канале», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Представленная диссертация посвящена решению сопряженных начально-краевых задач для систем дифференциальных уравнений с частными производными параболического типа, описывающих совместное нестационарное движение трех вязких теплопроводных жидкостей в плоском канале. Исследование такого рода задач связано с большими математическими трудностями: нелинейность уравнений и граничных условий на поверхностях раздела, неизвестность областей определения решений. В связи с этим является актуальной задача качественного исследования уравнений подмоделей, содержащих меньшее число независимых переменных. В частности, точные решения всегда играли и продолжают играть огромную роль в формировании правильного понимания качественных особенностей многих явлений и процессов в различных областях естествознания. Эти решения часто используют в качестве «тестовых задач» для проверки корректности и оценки точности различных асимптотических, приближенных и численных методов, а также имеют чрезвычайно важное значение при изучении устойчивости течений.

Представленная диссертация состоит из введения, трех глав, краткого перечня основных результатов и списка литературы. Во введении дается обоснование актуальности работы, приведен обзор литературы по теме исследования, описана структура диссертации и изложены ее основные результаты. Приведена математическая формулировка начально-краевой задачи о движении трех несмешивающихся несжимаемых вязких теплопроводных жидкостей в плоских слоях.

Первая глава является вспомогательной. В пунктах 1.1, 1.2 даны известные определения и теоремы о преобразовании Лапласа и описан один из численных методов его обращения, используемый в диссертации. В пункте 1.3 доказано неравенство Фридрикса для множества, состоящего из трёх конечных отрезков. С помощью вариационного принципа определена наименьшая постоянная в правой части этого неравенства, что позволило

получить неулучшаемые априорные оценки решений рассмотренных далее в главах 2 и 3 задач.

Во второй главе исследуется сопряженная линейная начально-краевая задача, возникающая при совместном однонаправленном движении трёх вязких жидкостей под действием термокапиллярных сил и перепада давления. Найдено точное стационарное решение задачи. Решение нестационарной задачи получено в виде конечных аналитических формул в изображениях по Лапласу. Доказано, что если градиент давления в одной из жидкостей имеет конечный предел, то решение всегда выходит на стационарный режим с ростом времени и получена экспоненциальная оценка скорости сходимости с показателем, зависящим от физических свойств среды и толщины слоёв. Путём численного обращения преобразования Лапласа доказана сходимость к стационарному решению поля скоростей и возмущений температур для конкретных жидких сред.

Третья глава посвящена исследованию обратной начально-краевой задачи для системы дифференциальных уравнений с частными производными параболического типа, описывающей двумерное ползущее движение трех вязких теплопроводных жидкостей в плоском канале. Найдено точное стационарное решение. Решение нестационарной задачи получено в явном виде в изображениях по Лапласу. Доказаны теоремы о сходимости нестационарного решения к стационарному с ростом времени и получены экспоненциальные оценки скорости сходимости.

В заключении кратко сформулированы основные результаты диссертационной работы.

Следует высказать ряд замечаний к тексту диссертации. В первых предложениях второго абзаца на стр. 3 явная несогласованность слов, в связи с чем из контекста не совсем понятно о чем идет речь. Космические и современные технологии у автора на стр. 4 упоминаются почему-то в единственном числе. В формулах (6)—(9) на стр. 5 и 6 у функций  $u, v, \theta$  пропущен третий аргумент  $t$  (время), а в формулах (3.1.8)—(3.1.14) у функций  $w, v, a, b$  на стр. 61 наоборот вписан лишний аргумент  $x$ . В системе (3.1.1) на стр. 60 допущена путаница, а именно, вместе с уравнениями здесь выписан вид искомого решения, а в последнем уравнении этой же системы в правой части стоит ноль вместо произведения  $v \cdot u_{1yy}$ . Во всей диссертации вместо фразы «область, состоящая из трех отрезков» более приемлемой могла бы быть «множество, состоящее из трех отрезков». На стр. 11

утверждается, что основные результаты работы сформулированы в виде 11 теорем и утверждений, однако первые две теоремы являются классическими результатами теории преобразования Лапласа и поэтому не принадлежат автору диссертации, а утверждений, как отдельно сформулированных положений, в диссертации нет вообще, но есть одна лемма о вариационной задаче на стр. 20. Определение 3 на стр. 15 таковым не является. Сплошная нумерация теорем и замечаний в диссертации затрудняет их поиск в тексте работы.

Выявленные текстовые недочеты не являются основанием для снижения оценки диссертации. Диссертационная работа является завершенным научным исследованием, выполненном на высоком научном уровне.

По теме диссертации опубликовано 13 работ. Автореферат полно и правильно отражает содержание работы.

Учитывая актуальность тематики, новизну и практическое значение полученных результатов, считаю, что диссертация «Решение начально-краевых задач о совместном движении трех вязких теплопроводных жидкостей в плоском канале» удовлетворяет всем требованиям ВАК России, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор Е. Н. Черемных заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Заведующий кафедрой математического анализа  
и дифференциальных уравнений ИМЭИ ИГУ,  
доктор физико-математических наук, профессор



М.В. Фалалеев

« 5 » мая 2015 года

Почтовый адрес (рабочий): 664003, г. Иркутск, ул. Карла Маркса, 1.

Телефон рабочий: +7-(3952)-521-279, +7-(3952)-521-285, +7-(3952)-242-214.

Адрес электронной почты: [mihail@ic.isu.ru](mailto:mihail@ic.isu.ru).

Место работы: Института математики, экономики и информатики  
Иркутского государственного университета.

Должность: заведующий кафедрой математического анализа и  
дифференциальных уравнений.

