

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА
на диссертацию Кузнецова Павла Александровича
«Аналитические решения задачи об иницировании тепловой волны для
нелинейного уравнения теплопроводности», представленной на соискание
ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.02 – «дифференциальные уравнения, динамические системы
и оптимальное управление»

В диссертационной работе исследованы вопросы существования и единственности кусочно-аналитических решений задач об иницировании тепловой волны краевым режимом, заданным на замкнутой линии или поверхности, для нелинейного уравнения теплопроводности, а также проведено построение указанных решений в виде степенных рядов.

Теория теплопроводности находит самое широкое применение в различных областях науки и техники, что объясняет стабильную востребованность работ, посвященных данной тематике. Необходимость исследования процессов переноса тепла возникает, в частности, в станционной и промышленной энергетике при описании химико-технологических процессов типа горения. При этом, как правило, в основе математических моделей распространения тепла лежит дифференциальное уравнение теплопроводности. Данное уравнение также используется при описании фильтрации жидкости и газа в пористой среде, что актуально для гидрогеологии, а также геологии углеводородов.

В качестве объекта исследования автором диссертации выбрано нелинейное уравнение теплопроводности при степенной зависимости коэффициента теплопроводности от температуры. Этот случай часто рассматривается в научной литературе в связи с тем, что является весьма востребованным в приложениях.

Одним из интересных классов кусочно-гладких решений уравнения теплопроводности (как в линейном, так и нелинейном случае) являются тепловые волны, распространяющиеся по холодному фону с конечной скоростью. Первые подобные решения для уравнения, рассматриваемого в диссертации, упоминаются в работах Я.Б. Зельдовича и Г.И. Баренблатта. Первые теоремы существования для соответствующих краевых задач были доказаны О.А. Олейник и ее учениками. Среди авторов, которые занимались изучением данной проблематики, можно упомянуть также А.А. Самарского, В.А. Галактионова, Х.Л. Васкеса и ряд других известных специалистов.

Отдельно необходимо отметить исследования по построению нелинейных тепловых волн в классе кусочно-аналитических функций, проводившиеся А.Ф. Сидоровым и представителями его научной школы в конце прошлого – начале нынешнего века. Результаты, полученные в представляемом диссертационном исследовании, продолжают результаты А.Ф. Сидорова и его учеников.

Диссертационная работа посвящена рассмотрению наименее изученного в работах предшественников случая, когда краевой режим, иницирующий тепловую волну, задан на замкнутой поверхности. Такая постановка задачи выглядит весьма содержательной с точки зрения возможных приложений, поскольку в этом случае выполняется нагрев ограниченной области, а не полупространства.

Диссертация изложена на 139 страницах, состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы (153 источника) и пяти приложений.

Во введении автор приводит библиографический обзор по теме исследования, обосновывает актуальность выбранной темы, формулирует основные определения. Также во введении дано краткое описание содержания диссертации, указаны цели работы. Приведен внушительный перечень российских и международных конференций и семинаров, на которых докладывались вынесенные на защиту научные результаты диссертации, также сформулированные во введении.

Первая глава, состоящая из пяти разделов, посвящена исследованию задачи об иницировании тепловой волны краевым режимом, заданным на круговом цилиндре либо сфере. Общая схема исследования этой и последующих задач, рассмотренных в диссертации, следующая:

- формулировка и доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения (с использованием метода мажорант, без построения самого решения);
- построение решения в виде двойного ряда по степеням физических переменных, коэффициенты которого определяются рекуррентно при решении систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с трехдиагональными матрицами;
- обоснование утверждения о том, что при определенных ограничениях на исходные данные построенное решение является аналитической тепловой волной.

Эта схема реализуется в первых трех разделах первой главы. В четвертом разделе сделаны численные расчеты, выполненные с использованием отрезков построенных ранее рядов, и проведено их сравнение с вычислениями, выполненными на основе метода граничных элементов Л.Ф. Спеваком. Сравнение показало удовлетворительное соответствие результатов, что свидетельствует о принципиальной возможности применения полученных в диссертации решений для проведения и верификации численных экспериментов.

В пятом разделе полученные результаты обобщаются на случай трех пространственных переменных, при этом производится переход в сферическую систему координат.

Во второй главе представлены результаты исследования задачи для случая произвольной двумерной звездной области с замкнутой достаточно гладкой границей, при этом выполнен переход в полярную систему координат.

Третья глава посвящена исследованию задачи об иницировании тепловой волны краевым режимом, заданным на границе звездной области в пространстве R^3 . Соответственно, в рассматриваемом уравнении выполнен переход в сферическую систему координат. Здесь обобщаются результаты, полученные в пятом разделе первой главы.

Для задач, рассмотренных в главах 2 и 3, реализована схема исследования, приведенная выше. Хотя эти главы по объему существенно уступают первой главе, они не менее важны и содержательны с научной точки зрения.

Заключение содержит выводы по диссертационной работе.

В список литературы включены работы периода XIX–XXI веков (от 1822 до 2014 г.) на русском, английском и французском языках. Это свидетельствует о том, что автор весьма добросовестно и аккуратно отнесся к библиографической работе.

В приложения вынесены некоторые вспомогательные выкладки.

По диссертации имеются следующие замечания.

1. В качестве основного метода исследования автором выбран метод степенных рядов. Возможность же использования других методов (например, методов функционального анализа) для нахождения решений в диссертации, к сожалению, не рассматривается.
2. В работе доказано существование решений вышеописанных задач в виде сходящихся степенных рядов, но не указана область сходимости этих рядов и каким будет поведение решения вне ее; не исследуется возможность существования ли какие-либо других решений, помимо аналитических. Хотя эти вопросы представляют большой интерес (в том числе, и для приложений), они в диссертации не затрагиваются.
3. Примеры, приведенные в разделе 1.4, выполнены лишь для самых простых случаев (цилиндрическая и сферическая симметрия, с постоянным радиусом) и носят характер иллюстраций. Более серьезное тестирование, по всей видимости, автором не проводилось.
4. Результаты вычислений сравниваются с результатами работы другого метода для решения той же задачи, но следовало бы сравнить их с известными точными решениями для оценки погрешности вычислений.
5. Можно было бы перенести результаты раздела 1.5 первой главы в третью главу, исследуя случай трех пространственных переменных.
6. Диссертация содержит некоторое количество опечаток, которые, впрочем, не искажают сути написанного.

Сделанные замечания не снижают ценности полученных результатов и не влияют на положительную оценку диссертации в целом, а являются, скорее, пожеланиями на будущее.

Подводя итог, можно на основе изучения диссертации и опубликованных работ по теме диссертации утверждать, что диссертация написана автором самостоятельно и представляет собой законченное научное исследование. Диссертационная работа написана на высоком научном уровне, посвящена исследованию актуальной задачи и содержит новые научные результаты, а именно:

1. доказаны новые теоремы существования и единственности аналитических решений задач об иницировании тепловой краевым режимом, заданным на замкнутых достаточно гладких поверхностях, ограничивающих звездные области;
2. построены решения в виде двойных рядов по степеням физических переменных, для коэффициентов рядов получены рекуррентные формулы;
3. на основе отрезков рядов выполнены иллюстрирующие численные расчеты, полученные результаты использованы для верификации расчетов, использующих метод граничных элементов.

Доказательства всех утверждений соответствуют современному уровню математической строгости.

В работе последовательно рассмотрены задачи различной (от единицы до трех) размерности, при этом каждая последующая не сводится к предыдущей, а исследование проводится по единой схеме. Все это говорит о завершенности и внутреннем единстве работы.

Диссертационное исследование носит теоретический характер. Полученные результаты и научные выводы можно использовать при разработке спецкур-

сов для студентов-математиков.

Диссертация соответствует паспорту специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, пункт 5: нелинейные дифференциальные уравнения и системы нелинейных дифференциальных уравнений, и пункт 6: аналитическая теория дифференциальных уравнений.

Диссертация соответствует критериям, установленным Положением о порядке присуждения ученых степеней, в частности, в ней содержится решение задачи, имеющие существенное значение для развития теории дифференциальных уравнений в частных производных.

Основные результаты диссертации опубликованы в 14 печатных работах, среди которых 1 статья – в журнале, индексируемом в Scopus, 3 статьи в журналах, рекомендованных ВАК для опубликования результатов диссертаций. Результаты, представленные в диссертации, прошли надлежащую апробацию и поддержаны грантами РФФИ № 14-01-31175 мол_а; ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 годы» ГК П696 от 20.05.2010 в 2010–2012 годах; грантом Института математики, экономики и информатики ИГУ при поддержке «Программы стратегического развития ФГБОУ ВПО ИГУ на 2012–2016 годы».

Автореферат полностью отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертационная работа Кузнецова Павла Александровича удовлетворяет всем требованиям ВАК Министерства образования и науки РФ, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент:
старший научный сотрудник
отдела прикладной математики
Института систем энергетики
им. Л.А. Мелентьева СО РАН,
кандидат физико-математических наук,
доцент

Маркова Евгения Владимировна
664033, Иркутск, ИСЭМ СО РАН,
ул. Лермонтова, 130
(3952) 500–646, доп. 260
markova@isem.sei.irk.ru

