

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
ИНСТИТУТ ДИНАМИКИ СИСТЕМ И ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ  
имени В.М. Матросова  
Сибирского отделения Российской академии наук**

**ЛЯПУНОВСКИЕ ЧТЕНИЯ**

**5 – 9 декабря 2022 года**

**Материалы конференции**

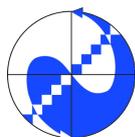


*А. А. Ляпунов*

*А. М. Ляпунов*

---

*Международная конференция «Ляпуновские чтения - 2022»*



**Иркутск – 2022**

*Научное издание*

Материалы конференции «Ляпуновские чтения» (г. Иркутск, 5 – 9 декабря 2022 г.).  
– Иркутск: ИДСТУ СО РАН, 2022. – 195 с.

Сборник содержит тезисы докладов, представленных на конференции «Ляпуновские чтения» (г. Иркутск, 5 – 9 декабря 2022 г.). Конференция организуется с целью обсуждения актуальных результатов исследований научных сотрудников, аспирантов и студентов по математике, механике, теории управления, информационным и вычислительным технологиям. В целях популяризации науки в рамках конференции проводится секция для юных исследователей. В 2022 году для обсуждения результатов крупного научного проекта «Фундаментальные основы, методы и технологии цифрового мониторинга и прогнозирования экологической обстановки Байкальской природной территории» в рамках конференции организована специальная секция «Методы и технологии экологического мониторинга».

Тематика конференции:

- Математическая теория управления
- Дифференциальные уравнения и математическая физика
- Математическое моделирование, системный анализ и оптимизация
- Информационно-вычислительные технологии
- Специальная секция «Методы и технологии экологического мониторинга»
- Специальная секция для школьников

## ЦИФРОВАЯ ПЛАТФОРМА МОНИТОРИНГА И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ ОБСТАНОВКИ БАЙКАЛЬСКОЙ ПРИРОДНОЙ ТЕРРИТОРИИ\*

Ю.В. Авраменко, И.В. Бычков, А.С. Гаченко, В.В. Парамонов, А.К. Попова,  
Г.М. Ружников, Е.С. Фереферов, Р.К. Федоров, А.Е. Хмельнов

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[fereferov@icc.ru](mailto:fereferov@icc.ru)

Байкальская природная территория (БПТ) является сложным природным комплексом, на территории которого расположено признанное ЮНЕСКО всемирным природным наследием озеро Байкал. Экологическую ситуацию на БПТ нельзя назвать благополучной. Расположенные в южной части БПТ крупные города и промышленные центры являются источниками загрязнения атмосферы, вод и почв, которые в свою очередь оказывают влияние на здоровье населения. Кроме экологических проблем антропогенного характера на БПТ происходят опасные геодинамические процессы (сейсмичность, оползни, обвалы, сели и т.п.), а также существуют проблемы с состоянием бореальных лесов (в том числе эпидемиологическое поражение, распространение вредителей, природные пожары, изменение климата и т.п.). Развитие средств и методов всестороннего геоэкологического контроля является важной задачей для сохранения экосистемы озера Байкал и всей БПТ.

В работе представлены результаты исследований, полученные в рамках крупного научного проекта «Фундаментальные основы, методы и технологии цифрового мониторинга и прогнозирования экологической обстановки байкальской природной территории». Проект направлен на создание новых методов и технологий комплексного экологического мониторинга и прогнозирования на основе цифровых платформ, обеспечивающих сбор, хранение, обработку, анализ больших массивов разнородных пространственно-временных данных, а также комплекса математических и информационных моделей, сервисов и методов машинного обучения и их апробация для БПТ.

Разрабатываемая в рамках проекта цифровая платформа [1-2] выступает в качестве интегрирующей основы цифрового экологического мониторинга, является средой для накопления, обмена и управления данными в структурированном виде, а также системой вызова бизнес-функций с подключенными к ней через технологические интерфейсы сервисами участников цифровой экосистемы (участников мониторинга). Цифровая платформа экологического мониторинга состоит из трех базовых компонент: инструментальной, инфраструктурной и прикладной цифровых платформ. Инструментальная цифровая платформа (ИЦП) обеспечивает доступ участников цифровой экосистемы мониторинга к разработке и отладке прикладных информационных и программно-аппаратных средств, предоставляя им инструментальные сервисы для обработки пространственно-временных данных и их интерфейсов. ИЦП включает инструменты создания трех основных типов компонент, встраиваемых в общую среду:

- 1) разработки WPS сервисов и их композиций, предназначенных для программной обработки данных, реализующих стандарты интероперабельности программного обеспечения;
- 2) создания сервисов обмена данными, обеспечивающих и предоставление сбор тематических данных;
- 3) развертывания геопорталов, обеспечивающих доступ к тематическим данным и сервисам.

\* Работа выполнена при поддержке ЦКП ИИВС ИРНОК, базового проекта АААА-А17-117032210079-1, гранта Минобрнауки России № 075-15-2020-787.

ИЦП содержит инструменты для создания типовых геопорталов и сервисов в облачной среде центра обработки данных. Создание производится на основе заранее сконфигурированных шаблонов виртуальных машин. Для WPS сервисов имеются шаблоны с системами Zoo project [3], 52°North Web Processing Service, упрощающими реализацию стандарта WPS.

Инфраструктурная цифровая платформа (ИнЦП) обеспечивает создание прикладных программно-аппаратных средств мониторинга, тематических WPS-сервисов обработки и распределенного хранения данных на основе высокопроизводительной информационно-аналитической среды, сервис-ориентированных и сквозных технологий. ИнЦП содержит средства доставки, обработки, хранения данных, а также инфраструктуру развертывания ИЦП, сервисы (программные решения на базе ИЦП), средства разработки, отладки и интеграции сервисов. Для решения задач проекта построена вычислительная инфраструктура, обеспечивающая всем участникам проекта возможность хранения больших объемов разноформатных пространственно-временных данных, высокоскоростной доступ к ним и возможность выполнения высоконагруженных вычислений. Инфраструктура состоит из связанных высокоскоростной сетью передачи данных на основе 10G-Ethernet системы хранения данных на базе Infortrend EonStor GS 1000 Gen2 (736 ТБ емкости), высокопроизводительной системы хранения данных на базе HPE MSA 2060 (27 ТБ емкости), высокоскоростной сети хранения данных (SAN), функционирующей на базе протокола Fibre Channel 12G, вычислительного кластера из 15 серверов с GPU NVidia RTX- 3080, 3090 (для машинного обучения). На базе основных инфраструктурных компонент с использованием системы виртуализации VMWare vSphere 7 сформирована облачная платформа, консолидирующая сетевые и вычислительные ресурсы с ресурсами систем (сети) хранения данных и гибко предоставляющая их для всех систем и сервисов проекта.

Прикладная цифровая платформа (ПЦП) оперирует обработанными данными на уровне отдельной группы или вида мониторинга в целом, а также поддерживает алгоритмический обмен услугами (сервисами) между независимыми участниками цифровой экосистемы с использованием единой информационно-аналитической среды и технологической инфраструктуры. ПЦП состоит из геопортала цифрового мониторинга, сервисов предоставления данных и тематических WPS-сервисов.

Разработкой цифровой платформы экологического мониторинга занимается Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН. При этом ПЦП создаются в тесном сотрудничестве с институтами, являющимися специалистами в конкретном виде мониторинга или моделировании развития экологической ситуации.

1. Bychkov I.V., Ruzhnikov G.M., Fedorov R.K., Khmel'nov A.E., Popova A.K. Organization of Digital monitoring of the Baikal natural territory // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2021.
2. Bychkov I.V., Fereferov E.S. Digital Technologies for Monitoring and Forecasting the Environmental Situation in Siberia // Herald of the Russian Academy of Sciences. 2022. Vol. 92, № 2. P. 133–140.
3. ZOO-Project – Open WPS platform [Электронный ресурс]. URL: <http://www.zoo-project.org/> (дата обращения: 27.11.2022).
4. WPS – Standardized web-based geo-processing [Электронный ресурс]. URL: <https://52north.org/software/software-projects/wps/>.

## ПОСТРОЕНИЕ КАРТОСХЕМЫ ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ\*

Ю.В. Авраменко, А.К. Попова, Р.К. Федоров

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН

[avramenko@icc.ru](mailto:avramenko@icc.ru), [chudnenko@icc.ru](mailto:chudnenko@icc.ru), [fedorov@icc.ru](mailto:fedorov@icc.ru)

Одной из важных задач является составление картосхем — обобщенных по сравнению с картой изображений с ограниченными элементами, важными для понимания ее сюжета. На основе картосхем можно проводить различные виды анализа и мониторинга. Например, по картосхеме типов подстилающей поверхности можно отслеживать динамику изменения городской застройки, мест незаконных вырубок, паводковую обстановку и другие показатели. Для построения картосхемы Иркутской области использовалась нейронная сеть ResNet50, успешно примененная в работе [1].

При построении картосхемы был задействован каталог космоснимков на территорию Иркутской области и республики Бурятии за период с 2018 по 2022 год. Снимки Sentinel-2 находятся в системе хранения данных ИДСТУ СО РАН и обновляются с периодичностью в 5-6 дней. Существующие инструменты в составе настольных ГИС или различных библиотек компьютерного зрения не всегда способны обработать большой объем данных и выдать конечный результат даже при наличии соответствующих вычислительных мощностей. Поэтому требуется применение и разработка методов автоматизации вычислений.

Построение картосхемы включает в себя несколько этапов: предобработка данных; составление обучающей выборки; обучение и тестирование нейронной сети; классификация космоснимков; постобработка полученных результатов; формирование картосхемы на основе упорядоченной по времени последовательности результатов классификации. В ходе программной реализации перечисленных этапов были выявлены места, требующие оптимизации алгоритмов обработки. Такими местами стали процедуры и функции, предназначенные для чтения, передачи и обработки больших объемов данных. Разработанные и реализованные методы позволили существенно сократить время обработки данных, обучения и тестирования нейронной сети, а также построения картосхемы. Картосхема доступна по ссылке (<https://geos.icc.ru/classresults>).

1. P. Helber, B. Bischke, A. Dengel, D. Borth. Eurosat: A novel dataset and deep learning benchmark for land use and land cover classification. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2019.

\* Результаты получены в рамках госзадания Минобрнауки России по проекту «Методы и технологии облачной сервис-ориентированной цифровой платформы сбора, хранения и обработки больших объемов разноформатных междисциплинарных данных и знаний, основанные на применении искусственного интеллекта, модельного управляемого подхода и машинного обучения» (№ гос. регистрации 121030500071-2).

## КОМПОЗИЦИЯ СЕРВИСОВ В РАМКАХ ПЛАТФОРМЫ ЦИФРОВОГО МОНИТОРИНГА ОЗЕРА БАЙКАЛ\*

Ю.В. Авраменко, Р.К. Федоров

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
avramenko@icc.ru, [fedorov@icc.ru](mailto:fedorov@icc.ru)

Реализация цифрового мониторинга озера Байкал направлена на решение актуальных экологических проблем, требующих применения множества разнообразных данных и методов. Развитие информационных технологий ускоряет множество процессов, в том числе в научной сфере. Активно формируются различные наборы данных в цифровом виде, и разрабатываются новые методы анализа в виде программного обеспечения. Большинство задач мониторинга состоит из этапов сбора, обработки и публикации данных. Эти этапы достаточно сложные, требуют множество усилий и соответствующих компетенций, поэтому обычно их выполняют разные коллективы, в том числе находящиеся в разных городах. Соответственно реализация этих этапов в виде набора сервисов помогает значительно упростить их применение и взаимодействие. Решение задачи сводится к последовательному выполнению сервисов. В то же время передача данных от одного сервиса другому часто является нетривиальной задачей. Структуры данных и форматы входных и выходных данных могут отличаться. Требуется их приведение или некоторая обработка данных. Кроме того, необходима публикация их для передачи сервисам. Все это может значительно увеличить время решения задачи.

Решение проблемы передачи данных между сервисами основывается на реализации инфраструктурных компонентов, обеспечивающих унификацию входных и выходных данных сервисов. В работе для сервисов используется стандарт OGC WPS, в котором имеется поддержка основных типов данных и пространственных данных. Пространственные данные делятся на реляционные и растровые данные.

Для реляционных данных предлагается передача данных в наиболее популярных ГИС-форматах, поддерживаемых библиотекой OGR: SHAPE, GeoJSON и т.д. В рамках цифровой платформы разработан компонент «сервисы ввода и редактирования данных». Данный компонент создает новые сервисы на основе модели (схемы) данных. Реализует передачу данных другим сервисам в перечисленных форматах, поддерживает постраничную передачу данных. Имеет развитые средства импорта и редактирования данных пользователями.

Для растровых данных предлагается использовать форматы, поддерживаемые библиотекой GDAL: GeoTiff, JPEG и т.д. Обязательным условием является то, что растровые данные должны содержать пространственную привязку и быть ориентированы на последующую обработку, а не на публикацию.

Для публикации данных в виде карт используется сервис публикации пространственных данных, который поддерживает все перечисленные форматы.

1. GDAL Documentation [Электронный ресурс] // GDAL [сайт]. URL: <http://www.opengeospatial.org/> (дата обращения: 23.11.2022).
2. Geospatial and location standards [Электронный ресурс] // Open Geospatial Consortium [сайт]. URL: <https://gdal.org/> (дата обращения: 23.11.2022).

\* Работа выполнена при поддержке ЦКП ИИВС ИРНОК, базового проекта АААА-А17-117032210079-1, гранта Минобрнауки России № 075-15-2020-787.

## МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ ФУНКЦИОНАЛОВ С ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫМИ ОСОБЕННОСТЯМИ

Е.В. Амелина<sup>1</sup>, А.Ю. Горнов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>2</sup>Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН

[amelina.evgenia@gmail.com](mailto:amelina.evgenia@gmail.com), [gornov@icc.ru](mailto:gornov@icc.ru)

Типичной проблемой, возникающей в приложениях методов и технологий оптимального управления, можно считать проблему недоступности критериальной информации о части управляющих воздействий, принадлежащих множеству допустимых. Самой распространенной причиной такого явления можно назвать возникновение авостов при интегрировании систем дифференциальных уравнений. Такого типа экстремальные задачи чрезвычайно неудобны для численного анализа, и никакой внятной математической теории для таких постановок задач к настоящему времени, по-видимому, не существует. Единственной известной нам попыткой поиска подходов к обсуждаемой проблеме является работа [1], где описан некоторый арсенал инженерных приемов, который во многих конкретных приложениях может помочь.

Однако можно выделить две существенно различных «степени сложности» обсуждаемой проблемы и, соответственно, два типа функционалов. *Первый тип:* в переменном пространстве экстремальной задачи имеют место «островки нефизичности» не слишком большой меры, надо избегать попадания оптимизационных траекторий в эти регионы (на рисунке слева). Такие функционалы называются «частично вычислимыми», для них предложен ряд регуляризирующих методик, включающих ограничение вариаций, штрафование за приближение к островкам «минных полей», последовательная оптимизация на основе продолжения по параметру и другие ([1]).

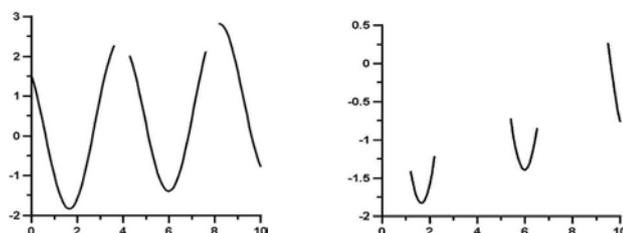


Рис. 1. Пример частично вычислимого и «почти нигде не вычислимого» функционала

*Второй тип:* почти все переменное пространство состоит из нефизичной области, но в нем присутствуют «островки физичности», в одном из которых и содержится искомое решение (на рисунке справа). Для такого типа объектов можно было бы использовать термин «почти нигде не вычисляемые функционалы»... Задачи второго типа, к сожалению, также нередко встречаются в прикладных моделях, в частности, в моделях композитных конструкций и моделях квантовых систем.

В докладе обсуждается предложенная методика решения задач оптимизации для функционалов второго типа. В дополнение к арсеналу «техник первого типа» добавлена методика тщательного глобализованного сканирования допустимого множества, задачей которой является нахождение хотя бы одного «островка физичности». Далее, с применением «ручного анализа», выявляется структура траекторий в «островках физичности», и на этой основе строятся отсекающие ограничения. Техники удержания оптимизационных траекторий, что естественно, существенно более жесткие, чем для задач первого типа. Приводятся результаты вычислительных экспериментов.

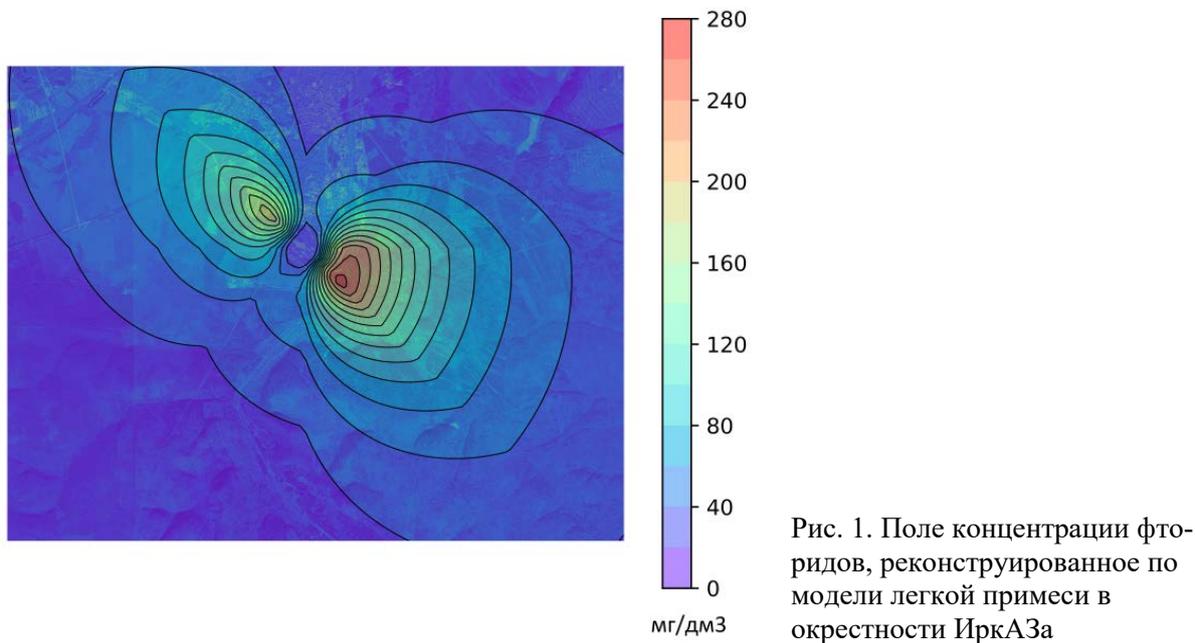
1. Маджара Т.И. Подход к численному решению задач оптимального управления с вычислительными особенностями // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2008. Т. 20, № 4. С. 122–126.

# ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА АНАЛИЗА ПРОЦЕССОВ АТМОСФЕРНОГО ЗАГРЯЗНЕНИЯ ГОРОДСКИХ И ПРОМЫШЛЕННЫХ ЗОН ПРИБАЙКАЛЬСКОЙ ТЕРРИТОРИИ\*

Р.А. Амикишиева, Т.В. Ярославцева, В.Ф. Рапута  
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН  
Сибирский центр ФГБУ «НИЦ «Планета»  
[ruslana215w@mail.ru](mailto:ruslana215w@mail.ru)

Процесс исследования динамики атмосферного загрязнения включает в себя предварительную аналитическую работу по составлению плана проведения наблюдений, сбор экспериментальных данных, численный анализ с использованием моделей реконструкции, научное обоснование полученных результатов. Информационные технологии, как один из основных инструментов современной прикладной математики, активно использовались для решения разноплановых задач в рамках исследования. Для численного анализа атмосферного загрязнения был разработан программный продукт (ПП), функции которого позволяют проводить реконструкцию полей локального и регионального загрязнения на базе малопараметрических моделей распространения примесей [1, 2].

Разработка ПП проводилась на языке Python с использованием библиотек OGR/GDAL, Matplotlib для реализации геопространственной привязки и визуализации [4, 5]. Программа имеет реализацию с графическим интерфейсом и консольную версию. С использованием ПП был проведен анализ загрязнения окрестностей Иркутского алюминиевого завода (ИркАЗ), который расположен на южной окраине г. Шелехов. Материалом наземных наблюдений послужили результаты мониторинга снежного покрова, который проводится на регулярной основе вокруг ИркАЗа [3].



На рис. 1 представлено поле концентрации фторидов, восстановленное по результатам измерений фтора в снеготалой воде проб с использованием модели легкой примеси (1) с учетом средне-зимней розы ветров.

\* Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования, грант 075-15-2020-787.

$$q(r, \varphi, \vec{\theta}) = \theta_1 r^{-2} \exp\left(\frac{-2r_{max}}{r}\right) P(\varphi + 180^\circ). \quad (1)$$

$r$  – расстояние от источника,  $\theta_1$  – агрегированный параметр,  $r_{max}$  – параметр, зависящий от высоты источника.

Разработанный ПП позволяет реконструировать поля локального и регионального загрязнения на базе наземных наблюдений с использованием малопараметрических моделей распространения примеси. В настоящее время ПП продолжает развиваться, функционал пополняется.

1. Ермаков С.М., Жиглявский А.А. Математическая теория оптимального эксперимента. М.: Наука, 1987. 320 с.
2. Рапута В.Ф. Модели реконструкции полей длительных выпадений аэрозольных примесей // Оптика атмосферы и океана. 2007. Т. 20, № 6. С. 506-511.
3. Белозерцева И.А. Мониторинг загрязнения окружающей среды в зоне воздействия Ирка-За // Вода: химия и экология. 2013. № 10. С. 33–38.
4. GDAL documentation — GDAL [Электронный ресурс] // Режим доступа: <https://gdal.org/>.
5. Documentation — Matplotlib. Version 3.2.1 [Электронный ресурс] // Режим доступа: <https://matplotlib.org/contents.html>.

# ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ АППРОКСИМАЦИИ МНОЖЕСТВА ДОСТИЖИМОСТИ НЕЛИНЕЙНОЙ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ С ЛИНЕЙНЫМ ВХОЖДЕНИЕМ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ\*

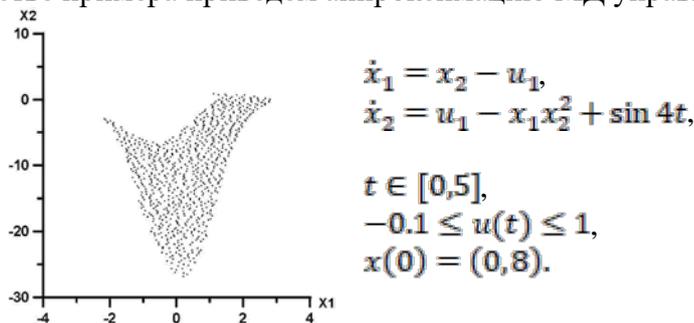
А.С. Аникин

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[anikin@icc.ru](mailto:anikin@icc.ru)

Множество достижимости (МД) является очень полезным математическим объектом, позволяющим оценивать общие свойства и возможности управляемой системы. В частности, по виду этого множества можно судить о числе локальных экстремумов в задачах оптимального управления, целевые функционалы которых сформулированы в терминах изучаемой управляемой системы. Исследованный в работе [1] принцип «bang-bang» является, пожалуй, одним из самых удобных инструментов построения алгоритмов аппроксимации МД. С алгоритмической точки зрения реализация этого принципа означает, что можно построить достаточно репрезентативную выборку покрывающих управлений используя строго релейные функциональные шаблоны. Заметим, что это – специфическая особенность систем с параллелепипедными ограничениями, а для других типов ограничений, например, эллипсоидальных, этот подход, к сожалению, неприменим. Причина заключается в том, что число «угловых управлений» при таких ограничениях бесконечно. Для рассматриваемого класса задач остается открытым вопрос: какое количество точек переключения необходимо использовать? Решение этого вопроса, как правило, ищется экспериментальным путем: если введение дополнительной точки переключения не приводит к расширению аппроксимации МД, то текущее число точек переключения следует признать достаточным. Для получения хорошей аппроксимации МД в ряде ситуаций приходится решать миллионы и даже десятки миллионов задач Коши. В таком случае применение параллельных вычислений становится вполне обоснованным.

Предложенный алгоритм основан на методе стохастической аппроксимации МД (см. [2]) и реализован на языке C++ с использованием технологий распараллеливания OpenMP и Nvidia CUDA. CPU-версия алгоритма использует метод интегрирования DOPRI5, версия для графических ускорителей (GPU) – метод Эйлера с итерациями. В качестве основной операционной системы используется Ubuntu Linux 22.04 (LTS).

В качестве примера приведем аппроксимацию МД управляемой системы:



Результаты вычислительных экспериментов показали, что применение технологий параллельных вычислений позволило значительно ускорить построение аппроксимаций МД.

1. Tolstonogov A.A. Extremal selectors of multivalued mappings and the «bang-bang» principle for evolution inclusions // Dokl. Math. 1991. Vol. 43, № 2. P. 481–485.
2. Горнов А.Ю. Вычислительные технологии решения задач оптимального управления. Новосибирск, Наука. 2009 г.

\* Работа выполнена за счет субсидии Минобрнауки России в рамках проекта «Теория и методы исследования эволюционных уравнений и управляемых систем с их приложениями» (№<sup>о</sup> гос. регистрации: 121041300060-4).

## МЕТОДИКА «КАТАЛИСТ» ДЛЯ УСКОРЕНИЯ СХОДИМОСТИ АЛГОРИТМОВ ВЫПУКЛОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

А.С. Аникин<sup>1</sup>, А.В. Гасников<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
<sup>2</sup> НИУ МФТИ

[anikin@icc.ru](mailto:anikin@icc.ru), [gasnikov.av@mpt.ru](mailto:gasnikov.av@mpt.ru)

В настоящее время популярность прикладных задач невыпуклого программирования растет существенным образом, причем у все более широкого круга специалистов различных областей знаний. На наш взгляд наиболее существенный вклад в это вносят задачи т.н. машинного обучения, популярность которых в последние годы превзошла все самые смелые ожидания. Этот факт связан как с наличием в широком доступе значительных вычислительных мощностей, таких как современные графические ускорители (GPU), так и с достаточно высоким качеством профильного программного обеспечения – «фреймворков машинного обучения», например, PyTorch. Но при этом нельзя утверждать, что вся активность специалистов по оптимизации сместилась на подобные задачи. Вовсе нет, ведущие научные группы продолжают активно заниматься задачами выпуклого программирования, как в их классической постановке, так и в новых, более современных формах, таких как, например, (выпуклые) задачи распределенного обучения (distributed learning). Хорошим примером практически значимых выпуклых постановок являются некоторые задачи транспортного моделирования, например, задачи поиска энтропийно-регуляризованного транспортного расстояния, а также восстановления матрицы корреспонденций в транспортных сетях.

Другим очень интересным на наш взгляд современным направлением выпуклой оптимизации являются т.н. покомпонентные методы, т.е. методы, выполняющие разреженные итерации, на каждой из которых производится модификация небольшого (относительно общего числа) количества переменных, что обеспечивает очень низкую стоимость итераций. Для некоторых задач такие методы показывают очень высокую (вычислительную) эффективность, существенно превосходящую результаты классических подходов. Существуют также ускоренные варианты покомпонентных методов, но к сожалению, для некоторых классов задач их эффективное использование трудноосуществимо из-за «потери» разреженности исходной задачи на каждой итерации. В результате затратность таких методов для задач больших и сверхбольших размерностей, но при этом сильно разреженных, становится слишком велика и пропадает весь смысл их применения.

В работе предлагается метод, построенный на использовании т.н. техники «Каталист» [2], в основе которой лежит формирование на каждой итерации «правильной» прокс-добавки к исходной оптимизируемой функции. Полученная (модифицированная) задача далее решается при помощи широко известного неускоренного покомпонентного метода Ю.Е. Нестерова (см. [1], пункт 6.4.2 при условии  $\gamma = 1$ ). Полученные оценки числа итераций трудно назвать воодушевляющими, но этот факт компенсируется уменьшившейся стоимостью итерации (решения вспомогательной задачи). Возникает в некотором смысле игра между числом итераций и их стоимостью, исход которой напрямую зависит от свойств решаемой задачи, поэтому предлагаемый метод должен быть весьма эффективен для (дважды) сильно разреженных постановок большой и сверхбольшой размерности.

1. Bubeck S. Convex Optimization: Algorithms and Complexity // arXiv:1405.4980 [cs, math, stat]. 2015.
2. Lin H., Mairal J., Harchaoui Z. Catalyst Acceleration for First-order Convex Optimization: from Theory to Practice // Journal of Machine Learning Research. 2017. Vol. 18.

# ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ МАКСИМИЗАЦИИ НАПРАВЛЕННОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ ФАЗИРОВАННЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

М.В. Баркова

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
mbarkova@icc.ru

Рассматривается одна из актуальных задач, возникающих в области разработки эффективных систем радиосвязи в диапазоне высоких частот. Исследуется влияние выбора фаз и амплитуд в излучателях фазированных антенных решеток (ФАР) на направленность излучения. Такие антенные системы коротковолнового диапазона привлекают исследователей возможностью увеличения дальности действия, в отличие от более распространенных радиосистем сверхвысокочастотного диапазона. Таким образом, задача увеличения излучения ФАР в заданном направлении при ограничениях, накладываемых на мощность, подаваемую на каждый из излучателей, может быть сформулирована в виде задачи максимизации с ограничениями-неравенствами [1]

$$\begin{cases} f_0(x) \uparrow \max_x, x \in \mathbb{R}^n, \\ 0 \leq f_i(x) \leq 1, i \in I = \{1, \dots, m\}, \end{cases} \quad (P)$$

где  $f_i(x) = \langle x, Q^i x \rangle$ ,  $i \in I \cup \{0\}$  – квадратичные функции. Кроме того, в задаче (P) целевая функция имеет положительно полуопределенную матрицу  $Q^0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , а каждая матрица  $Q^i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $i \in I$  квадратичной формы ограничений является знако-неопределенной. Вследствие чего, задача (P) оказывается невыпуклой задачей квадратичной оптимизации с ограничениями-неравенствами, для решения которой может быть применена теория глобального поиска [2].

Для этого задача (P) сводится к следующей вспомогательной оштрафованной задаче [3]:

$$F_\sigma(x) = f_0(x) + \sigma W(x) \downarrow \min_x, \quad (P_\sigma)$$

где  $W(x) := \max\{0, f_1(x), \dots, f_m(x)\}$  – штрафная функция, а  $\sigma \geq 0$  – параметр штрафа. После чего для решения задачи (P<sub>σ</sub>), которая оказывается задачей d.c. минимизации со следующим представлением целевой функции:  $F_\sigma(x) = G_\sigma(x) - H_\sigma(x)$ , применена теория глобального поиска. Разработанный на ее основе подход состоит из двух основных этапов [2]: специального метода локального поиска [4], основанного на частичной ли-неаризации (по базовой невыпуклости) целевой функции оштрафованной задачи и процедур выхода из критической точки, базирующихся на условиях глобальной оптимальности.

1. Тюнин Н. Н. Задачи невыпуклого квадратичного программирования, связанные с оптимизацией фазированных антенных решеток // Дискретный анализ и исследование операций. 2021. Т. 28, № 3. С. 20–44.
2. Strekalovsky A.S. Global optimality conditions and exact penalization // Optim. Lett. 2019. Vol. 13. P. 597–615.
3. Стрекаловский А.С. Элементы глобального поиска в общей задаче d.c. оптимизации // Итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее прил. 2021. Т. 196. С. 114–127.
4. Barkova M.V., Strekalovskiy A.S. Computational Study of Local Search Methods for a D.C. Optimization Problem with Inequality Constraints // LNCS. 2021. Vol. 13078. P. 94–109.

## АЛГОРИТМЫ ПОИСКА РЕШЕНИЙ В НЕКОТОРЫХ ОБОБЩЕНИЯХ ЗАДАЧИ О ПОКРЫТИИ МНОЖЕСТВА

А.А. Белых, Т.В. Груздева

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[ab200000@mail.ru](mailto:ab200000@mail.ru), [gruzdeva@icc.ru](mailto:gruzdeva@icc.ru)

Задача покрытия множества (Set Cover Problem, SCP) — это хорошо известная задача комбинаторной оптимизации, применяемая широко в таких областях, как планирование, производство, планирование обслуживания, оптимизация сетей, телекоммуникации и т.д. Дается набор подмножеств, их объединение равно множеству. Для каждого подмножества задана цена покрытия. Цель состоит в том, чтобы минимизировать цену покрытия множества, и каждый элемент множества был покрыт хотя бы одним подмножеством. Если к SCP добавляется целочисленный параметр, который определяет минимальное количество элементов для покрытия, то задача называется задачей частичного покрытия множества (Partial Set Cover Problem, PSCP). Количество теоретических работ, посвященных задаче о покрытии множества, относительно невелико, тогда как литературы о методах ее решения крайне много.

Рассмотрим обобщение задачи о покрытии множества, так называемая задача о выборе местоположения (Base Station Location problem, BSLP), которая нацелена на оптимальное покрытие пользователей базовыми станциями. BSLP можно рассматривать как комбинацию SCP и PSCP. Основной особенностью BSLP, отличающей ее от SCP и PSCP, является то, что множество покрываемых пользователей базовыми станциями разделено на два подмножества: на пользователей, которые всегда должны быть обслужены базовыми станциями (как в SCP), и на всех остальных пользователей, хотя бы  $\varepsilon$  из которых должны быть покрыты (как в PSCP). Таким образом, задачу можно разделить на две подзадачи. Более того, в отличие от SCP и PSCP, BSLP включает ограничения, запрещающие одновременное расположение некоторых заданных пар базовых станций. Отметим, что такой тип ограничений создает дополнительные трудности при решении задачи. Задача может быть сформулирована как задача целочисленного программирования. Задача является NP-трудной, поэтому использование точных методов ее решения на практике зачастую затруднено.

Для решения данной задачи были выбраны некоторые эвристические алгоритмы поиска решений для задачи о покрытии множества и адаптированы для решения задачи о выборе местоположения базовых станций. Алгоритмы решают одну из подзадач в зависимости от соотношения обязательных клиентов и необязательных к обслуживанию клиентов. В работе предложены два метода для нахождения начального решения: жадное решение, полученное жадным алгоритмом, и случайное решение. Алгоритм локального поиска используется для улучшения решения, полученного прошлыми алгоритмами. Алгоритм по одной закрывает все базовые станции из решения и жадно открывает базовые станции для возвращения допустимости решения. Если новое решение получилось лучше предыдущего, то алгоритм начинает идти с первого центра из нового решения. Таким образом, алгоритм останавливается, когда пройдет по всем базовым станциям из текущего решения и закроет. Еще один аппроксимационный алгоритм, разработанный для задачи о выборе местоположения объектов — это алгоритм локального поиска с чередующимися окрестностями. Каждую итерацию алгоритм исследует все более отдаленную окрестность от первоначального решения. К окрестностям применяется алгоритм локального поиска. В случае, если локальный оптимум не лучше текущего решения, то окрестность увеличивается. Если лучше, то поиск начинается с единичной окрестности нового решения. Алгоритмы реализованы на языке C++. Про-

ведено сравнение работы алгоритмов на реальных тестовых данных с решателем SCIP, одним из самых быстрых некоммерческих решателей для задач смешанного целочисленного программирования (MIP) и смешанного целочисленного нелинейного программирования (MINLP).

1. Avella P., Boccia M., Vasilyev I. Computational experience with general cutting planes for the set covering problem // *Oper. Res. Lett.* 2009. Vol. 37, № 1. P. 16-20.

# ГЕОИНФОРМАЦИОННАЯ ОЦЕНКА ГИДРОХИМИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ВОДНЫХ ОБЪЕКТОВ БАЙКАЛЬСКОЙ ПРИРОДНОЙ ТЕРРИТОРИИ<sup>1</sup>

А.Н. Бешенцев, Л.Д. Раднаева, В.Г. Ширеторова  
Байкальский институт природопользования СО РАН  
[abesh@binm.ru](mailto:abesh@binm.ru)

При организации цифрового мониторинга региональной экологической обстановки важное значение приобретает геоинформационная технология, обеспечивающая однозначную обработку метрической и качественно-количественной информации с помощью системы логико-математических и картографических моделей в рамках единого программно-аппаратного комплекса – геоинформационной системы (ГИС). Применение этой технологии для оценки и прогнозирования гидрохимических процессов даст возможность хранения, обработки и анализа значительных массивов разнородной и разноформатной геоинформации. Создание базы пространственно-координированных гидрохимических данных обеспечит точную визуализацию аналитической информации и оперативное картографирование гидрохимического состояния водных объектов.

Для цифровой визуализации региональной экологической обстановки важное значение имеют векторные картографические материалы, поскольку векторный формат, основанный на математическом описании элементарных геометрических примитивов оптимален для локализации пространственной информации с высокой точностью координатной привязки. Высокая точность необходима прежде всего для локализации точечных геообъектов – точек отбора проб и станций долгосрочного мониторинга, а также линейных геообъектов – границ и рубежей геохимической ситуации. Векторная модель пространственных данных включает описание координатных данных пространственных объектов и топологических отношений между ними. Векторные данные фиксируют местоположение и форму объектов в виде геометрических примитивов: точки, линии, полигоны. Кроме того, векторная модель данных является объектно-ориентированной, в которой данные моделируются в виде объектов, их атрибутов, типов и классов, что несомненно удобно при обработке географических данных, имеющих сложную структуру.

Объектами исследования являются дельта р. Селенги и оз. Гусиное (рис. 1). Для привязки гидрохимических данных и составления векторных карт использована государственная топографическая основа двух пространственных уровней:

- обзорный (1 : 1 000 000, Роскартография, 2010 г.) позволяет выполнить сравнительный анализ водных объектов в пределах БПТ, оценку их экологического состояния в пределах БПТ, определить влияние климатических и сейсмических процессов и т.п.;

- локальный (1 : 100 000, КБ «Панорама», 2005 г.) позволяет выполнить оценку локальной геохимической ситуации, определить места негативного воздействия природопользования на водные объекты, установить ареалы опасного гидрохимического загрязнения и т.п.

<sup>1</sup> Работа поддержана грантом Минобрнауки России, проект № 075-15-2020-787.

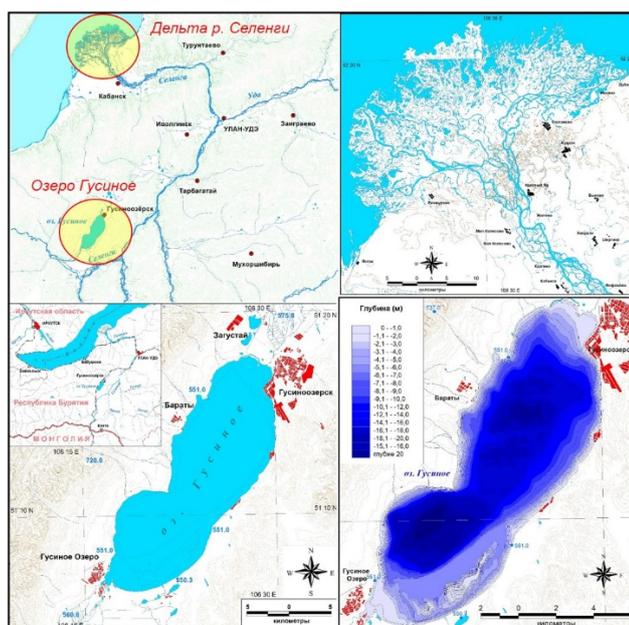


Рис. 1. Топографическая основа территории исследования водных объектов БПТ

Для оценки геохимической ситуации оз. Гусиное было зарегистрировано 25 станций мониторинга (точек отбора проб) содержания геохимических показателей в воде в сезонном и многолетнем плане, из них 19 – на акватории озера, 6 – на водотоках. Для оценки гидрохимической ситуации дельты р. Селенги было зарегистрировано 23 станции мониторинга (точек отбора проб). Отбор проб осуществлялся в период 2019–2021 гг. по сезонам года. Регистрация координат станций осуществлялась с помощью приемника системы глобального позиционирования «Garmin» (рис. 2).

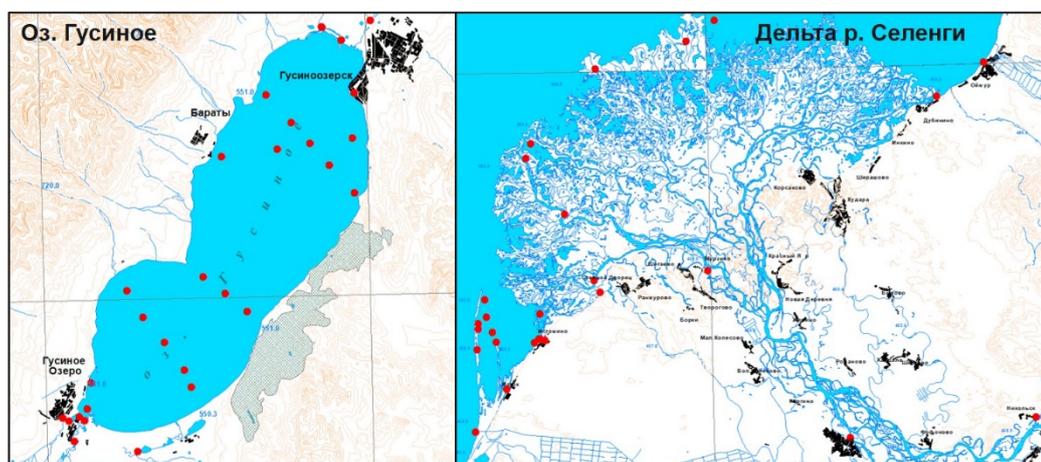


Рис. 2. Расположение станций гидрохимического мониторинга

Каждая станция регистрирует содержание тяжелых металлов по 8-и химическим элементам (железо, марганец, цинк, медь, хром, никель, свинец, кадмий) в воде и донных отложениях за период 2019–2021 гг. по сезонам. Технология автоматизации и обработки геохимических показателей в ГИС заключается в создании, на основе полевых материалов, цифровых ресурсов, регистрирующих разновременные геохимические параметры геообъектов в виде совокупности векторных слоев (shp-файлы) и однозначных таблиц атрибутов (dbf-таблицы) (рис. 3). Для разновременных данных дополнительно вводится идентификатор времени, и объекты организуются в разновременные тематические слои.

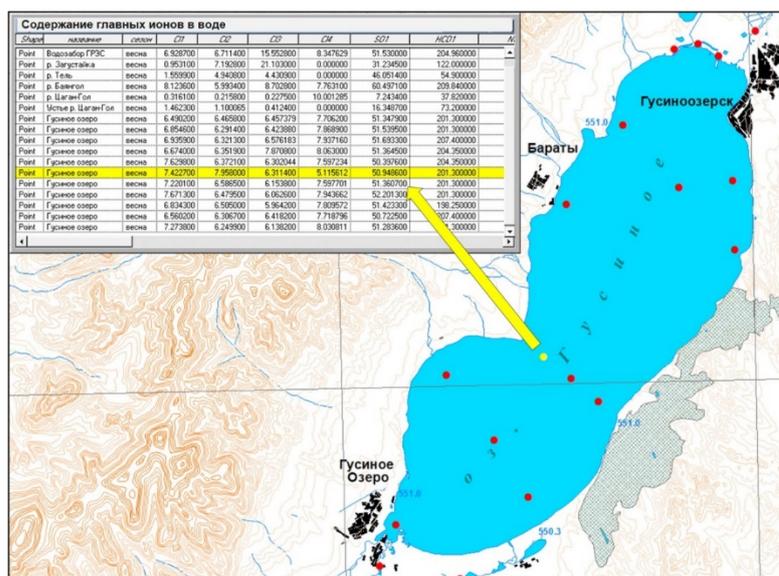


Рис. 3. Пример векторного слоя в БД ГИС: «Содержание главных ионов в воде»

Таким образом, для каждого водного объекта было создано по две картографические базы данных (КБД) «Вода» и «Донные отложения». КБД «Вода» включает по 3 векторных слоя «Физико-химические условия», «Тяжелые металлы», «Главные ионы». КБД «Донные отложения» включает по одному векторному слою «Тяжелые металлы». КБД дельты р. Селенги включает 51 векторную карту, КБД оз. Гусиное включает 60 векторных карт. Всего КБД геохимических данных изучаемых водных объектов БПТ включает 111 векторных карт. Каждая векторная карта сформирована в проекте формата mxd среды Arc GIS и представляет собой совокупность векторных слоев (shp-файлы) и таблиц атрибутов (dbf-таблицы) (рис. 4).

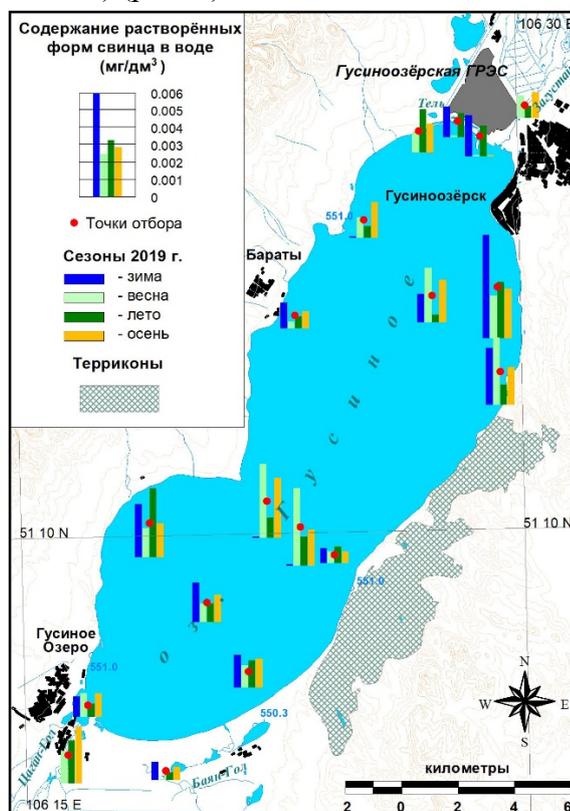


Рис. 4. Пример карты гидрохимического состояния оз. Гусиное

К векторным картам организован телекоммуникационный доступ через Геопортал ИДСТУ СО РАН. В настоящее время на Геопортале представлены цифровые ресурсы в виде векторных файлов (shp) и атрибутивных таблиц (dbf):

1. Физико-химические показатели воды оз. Гусиное по сезонам года за период 2017–2020 гг.: температура, мутность, содержание растворенного кислорода, показатель кислотности. <http://cris.icc.ru/tablelist?action=showtable&id=3106>.

2. Содержание тяжелых металлов в воде отложениях оз. Гусиное по годам за период 2017–2020 гг. <http://cris.icc.ru/tablelist?action=showtable&id=3105>.

3. Содержание тяжелых металлов в донных отложениях оз. Гусиное по сезонам года за период 2017–2020 гг. <http://cris.icc.ru/tablelist?action=showtable&id=3107> (рис.5).

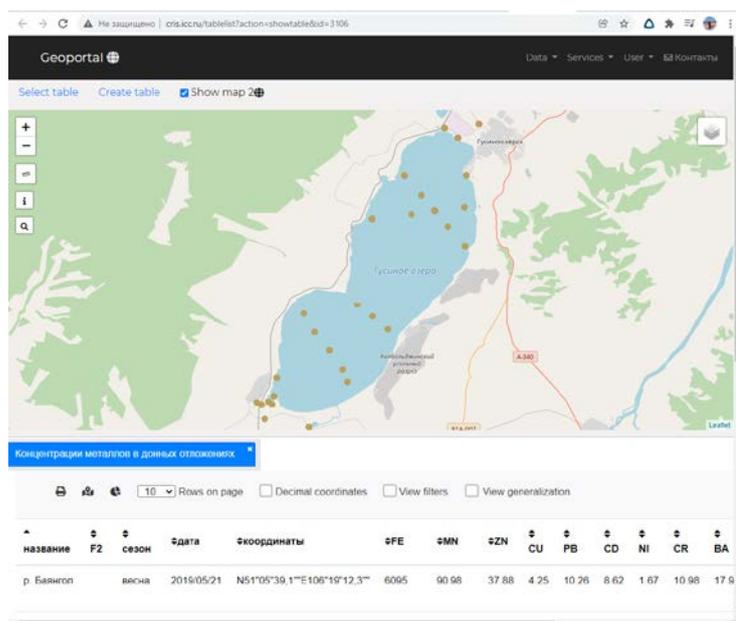


Рис. 5. Пример цифровых ресурсов на Геопортале ИДСТУ СО РАН «Содержание тяжелых металлов в донных отложениях оз. Гусиное»

## ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ИНТЕГРО- АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ\*

М.В. Булатов

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[mvbul@icc.ru](mailto:mvbul@icc.ru)

В докладе рассмотрены линейные системы интегральных уравнений Вольтерра с достаточно гладкими входными данными и тождественно вырожденной матрицей перед главной частью. Подчеркнуты трудности, возникающие при исследовании данных задач на предмет существования и единственности решения и создания численных методов их решения. В терминах матричных пучков выделен класс рассматриваемых систем, имеющих достаточно гладкое решение. Для данного типа задач предложено простейшее семейство коллокационно-вариационных методов решения [1]. Приведены результаты численных расчетов модельных примеров.

1. Булатов М.В., Маркова Е.В. Коллокационно-вариационные подходы к решению интегральных уравнений Вольтерра I рода // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2022. Т. 62, №1. С. 105-112.

\*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-11-00173.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОДОЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В ВИРТУАЛЬНОЙ СРЕДЕ MATLAB SIMULINK

А.П. Васиченко

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[svasichenko@mail.ru](mailto:svasichenko@mail.ru)

В настоящее время моделирование в виртуальной среде служит для проверки работоспособности модели. Виртуальная среда является тестовым полигоном для будущих разработок. Она заменяет создание прототипов, следовательно, позволяет экономить на ресурсах, выявить программные или физические ошибки в работе будущей модели. В данной работе с помощью дифференциальных уравнений, описывающих работу контура управления квадрокоптера, реализована и работоспособна модель беспилотного летательного аппарата (БПЛА) в виртуальной среде Matlab Simulink.

Математическое моделирование процесса наведения БПЛА осуществляется на основе среды Matlab. При этом используются основные функции Simulink. Алгоритмическая среда Matlab Simulink позволяет упростить процесс составления программ, имея широкий диапазон возможностей представления результатов моделирования. Среда Matlab позволяет в реальном времени исследовать траекторию полета, а также процесс изменения параметров наведения с учетом случайных воздействий и помех.

Квадрокоптер представляет собой жесткую структуру с перекрестными связями, которая имеет четыре независимых ротора с пропеллерами, имеющие фиксированный шаг. Среди четырех пропеллеров два вращаются по часовой стрелке, а два других вращаются против. Квадрокоптер представляет собой набор деталей: Жесткая рама, четыре вентильных двигателя, контроллер управления, аккумулятор, передатчик сигнала управления.

Программа состоит из функционально связанных между собой блоков, моделирующих отдельные системы БПЛА и математические зависимости, описывающие движение БПЛА. При этом имеется возможность получать переменные зависимости изменения любых параметров и графически показывать траекторию полета. Основными функциональными блоками программы моделирования наведения БПЛА являются следующие блоки: модель траектории полета, модель движения БПЛА относительно центра, модель системы управления.

Результаты исследований процесса наведения БПЛА в различных условиях применения при воздействии внешних случайных возмущений показали удобство и преимущество по сравнению с другими программными средствами использования алгоритмической среды Matlab Simulink для имитационного моделирования динамических стохастических систем, к которым относится БПЛА.

Входные значения тяг  $F_1$  и  $F_2$  подаются на аperiodическое звено. Значение тяг квадрокоптера и найденные константы подаются на интеграторы. Система уравнений реализована через простейшие алгебраические соотношения. Таким образом, на выходе получают значения координат квадрокоптера и его угловую ориентацию в пространстве. Система должна быть приближена к реальной, таким образом, на систему задаются внешние воздействия: постоянное отклонение по координате  $Y$ , ошибки на акселерометрах, выраженные гауссовскими распределениями.

1. Terehov V.M. Osipov O.I. Electric drive control systems // CCI. 2006.

## ГРАФИЧЕСКОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ДАННЫХ

В.С. Ведерников<sup>1</sup>

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[vlad.vedernikov.95@mail.ru](mailto:vlad.vedernikov.95@mail.ru)

Часто человеку приходится анализировать большое количество табличных данных. Если же таблицы насчитывают не одну сотню или тысячу строк, то это занимает очень много времени и сил.

Наиболее удобный способ рассмотрения данных – это их графическое представление в виде графика, когда мы видим, как одни данные изменяются в зависимости от других. Либо же, как определенные характеристики изменяются со временем.

Кроме того, иногда требуется отправить созданный график другому человеку или отобразить на сайте. Поэтому было решено сделать графический компонент, в котором можно будет создавать собственный график в зависимости от входных данных и также делиться им с другими пользователями по ссылке.

В процессе создания web-компонента были также разработаны и добавлены новые функции, такие как указания названия графика, названий осей, выбор цвета графика, типа графика, а также можно указывать, какие данные использовать и в каком временном промежутке. Можно отображать зависимость нескольких данных на графике и видеть, как одни данные меняются относительно изменений других данных.

При сохранении графика система автоматически отправляет критерии, по которым был построен график, в базу данных и формирует ссылку, которую можно передать другому пользователю, для открытия данного графика. Так как это web-компонент, то его можно будет встраивать на страницы сайтов, для отображения каких-либо показателей.

В будущем планируется добавить еще несколько видов графиков, так как на данный момент реализованы только линейный и столбчатый виды. А также сделать возможность загрузки динамических данных, обновляющихся в режиме реального времени.

Данный web-компонент реализован на фреймворке vue.js для динамического обновления данных, с использованием библиотеки chart.js для отображения графиков.

1. Документация vue.js: <https://vuejs.org/guide/introduction.html>
2. Документация chart.js: <https://www.chartjs.org/docs/latest/>
3. Репозиторий системы: <https://github.com/Liseeeenok/GeoportalGraph>

<sup>1</sup> Студент 2 курса ИрГУПС

## СРАВНЕНИЕ АЛГОРИТМОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ ОБЪЕКТОВ ПО КЛЮЧЕВЫМ ТОЧКАМ

Е.Р. Викулова

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[vikulizavet85@gmail.com](mailto:vikulizavet85@gmail.com)

Сопоставление изображений — важная концепция компьютерного зрения и распознавания объектов, которая используется во многих целях, таких как поиск объектов, создание панорам, распознавание лиц, отпечатков пальцев, растений, номерных знаков на машине и многое другое. Одним из самых популярных подходов является поиск ключевых точек и их дескрипторов — неких особенностей изображения. Для поиска таких точек разработано большое количество методов, у которых есть свои достоинства и недостатки. В данной работе будет произведено их сравнение между собой. Основными целями работы является определение наиболее быстрого алгоритма, предоставляющего минимальное количество ошибок.

Для сравнения будут использоваться следующие методы:

1. SIFT — на данный момент наиболее популярный, запатентован;
2. ORB — бесплатная альтернатива алгоритму SIFT, не ограничен в использовании для любых проектов;
3. AKAZE — один из самых новых методов, требующий верификации;
4. BRISK — является наиболее простым из перечисленных подходов, зато не обладает высокой ресурсоемкостью.

Эти методы показали свою эффективность в различных сферах применения. Для чистоты эксперимента все алгоритмы тестировались на одном и том же тестовом наборе изображений. При этом присутствовало два типа объектов: с ровными прямыми границами, чертами и символами, иными словами, с преобладающей геометрической формой, и объект округлой формы, не имеющий углов и имеющий более ярко выраженную биологическую природу.

В рамках данного исследования проверялась инвариантность алгоритма к масштабированию и изменению яркости освещения. Предварительная обработка изображений не производилась.

В результате проведенной серии экспериментов были выявлены наиболее успешный по точности и скорости работы алгоритмы для каждого из целевых объектов. Данные, полученные в результате исследования, могут быть использованы для модификации существующих алгоритмов поиска ключевых точек и/или разработки нового, более усовершенствованного метода.

- 1 Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений // Техносфера. 2012. 1014 с.
- 2 Супрун Д.Е. Алгоритм сопоставления изображения по ключевым точкам при масштабировании и вращении объектов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана Сер. Приборостроение. 2016. № 5. С. 86–97.
- 3 Нафе Башар Алкзир, Живрин Я.Э. Методы определения объектов на изображении // Молодой ученый. 2018. № 7 (193). С. 8–19.

## МИКРОКЛИМАТИЧЕСКИЙ МОНИТОРИНГ НА ПОБЕРЕЖЬЕ ОЗЕРА БАЙКАЛ: ОРГАНИЗАЦИЯ СЕТИ, РЕЗУЛЬТАТЫ, ПЕРСПЕКТИВЫ

Н.Н. Воропай<sup>1,2</sup>, Е.А. Дюкарев<sup>1</sup>, О.В. Василенко<sup>2</sup>, Е.А. Распутина<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН

<sup>2</sup> Институт географии им. В.Б. Сочавы СО РАН

[voropay\\_nn@mail.ru](mailto:voropay_nn@mail.ru), [dekot@mail.ru](mailto:dekot@mail.ru), [oksa\\_na85@mail.ru](mailto:oksa_na85@mail.ru), [elenaistomina@gmail.com](mailto:elenaistomina@gmail.com)

Мониторинг – непрерывный процесс наблюдения и регистрации параметров объекта в сравнении с заданными критериями. В последние десятилетия большой интерес вызывают вопросы, связанные с изменениями климата. В большинстве случаев исходная информация для анализа климатических изменений получается на метеорологических станциях, сеть которых крайне разрежена и не регулярна на территории Сибири. Имеющиеся метеорологические станции расположены в основном в долинах рек, и получаемая на них информация не отражает ситуацию, наблюдающуюся в горных районах. На территории Приольхонья в 2007-2013 гг. организованы 12 площадок мониторинга природно-климатических характеристик от побережья до Сарминского Гольца (диапазон высот 450-1650 м над уровнем моря). Проводятся наблюдения за температурой и влажностью воздуха, температурой поверхности и почвы на глубине 40 см. В рамках проекта «Фундаментальные основы, методы и технологии цифрового мониторинга и прогнозирования экологической обстановки Байкальской природной территории» на побережье оз. Байкал в 2021-2022 гг. установлены 4 автоматические метеостанции, работающие в режиме он-лайн (Узур, Хужир, Хадарта, Б. Голоустное).

Влияние ландшафтных характеристик, в первую очередь высотной поясности, на температурно-влажностный режим проявляется в средних месячных и средних годовых значениях метеовеличин. При рассмотрении данных срочных наблюдений контрасты становятся более выраженными. Различия между средними температурами на площадках, расположенных на склоне, в отдельные месяцы не превышают 6-7°C. Более контрастны температурные условия в нижней части склона. По режиму относительной влажности воздуха выделяются две группы площадок: более сухие, находящиеся в предгорье (средние месячные значения не превышают 70%) и более влажные (средние месячные значения в течение всего года, за исключением апреля-мая, находятся в диапазоне 70-95%). Наиболее влажные по всему профилю – декабрь-январь, наиболее сухой – апрель. Температурный режим почвы формируется под воздействием ряда факторов, один из основных – растительность (наличие, тип). В летние месяцы на оголенных площадках происходит более интенсивный прогрев почвы, чем на покрытых лесом. Зимой же отсутствие растительности способствует выдуванию снега, более интенсивному выхолаживанию поверхности и более глубокому промерзанию почвы.

Для получения площадных оценок температуры воздуха и поверхности в последнее время часто пользуются ДДЗ. Полученные со спутников значения температуры поверхности земли (ТПЗ) являются важным параметром для широкого круга экологических приложений, однако характеристики таких продуктов в горных районах изучены слабо. Проведен комплексный анализ пространственно-временной изменчивости различий между LST и натурными наблюдениями температуры воздуха и поверхности (IST) для юго-восточного склона хр. Приморский. Сопоставление спутниковых данных и данных наземных наблюдений показало существенные различия, которые зависят от сезона и типа местности. Для улучшения данных LST был предложен и откалиброван алгоритм нейронной сети. Скорректированная температура ДЗЗ очень хорошо воспроизводит IST. Средние различия составляют около 0,03°C, коэффициенты корреляции 0,98 и 0,95 для температуры воздуха и поверхности, соответственно.

## МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ 3D МОДЕЛЕЙ РЕЛЬЕФА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

А.С. Гаченко, А.Е. Хмельнов

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[gachenko@icc.ru](mailto:gachenko@icc.ru)

В настоящее время выполняется комплексная научно-исследовательская работа по обоснованию принципов регулирования уровня озера Байкал в различных условиях водности с учетом современных экологических, социально-экономических и водохозяйственных требований, сопровождаемых мониторингом. В проекте участвуют коллективы нескольких академических институтов из разных регионов страны, включая Иркутскую область и республику Бурятия.

В рамках научного проекта проводятся аналитические работы для определения влияния изменения уровня озера Байкал на экосистему его мелководной зоны и прибрежных территорий. Для выполнения этих работ необходимо иметь качественные цифровые модели рельефа мелководных зон и прибрежных территорий, подверженных потенциальным ущербам при регулировании уровня озера Байкал, с выделением отдельных ключевых участков.

Для обеспечения проекта качественными данными и уточнения рельефов прибрежной территории на ключевых участках проведена цифровая аэрофотосъемка (АФС) с использованием беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). Используется квадрокоптер DJI Mavic 2 Pro и беспилотный комплекс самолетного типа для аэрофотосъемки Геоскан 101. АФС проводилась с высоты 100, 153 и 220 метров. Получаемые в результате съемки с этих БПЛА изображения позволяют создавать при помощи специализированного лицензионного программного обеспечения (Agisoft Metashape PRO) ортофотопланы и 3D модели рельефа (цифровые модели местности) с точностью выше, чем 10 см на пиксель, что приблизительно соответствует масштабу топографического плана М 1:1000. При проведении АФС обеспечивалось продольное и поперечное перекрытие снимков около 70% для обеспечения качественного построения 3D модели (каждый полет производился отрезками по длине и ширине участка). Полетные маршруты в автоматическом режиме БПЛА строились с использованием приложения PIX4Dcapture (для квадрокоптера DJI Mavic 2 Pro) для оптимального 3D-картографирования и моделирования

В рамках работ определены населенные пункты и их границы, которые могут быть подвержены затоплению (речь идет об озере Байкал в границах Иркутской области, Иркутском водохранилище и нижнем бьефе ИГЭС). Разработаны обзорные карты (схемы) исследуемого объекта с нанесением основных территорий (зон), включая расположенные на них населенные пункты/объекты, подверженные рискам колебания уровня Байкала в диапазоне подъема до 460 м в Тихоокеанской системе (ТО). В результате анализа территории получен перечень объектов, попадающих в зоны риска.

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВАРИАНТОВ МЕТОДА Q-ПОИСКА\*

А.Ю. Горнов

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[gornov@icc.ru](mailto:gornov@icc.ru)

Полное знание устройства минимизируемых функций и/или функционалов (цепочка формул – «белый ящик»), естественно, существенно облегчает положение исследователя; такие проблемы – наиболее удобный вариант постановок экстремальных задач. Даже неполная информация об устройстве функции и/или ее достаточно протяженных свойствах (известные оценки скоростей роста, константы строгой выпуклости, степени гладкости, ... – «серый ящик») позволяет получать для нее существенно более приемлемые оценки вычислительной сложности и строить намного более эффективные и надежные алгоритмы. Однако практика приложений оптимизационных методов и технологий к «задачам реального мира» упорно оставляет нетронутым большой «ареал» проблем, в которых никак не удастся использовать указанные математические достижения. Математические модели категории «черного ящика» возникают во многих научно-технических областях при использовании для аппроксимации исследуемых закономерностей слабо контролируемых составляющих: итеративных алгоритмов, данных натурального эксперимента, рандомизированных оценок внутренних переменных и т.д. Задача поиска минимума функций, относящихся к категории «черного ящика», продолжает оставаться актуальной.

Найденные около полувека назад «коренные» подходы к решению задач поиска минимума функции при минимуме информации (см., напр., [1, 2]), как ни странно, не получили должного, на наш взгляд, развития и были переосмыслены только в последние годы. Сформировавшееся семейство алгоритмов (см., напр., [3]), называемое нами мето-дами Q-поиска, содержит наследственные черты обоих вышеотмеченных «родительских подходов» и показало достаточно конкурентные вычислительные характеристики на целом ряде разнохарактерных прикладных задач. Значительная степень «конструкционной свободы» семейства методов Q-поиска позволила к настоящему времени сформировать набор из 11 вариантов алгоритмов, различие в которых базируется на ряде дополнительных гипотез о свойствах минимизируемых функций. В частности, применяются как «жесткие», так и «мягкие» механизмы отсечения неинформативных областей допустимого множества; технологии «сдерживания» отсечений на основе оценок средних значений набора выполненных проб; параболические механизмы уточнения приближения; различные технологии генерации размерностей случайных поисковых подпространств; механизмы локального возврата при детектировании неуспеха поиска и т.п.

В докладе обсуждается системный вычислительный эксперимент, проведенный на коллекции невыпуклых тестовых задач (функции Морса, Ноймайера, Розенброка-Скокова различных размерностей и др.) по предложенной специализированной методике, направленный на сравнительную оценку характеристик всех 11 вариантов реализованных алгоритмов. Приводятся результаты выполненных расчетов.

- 1 Евтушенко Ю.Г. Численный метод поиска глобального экстремума (перебор на неравномерной сетке) // Журнал вычисл. математики и матем. физики. 1971. Т. 11, № 6. С. 1390–1403.
- 2 Luus R., Jaakola T.H.I. Optimization by direct search and systematic reduction of the size of search region // AIChE Journal. 1973. 19(4). P. 760–766.
- 3 Горнов А.Ю. Память-экономичные эвристические варианты метода неравномерных покрытий Ю.Г. Евтушенко // Материалы конф. «Ляпуновские чтения». 2018. С. 24.

\* Работа выполнена за счет субсидии Минобрнауки России в рамках проекта «Теория и методы исследования эволюционных уравнений и управляемых систем с их приложениями» (№° гос. регистр.: 121041300060-4).

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ УНИМОДАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ СИГНУМ-ГРАДИЕНТА

А.Ю. Горнов

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[gornov@icc.ru](mailto:gornov@icc.ru)

Назовем сигнум-градиентом гладкой функции вектор, получаемый из ее градиента путем замены каждой координаты на ее знак («сигнум»). Построенный таким образом вектор, очевидно, может состоять (покомпонентно) всего из трех значений:  $-1, 0, +1$ .

Невероятная грубость применяемой операции (замена  $df/dx_i$  на  $sign(df/dx_i)$ ), как представляется очевидным, не предполагает какого-либо полезного использования обсуждаемого векторного объекта в алгоритмах оптимизации. С другой стороны, по-видимому, скоро найдутся контрпримеры, позволяющие показать математическую некорректность (в каком-то смысле) и/или ущербность такой операции. Тем не менее, вычислительная практика показала совершенно удивительные свойства ряда алгоритмов оптимизации, построенных путем замены градиента на сигнум-градиент: они, во-первых, сходятся, во-вторых, зачастую сходятся быстрее, чем исходные варианты алгоритмов. При ближайшем рассмотрении выяснилось, что обсуждаемый эффект недавно замечен специалистами и исследуется с теоретической точки зрения (см., напр., [1]). Результаты этих работ также позволяли надеяться на не только работоспособность («живучесть») этой алгоритмической идеи, но также на прецедентное повышение эффективности в ряде классов задач. Для проверки данного весьма неочевидного факта нами был организован ряд сравнительных вычислительных экспериментов, опирающихся на набор традиционных тестовых функций – Розенброка-Скокова, Нестерова, Морса, Ноймайера и других; тестировались методы сопряженных градиентов и квазиньютоновские методы. Проведенные эксперименты подтвердили принципиальную работоспособность сигнум-подхода. Более того, в ряде задач было замечено процентное повышение скорости сходимости, причем этот эффект носил регулярный характер – при различных размерностях, стратегиях обновления, стартовых точках и т.п.

Изучение обсуждаемого подхода, очевидно, только началось. Но уже ясно, что возможно сразу несколько полезных направлений исследований. В феврале 2022 г. в работе [2] было указано, что сигнум-градиент есть весьма полезная конструкция в квазисепарабельных задачах оптимизации. В июле 2022 г. в работе [3] было подмечено, что сигнум-градиентные методы могут заметно облегчить борьбу с вырождением задач обучения нейронных сетей. Представляется очевидным также, что прогнозирование направления спуска и/или его эффективная замена зашумленными, но недорогими, аппроксимациями значительно более вероятны при использовании сигнум-подхода, нежели классического. Можно надеяться также на нахождение классов экстремальных задач, допускающих существенную экономию времени при вычислении только знаков компонент градиента. Приводятся результаты выполненных экспериментов.

- 1 Moulay E., Lechappe V., Plestan F. Properties of the sign gradient descent algorithms // Information Sciences. 2019. Vol. 492. P. 29–39.
- 2 Balles L., Pedregosa F., Le Roux N. The geometry of sign gradient descent // [arXiv:2002.08056v1](https://arxiv.org/abs/2002.08056v1) [cs.LG]. 2022.
- 3 Adversarial attacks on neural networks: exploring the fast // URL: <https://neptune.ai/blog/adversarial-attacks-on-neural-networks-exploring-the-fast-gradient-sign-method>.

## О ПРОБЛЕМЕ ИНВЕНТАРИЗАЦИИ «СТРОИТЕЛЬНЫХ БЛОКОВ» В АЛГОРИТМАХ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

А.Ю. Горнов

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[gornov@icc.ru](mailto:gornov@icc.ru)

Накопленный сообществом специалистов опыт конструирования алгоритмов оптимизации для нелинейных как выпуклых, так и невыпуклых моделей позволяет, на наш взгляд, ставить задачи систематизации и анализа конструкций, входящих в данные алгоритмы как составные части. Выявленный набор «кирпичей», составляющих архитектуры алгоритмов, мог бы открыть возможности исследования их свойств и характеристик, определения их рациональных или оптимальных сочетаний, наконец, формального поиска новых алгоритмов. Поставленная проблема не представляется новой. Еще около сорока лет назад постановка вопроса о «таблице Менделеева» для оптимизационных алгоритмов звучала в докладах авторитетных авторов (см., напр., [1–3]). Но, к сожалению, нам пока неизвестно о системных усилиях каких-бы то ни было научных школ и/или специалистов по этому актуальнейшему вопросу.

Не пытаясь ни в коем случае претендовать на полноту охвата, попытаемся в докладе упомянуть хотя бы основную часть математических и/или алгоритмических понятий, которые, без сомнения, встречаются (или могли бы встречаться) в конструкциях известных алгоритмов. Точка, отрезок, луч, кривая линия. Градиент, матрица Гессе. Параллелепипед, брус, шар, эллипсоид, симплекс, оваллоид. Норма вектора, скалярное произведение, умножение матрицы на вектор, минимальный элемент вектора. Случайный вектор, сетка, база проб, поколение векторов, сортировка. Одномерный поиск, «золотое сечение», параболическая аппроксимация, кубическая аппроксимация, сплайн-аппроксимация.

Даже при таком «кавалерийском наскоке» на проблему можно сразу сформулировать ряд вопросов, на наш взгляд, не имеющих пока аргументированного ответа. Почему так редко используются криволинейные конструкции (из широко известных прецедентов можно вспомнить лишь алгоритмы криволинейного шага в демпфированных методах Ньютона)? Почему практически не используется оваллоид («раздвинутый шар», очень «память-экономичная» конструкция, принадлежность внутренности которой можно проверить всего за две операции скалярного произведения)? Почему для построения алгоритмов, конструктивизирующих знаменитый «метод центров» Левина–Ньюмана, используются эллипсоиды, а не оваллоиды? Почему для этой же цели не стали использовать параллелепипеды (брусы), существенно более удобные для нахождения центров тяжести? Почему в современных исследованиях по выпуклой оптимизации всеми правдами и неправдами пытаются избегать операции одномерного поиска? Почему надежным алгоритмам сплайн аппроксимации, дающим глобализованную модель одномерной функции, в подавляющем большинстве работ предпочитается локальная, по сути своей, параболическая интерполяция?

- 1 Моисеев Н.Н., Иванилов Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. М.: Наука, 1978. 352 с.
- 2 Евтушенко Ю.Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации. М.: Наука, 1982. 432 с.
- 3 Гурман В.И., Расина И.В. Математические модели оптимального управления. Иркутск: Изд-во ИГУ, 1982. 72 с.

## МЕТОД ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ЦЕНТРОВ ДЛЯ ЗАДАЧИ УНИМОДАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

А.Ю. Горнов

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН

[gornov@icc.ru](mailto:gornov@icc.ru)

Метод центров является одним из самых известных и в то же время труднореализуемых алгоритмов непрерывной оптимизации. В каком-то смысле это некая алгоритмическая «фата-моргана», стремление к которой проявляли в течение полувека многие исследователи, но к настоящему времени пока никто из них конечной цели, по-видимому, так и не достиг. Предложенный еще в 1965 г. в работах [1, 2] «канонический» метод центров алгоритмически неконструктивен, поскольку реализация одной из его операций (нахождения центра тяжести выпуклого множества) влечет необходимость решения NP-трудной задачи. При этом данный метод выпуклой оптимизации является теоретически оптимальным – оценки его сложности неулучшаемы в классе методов, использующих только (суб)градиент. В связи с этим был предложен целый ряд близких по идеологии алгоритмов: метод аналитических центров [3]; метод объемного центра [3]; метод центрированных сечений [4]; метод симплексных погружений [5, 6]; «методы с растяжением пространства в направлении субградиента» [7]; и, наконец, «знаменитый» метод эллипсоидов [8]. Однако, по нашим сведениям, алгоритмы ни одного из этих конструктивных направлений не могут сравниться по теоретическим оценкам вычислительной эффективности с каноническим методом центров.

В докладе предложен еще один вариант «аппроксимирующего» метода центров, ориентированного на решение задач унимодальной (строго говоря, невыпуклой) оптимизации, называемого нами *методом доверительных центров*. Соответствующий алгоритм использует в качестве основного допустимого множества брус (параллелепипед), которыми традиционно задаются прямые ограничения на переменные. Заметим, что для хранения бруса необходимо всего два  $n$ -мерных вектора, а задача определения центра бруса является тривиальной. На каждой итерации алгоритма производится несколько отсечений текущего бруса, опирающихся на центральную точку и урезающих отрезки каждой переменной наполовину в соответствии с тем, что подсказывает направление градиента. Для экстраполяции размеров текущего бруса на следующую итерацию используется идеология методов доверительных интервалов: если путем отсечений удалось уменьшить значение функции в центральной точке, текущий брус немного увеличивается, иначе сильно сокращается. Для обеспечения надежной монотонной сходимости алгоритма потребовалось также добавить механизм самонастройки внутреннего итеративного вспомогательного процесса, позволяющий существенно повышать точность при приближении к экстремуму.

Алгоритм реализован нами около десяти лет назад и входит в состав функционального наполнения всех наших последних программных разработок. Накопленная за это время статистика использования подтверждает как его нетривиальные свойства, следующие из «градиентной немонотонности» генерируемых последовательностей, так и его достаточно высокую надежность как средства локального спуска. Приводятся результаты выполненных экспериментов.

Алгоритм.

0. Задаются алгоритмические параметры:

$\varepsilon_S \in [1e-14, 1]$  – стартовое значение точности внутреннего контура,

$\delta_S \in [1e-4, 1]$  – стартовое значение ширины границ внутреннего бруса,

$K_E \in [1.01, 1.5]$  – коэффициент расширения бруса,  
 $K_R \in [1.5, 3.0]$  – коэффициент сжатия бруса,  
 $\delta_{MIN} \in [1e-12, 0.1]$  – минимальный размер бруса внутреннего контура,  
 $N_{GRAD} \in [1e-10, 1e+03]$  – точность критерия останова по норме градиента.

Полагается  $k = 0$ . Задается  $\delta^k = \delta_S$ , начальное приближение

$x^k = x^0 \in X = \{x \in [\alpha, \beta]\}$ , где  $X$  – стартовый брус.

1. Вычисляется  $f^k = f(x^k)$ ,  $g^k = \nabla f(x^k)$ .
2. Если  $\|Pr_X(g^k)\| < N_{GRAD}$ , то выполняется переход на шаг 12, алгоритм закончен.
3. Для всех  $i = \overline{1, n}$  полагается  $\alpha_i = x_i^k - \delta$ ,  $\beta_i = x_i^k + \delta$ .
4. Полагается  $f^{BOX} = \infty$ .
5. Полагается  $r = (\alpha + \beta) / 2$ .
6. Вычисляется  $f^r = f(r)$ .
7. Если  $f^r < f^{BOX}$ , то полагается  $f^{BOX} = f^r$ ,  $\gamma = r$ .
8. Вычисляется  $h^k = \nabla f(r)$ .
9. Вычисляется  $v^{BOX} = 1/n \sum_{i=1}^n (\beta_i - \alpha_i)$ .
10. Если  $v^{BOX} > \delta_{MIN}$ , то  
 для всех  $i = \overline{1, n}$ : если  $h_i^k < 0$ , то  $\alpha_i = r_i$ , иначе  $\beta_i = r_i$ .  
 Выполняется переход на шаг 5.
11. Если  $f^{BOX} < f^k$  то  $x^{k+1} = \gamma$ ,  $\delta^{k+1} = \delta^k \cdot K_E$ , переход на шаг 1;  
 иначе  $\delta^{k+1} = \delta^k / K_R$ ,  
 если  $2\delta^{k+1} < \delta_{MIN}$ , то  
 если  $\delta^{k+1} > \delta_{MIN}$ , то  $\varepsilon_S = \varepsilon_S / 10$ , иначе переход на шаг 12.  
 Иначе переход на шаг 3.
12. Алгоритм закончен.

- 1 Левин А.Ю. Об одном алгоритме минимизации выпуклых функций // Докл. АН СССР. 1965. Т. 160, № 6. С. 1244–1247.
- 2 Newman D.J. Location of the maximum on unimodal surfaces // J ACM. 1965. Vol. 12(3). P. 395–398.
- 3 Nesterov Yu.E. Introductory lectures on convex programming: a basic course. Kluwer, 2004.
- 4 Александров И.А., Анциферов Е.Г., Булатов В.П. Методы центрированных сечений в выпуклом программировании // Иркутск: СЭИ АН СССР, 1983.
- 5 Анциферов Е.Г., Булатов В.П. Алгоритм симплексных погружений в выпуклом программировании // ЖВМ и МФ. 1987. Т. 27, № 3. С. 377–384.
- 6 Колосницын А.В. Модифицированный метод симплексных погружений для решения задач выпуклой оптимизации с большим числом ограничений // Вычисл. методы и программирование. 2019. Т. 20, № 4. С. 428–437.
- 7 Шор Н.З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения // Киев: Наукова думка, 1979. 199 с.

## ПЕРСПЕКТИВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ КОНСТРУИРОВАНИЯ НОВЫХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ НЕВЫПУКЛЫХ ЗАДАЧ НЕПРЕРЫВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

А.Ю. Горнов, А.И. Тятюшкин

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН

[gornov@icc.ru](mailto:gornov@icc.ru)

Невыпуклые экстремальные задачи, занимающие господствующее положение в прикладных проектах, связанных с оптимизационными технологиями, постоянно ставят перед сообществом специалистов новые, все более сложные вопросы. Ответом сообщества можно считать довольно настойчивый поиск подходов, способных давать ответы на поставленные вопросы. В докладе производится попытка систематизировать доступную нам информацию о данной проблеме и сформулировать основные направления исследований, которые могли бы в недалекой перспективе позволить сделать полезные продвижения для практики нелокальной оптимизации.

Одним из важнейших направлений можно считать развитие методик классификации задач, позволяющих оценивать их реальную сложность по нескольким «шкалам»: размерность, число экстремумов, размер области притяжения глобального и/или низко-потенциальных экстремумов, степень выпуклости, скорости роста и т.д. Сюда же можно отнести методики «измерения» как моделей, так и алгоритмов, опирающихся на вычислительный эксперимент. Серьезных продвижений можно ожидать при появлении новых методов генерации адаптивных покрытий, использующих градиентную информацию.

Несомненно полезным, но почему-то мало использованным ресурсом является многометодный подход, позволяющий сочетать наилучшие свойства разнородных алгоритмов. Близкую функциональность могут носить интерактивные технологии оптимизации, в которых часть слабо формализуемых проблем преодолевается с использованием интеллекта эксперта. Важную задачу борьбы с вырожденностью, присущей большинству прикладных моделей, могли бы решать методики специализации алгоритмов, глобализованные «доводчики» и верификаторы, алгоритмы, основанные на дифференциальных уравнениях, высокоточные алгоритмы с применением старших производных.

Отдельный класс вычислительно трудоемких экстремальных задач требует развития сверхэкономичных алгоритмов, способных продвигаться за счет одной-двух проб на итерации; методов формирования и оперативного анализа репрезентативных баз пробных точек; расширения арсенала суррогатных покрытий; интеграции специализированных методик когнитивной графики. К несомненным «ресурсам эффективности» можно отнести технологии криволинейных покрытий, конструктивного учета простых ограничений с применением неэквивалентных преобразований, адаптивных норм и проекторов, самосогласованных функций. Стоит уделить особое внимание прямо-двойственным и композитным подходам, методикам на основе функциональной избыточности, технологиям перезахвата границ. Не может не удивлять отсутствие внимания исследователей к априорно-параллельным алгоритмам, декомпозиционным и двухуровневым вычислительным схемам.

Но, пожалуй, основные наши надежды на достижение нового уровня возможностей оптимизационных алгоритмов связаны с развитием технологий декомпозиции исходных задач на малые подзадачи на основе «островного» подхода и развитием методик коррекции моделей с применением методов «гипотезирования».

# МЕТОДИКА АППРОКСИМАЦИИ МНОЖЕСТВА ДОСТИЖИМОСТИ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ С ПОСТОЯННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ\*

А.Ю. Горнов, А.И. Тятюшкин, Т.С. Зароднюк

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[gornov@icc.ru](mailto:gornov@icc.ru)

Несмотря на солидный стаж исследований управляемых систем с запаздыванием, составляющий уже более полувека (см., напр., [1]), многие традиционные для теории управления вопросы, привычно включаемые экспертами в состав значимых, в данном случае, к сожалению, выпали из внимания специалистов. В частности, нам пока не удалось найти регулярных работ по алгоритмам фазового оценивания для таких систем. Точнее говоря, для линейных управляемых систем с запаздыванием значительные усилия в создании численных методов вкладывает коллектив авторов под руководством А.Б. Куржанского (см., напр., [2]). Но работа по созданию методов численного исследования нелинейных моделей такого типа, по-видимому, только начинается.

В докладе обсуждается предложенная методика построения внутренних аппроксимаций множества достижимости (МД) для нелинейных систем с постоянным запаздыванием при условии линейного вхождения скалярного управления. В основу методики положены наработанные в [3] подходы, основанные на «bang-bang»-принципе; для интегрирования систем с запаздыванием реализован специализированный алгоритм, обобщающий метод Рунге-Хейна-Кутта второго порядка ([4], с. 167–168).

В качестве примера приводятся расчеты по обобщенной модели нелинейного маятника, в которой присутствует запаздывание. Динамика системы описывается на интервале времени  $[0, 5]$  уравнениями  $\dot{x}_1 = x_2(t) + \text{eps} \cdot x_1(t-1)$ ,  $\dot{x}_2 = u(t) - \sin x_1(t)$ . Начальные условия  $x_1(0) = 5$ ,  $x_2(0) = 0$  для всех  $t \in [-1, 0]$ . На управление наложены ограничения  $-1 \leq u(t) \leq 1$ . Параметр eps задает степень влияния запаздывающей компоненты на решение. На рис. 1–8 приведены полученные аппроксимации множеств достижимости для различных значений параметра eps из набора  $\{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5\}$ .

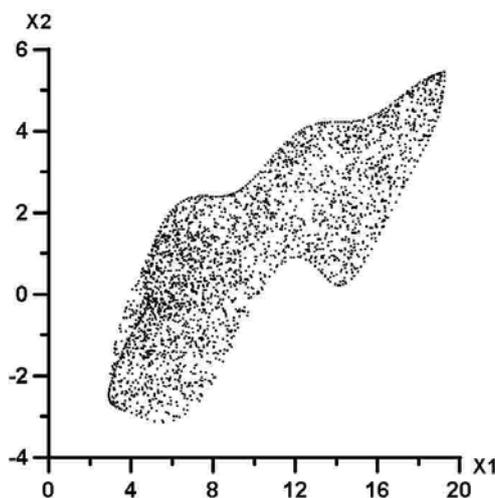


Рис. 1. МД при eps = 0.0

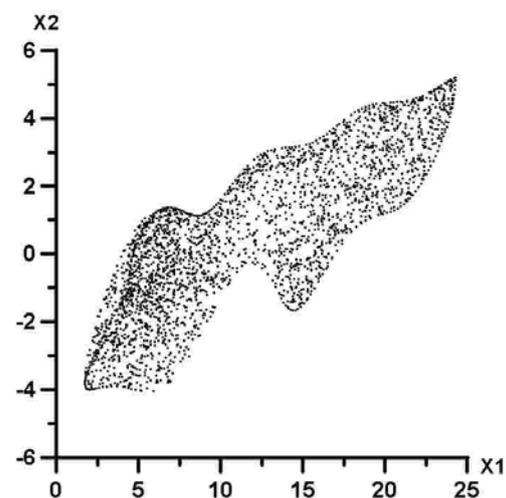


Рис. 2. МД при eps = 0.1

\* Работа выполнена за счет субсидии Минобрнауки России в рамках проекта «Теория и методы исследования эволюционных уравнений и управляемых систем с их приложениями» (№<sup>о</sup> гос. регистрации: 121041300060-4).

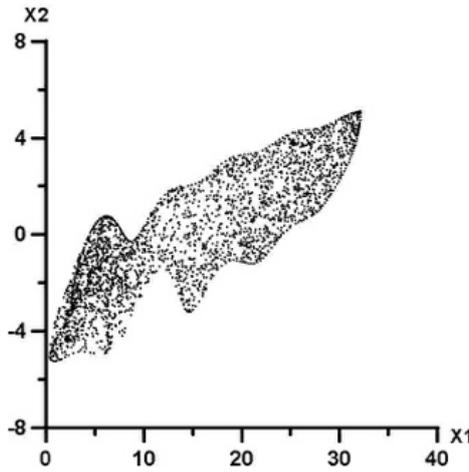


Рис.3. МД при  $\epsilon = 0.2$

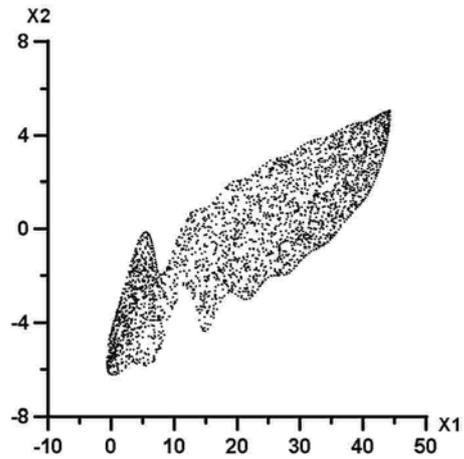


Рис.4. МД при  $\epsilon = 0.3$

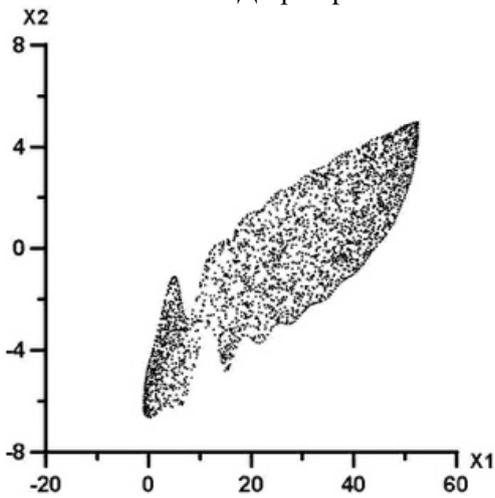


Рис.5. МД при  $\epsilon = 0.35$

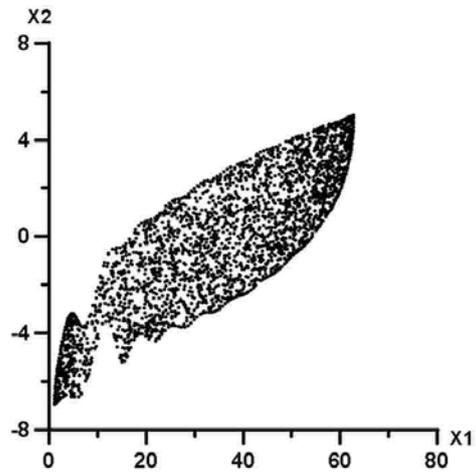


Рис.6. МД при  $\epsilon = 0.4$

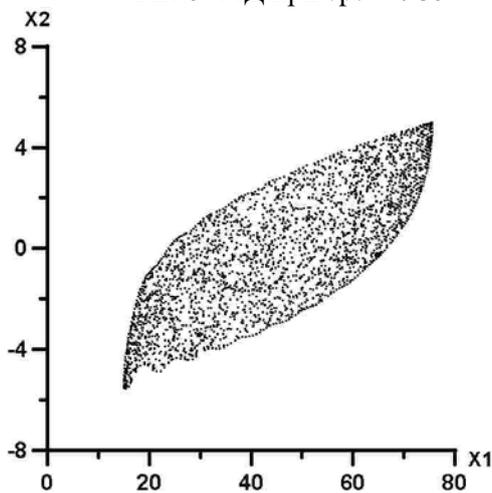


Рис.7. МД при  $\epsilon = 0.45$

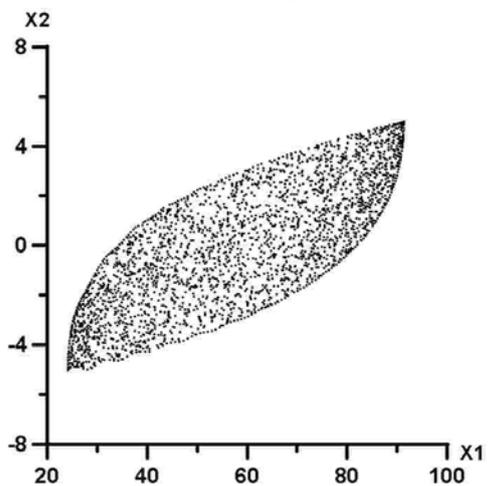


Рис.8. МД при  $\epsilon = 0.5$

1. Долгий Ю.Ф., Сурков П.Г. Математические модели динамических систем с запаздыванием. Екатеринбург, 2012. 122 с.
2. Востриков И.В. О методе динамического программирования для линейных управляемых систем с запаздыванием // Вестник МГУ. 2012. Сер.15, № 2. С. 15–21.
3. Горнов А.Ю. Вычислительные технологии решения задач оптимального управления. Новосибирск: Наука, 2009. 278 с.
4. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1971.

## КОНКУРЕНТНЫЕ ПОДХОДЫ К РЕШЕНИЮ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ НЕВЫПУСКЛОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

А.Ю. Горнов, А.И. Тятюшкин, Т.С. Зароднюк, А.С. Аникин  
Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[gornov@icc.ru](mailto:gornov@icc.ru)

Множество более или менее успешно исследованных прикладных задач оптимизации из различных научно-практических областей позволяет обобщить опыт этих работ и сформулировать основные положения, позволяющие повышать вероятность достижения решения и надежность последующих выводов. В докладе будут представлены *сформировавшиеся к настоящему времени* оценки полезности различных алгоритмов и подходов, которые не столько изобретены нами, сколько заимствованы у сообщества специалистов, практикующих решение *реальных* задач оптимизации.

Прикладной будем называть экстремальную задачу, которую поставил конкретный, «живой» специалист из другой области («постановщик задачи»), в скорейшем решении которой он заинтересован. Решенную и опубликованную (ранее прикладную) задачу мы будем называть «задачей с содержательным смыслом». Для всех остальных задач мы следуем сложившимся терминам «модельная» задача, «тестовая» задача, «учебная» задача и т.п.

Первым делом следует четко выяснить, какой конкретно результат постановщик задачи хочет получить, найти: все локальные экстремумы, «только» глобальный экстремум, низко потенциальный экстремум, «хороший» экстремум, решение лучше известного. Важно также оценить, в каком виде имеется модель: последовательность формул, алгоритм, итеративный алгоритм, «черный ящик».

Ответ на традиционный в математической среде вопрос о том, какие методы лучше, детерминированные или стохастические, однозначен: для практики нужны стохастические методы. Поиск наилучшего генератора псевдослучайных чисел не дает никакого результата; можно использовать любой генератор из списка профессиональных. Лучшим алгоритмом обычно является интерактивный многометодный.

Есть множество «старых» эвристик – мультистарт, имитация отжига, «basing hopping», генетические алгоритмы, дифференциальная эволюция, и огромное множество «новых» эвристик – например, биоинспирированные алгоритмы, методы «роевого интеллекта» и другие. Верить безоговорочно стоит только старым эвристикам. Есть набор традиционных глобализующих приемов: поиск хорошего приближения из «физических соображений»; выявление монотонной последовательности локальных спусков, ведущих к глобальному; квазисепарабельность; «перемоделирование». Стоит начинать конструкционный поиск именно с этих подходов.

В среде специалистов имеет место «правило хорошего тона», это принцип «best of known»: лучшее из известных решение заменяет глобальное до тех пор, пока кем-нибудь не будет представлено еще более хорошее. Стоит привыкнуть к мысли, что вы можете никогда не узнать правильный ответ. Нужно научиться отвечать на вопрос, чего вы достигли и что вы можете утверждать. Можно ли решать практические задачи оптимизации больших размерностей? Строгие математические оценки гласят: это невозможно. Вычислительная практика «говорит» – это возможно.

Практическая нелокальная оптимизация – это «Игра с Природой»; ваш проигрыш гарантирован. Но можно руководствоваться тезисом А. Эйнштейна: «Бог хитер, но не злоблив».

## СРЕДСТВА ПОДДЕРЖКИ ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ИНСТРУМЕНТАЛЬНОМ КОМПЛЕКСЕ ORLANDO TOOLS\*

С.А. Горский

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
gorsky@icc.ru

Доклад представляет цикл работ, посвященных развитию возможностей инструментального комплекса Orlando Tools (OT) [1] за последние 5 лет. Автор является основным разработчиком OT. Основным направлением развития комплекса в эти годы было применение средств непрерывной интеграции программного обеспечения к разработке распределенных программ, предназначенных для решения крупномасштабных задач в высокопроизводительных распределенных вычислительных средах. В цикл статей вошли работы, иллюстрирующие этапы развития OT в целом, а также подсистемы непрерывной интеграции в частности.

Подход к разработке распределенных программ, реализованный в OT основан на понятии распределенных пакетов прикладных программ (РППП). Понятие РППП близко термину научного рабочего процесса (англ., scientific workflow), который является частным случаем схемы решения в РППП. OT соответственно является аналогом систем разработки научного рабочего процесса и управления им (англ., workflow management system). В последние годы разработка и применение таких систем является актуальным направлением исследований как в России, так и за рубежом.

Общая схема выполнения непрерывной интеграции в OT, в отличие от известных подходов, включает два уровня интеграции: сборку и автоматизированное тестирование отдельных модулей пакета с помощью сторонних систем непрерывной интеграции (GitLab и других инструментариев); контроль корректности вычислительных моделей и схем решения задач, включающих различные сочетания модулей и их версий, средствами OT [1, 2].

Применение предложенного подхода в процессе разработки ряда РППП, в частности, РППП для комплексного анализа живучести систем энергетики на основе комбинаторного подхода, позволило на практике существенно сократить время на подготовку экспериментов по сравнению с использованием ручного режима или сторонних систем непрерывной интеграции, а также значительно ускорить вычислительный процесс.

Вклад автора в статьи, опубликованные в соавторстве, включает развитие OT и его подсистем, а также разработку РППП. Часть РППП были созданы автором лично, в других разработках он выступал консультантом или одним из разработчиков.

1. Feoktistov A., Gorsky S., Sidorov I., Bychkov I., Tchernykh A., Edelev A. Collaborative development and use of scientific applications in orlando tools: Integration, delivery, and deployment // Latin American High Performance Computing Conference. Springer, Cham, 2020. P. 18-32.
2. Gorsky S. Continuous integration, delivery, and deployment for scientific workflows in Orlando Tools // ICCS-DE. 2020. P. 118-128.

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект № FWEW-2021-0005 «Технологии разработки и анализа предметно-ориентированных интеллектуальных систем группового управления в недетерминированных распределенных средах».

## ГЕОХИМИЧЕСКИЙ МОНИТОРИНГ СОПРЯЖЕННЫХ КОМПОНЕНТОВ БАЙКАЛЬСКОЙ ЭКОСИСТЕМЫ\*

В.И. Гребенщикова,<sup>1</sup> В.Г. Иванов<sup>2</sup>, М.И. Кузьмин<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт геохимии им. А.П. Виноградова СО РАН

<sup>2</sup>Лимнологический институт СО РАН

[vgreb@igc.irk.ru](mailto:vgreb@igc.irk.ru), [vigo@lin.irk.ru](mailto:vigo@lin.irk.ru)

Байкальская водная экосистема представлена водой Байкала, истока Ангары, притоками и многочисленными эндемиками. Байкал является огромным хранилищем чистой питьевой воды, необходимой для жизни не только россиян, но и пользующейся большим спросом в других странах (Германия, Монголия, Китай и др.). Озеро Байкал расположено в Байкальской рифтовой зоне, где ежегодно происходит более 1000 землетрясений. При этом вскрываются глубинные зоны, по которым в Байкал может поступать ювенильная вода, содержащая некоторые элементы или их соединения как в недостаточном, так и в избыточном количестве для питьевой воды и воды рыбохозяйственных водоемов. На химический состав воды Байкала оказывает влияние его геологическое строение, состав окружающих пород и многочисленных притоков. Типичными дефицитными элементами в водах Байкальского региона являются Se, F, J и др. Это сказывается на качестве питьевой воды и здоровье населения [1]. Избыточные компоненты (Hg, Rn, CH<sub>4</sub>, U, Mn и др.) обычно оказывают кратковременные изменения в Байкальской водной экосистеме, и опасности для человека не представляют, однако могут быть токсичными для эндемиков Байкала. Кратковременность изменений содержания опасных компонентов в воде Байкала доказана нами по результатам 25-летнего изучения химического состава воды Байкала, а также его крупных притоков и единственного стока – реки Ангары [2-4]. Вода Байкала способна к быстрому самоочищению и восстановлению, благодаря процессам апвеллинга/даунвеллинга, геодинамическим подвижкам, постоянному перемешиванию воды, дополнительному поступлению глубинной воды и наличию разных по химическому составу притоков Байкала. Однако биота Байкала может не справляться даже с кратковременной токсичной нагрузкой. Об этом могут свидетельствовать частые находки погибшей нерпы, рыбы или наблюдаемая гибель планктона. Для сохранения Байкала необходимо продолжить мониторинг (1996-2022 гг.), получить дополнительные научные знания для понимания причин изменения химического состава и гибели его эндемиков.

1. Ломоносов И.С., Гребенщикова В.И., Складорова О.А., Брюханова Н.Н., Носков Д.А., Яновский Л.М., Диденков Ю.Н. Токсичные (ртуть, бериллий) и биогенные (селен, фтор) в аквальных экосистемах Байкальской природной территории // Водные ресурсы. 2011. Т. 38, № 2. С. 193-204.
2. Коваль П.В., Удодов Ю.Н., Андрулайтис Л.Д., Саньков В.А., Гапон А.Е. Ртуть в воде истока р. Ангары: пятилетний тренд концентраций и возможные причины его вариаций // ДАН. 2003. Т. 389, № 2. С. 235-238.
3. Гребенщикова В.И., Кузьмин М.И., Ключевский А.В., Демьянович В.М., Ключевская А.А. Повышенные содержания ртути в воде истока реки Ангары: отклики на геодинамические воздействия и сильные землетрясения // Доклады Академии наук. Науки о Земле. 2020. Т. 491, № 2. С. 77–81.
4. Grebenshchikova V.I., Kuzmin M.I. Mercury in the Baikal aquatic ecosystem (Lake Baikal, its tributaries, Angara River source) // Limnology and Freshwater Biology. 2022. № 3. P. 1302-1304.

\* Работа поддержана проектом № 075-15-2020-785.

ПРОВЕРКА СВОЙСТВА НАБЛЮДАЕМОСТИ ФОРМАЛЬНОГО ЯЗЫКА С  
ПОМОЩЬЮ ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА \*

Давыдов А.В., Ларионов А.А., Нагул Н.В.

Институт динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова СО РАН  
[artem@icc.ru](mailto:artem@icc.ru), [bootfrost@zoho.com](mailto:bootfrost@zoho.com), [sapling@icc.ru](mailto:sapling@icc.ru)

В докладе рассматривается важный вопрос теории дискретно-событийных систем (ДСС) с частично-наблюдаемыми событиями, а именно, задача проверки наблюдаемости формального языка, задающего ограничения на функционирование ДСС. Формальный язык является наблюдаемым, если два слова языка, выглядящие одинаково, требуют одинакового управляющего воздействия внешнего контроллера. Известный полиномиальный алгоритм проверки наблюдаемости [1] реализован исключительно средствами логического вывода в исчислении позитивно-образованных формул (ПОФ) [2].

Пусть ДСС представлена автоматом  $G$ , а ограничения на ее функционирование задает автомат  $H$ , генерирующий формальный язык, наблюдаемость которого требуется установить. База ПОФ, используемой для проверки наблюдаемости, представлена множеством атомов

$$\{Q_0(G), Q_0(H), Q(q^i), \delta_G(q_1^i, \sigma^i, q_2^i), \delta_H(q_1^i, \sigma^i, q_2^i), E(\sigma^j), E_c(\sigma^j), E_o(\sigma^j), E_{uo}(\sigma^j), NoF_G(q, \sigma), NoF_H(q, \sigma), F_G(q, \sigma), F_H(q, \sigma)\},$$

где  $i, j$  зависят от количества состояний и событий в ДСС  $G$ . Здесь атомы  $Q(q^i)$  задают список имен состояний автомата, представляющего  $G$ , атомы  $E(\sigma^j)$  задают список имен всех событий  $G$ ,  $E_c(\sigma^j)$  определяют список управляемых событий,  $E_o(\sigma^j)$  определяют все наблюдаемые события,  $E_{uo}(\sigma^j)$  – ненаблюдаемые события, атом  $Q_0(G)$  задает начальное состояние автомата  $G$ , атом  $Q_0(H)$  задает начальное состояние автомата  $H$ . Атомы  $\delta_G(q_1^i, \sigma^i, q_2^i)$  (соотв.  $\delta_H(q_1^i, \sigma^i, q_2^i)$ ) определяют переходы из состояния  $q_1^i$  автомата  $G$  (соотв.  $H$ ) в состояние  $q_2^i$  по событию  $\sigma^i$ . Атом  $F_G(q^i, \sigma^j)$  означает, что из состояния  $q^i$  автомата  $G$  определен переход по событию  $\sigma^j$ , атом  $NoF_G(q^i, \sigma^j)$  означает обратное, т.е. что переход из  $q^i$  по  $\sigma^j$  не определен. Далее приведен список вопросов ПОФ, используемой для проверки наблюдаемости:

1.  $\forall q_H, q_G Q_0(G), Q_0(H) - \exists T(q_H, q_H, q_G)$
2.  $\forall \sigma, q_H^1, q_H^2, q_G E_c(\sigma), F_H(q_H^1, \sigma), NoF_H(q_H^2, \sigma), F_G(q_G, \sigma) - \exists dead(q_H^1, q_H^2, q_G, \sigma)$
3.  $\forall x, y, z, s dead(x, y, z, s)$
4.  $\forall \sigma, q_H^1, q_H^2, q_G, t_H^1, t_H^2, t_G T(q_H^1, q_H^2, q_G), E_c(\sigma), E_o(\sigma), \delta_H(q_H^1, \sigma, t_H^1), \delta_H(q_H^2, \sigma, t_H^2), \delta_G(q_G, \sigma, t_G) - \exists T(t_H^1, t_H^2, t_G), \delta_T(q_H^1, q_H^2, q_G, \sigma, \sigma, \sigma, t_H^1, t_H^2, t_G)$
5.  $\forall \sigma, q_H^1, q_H^2, q_G, t_H^1 T(q_H^1, q_H^2, q_G), E_c(\sigma), E_{uo}(\sigma), \delta_H(q_H^1, \sigma, t_H^1) - \exists T(t_H^1, t_H^2, t_G), \delta_T(q_H^1, q_H^2, q_G, \sigma, \varepsilon, \varepsilon, t_H^1, t_H^2, t_G)$
6.  $\forall \sigma, q_H^1, q_H^2, q_G, t_H^1, t_H^2, t_G T(q_H^1, q_H^2, q_G), E_c(\sigma), E_{uo}(\sigma), \delta_H(q_H^2, \sigma, t_H^2), \delta_G(q_G, \sigma, t_G) - \exists T(t_H^1, t_H^2, t_G), \delta_T(q_H^1, q_H^2, q_G, \sigma, \sigma, \sigma, t_H^1, t_H^2, t_G)$

Заметим, что вопрос 1 добавляет в базу стартовый для дальнейшего поиска вывода атом  $T(q_H, q_H, q_G)$ . Второй вопрос проверяет нарушение наблюдаемости для управляемого

\*Работа поддержана РФФИ, проект 20-07-00397.

события  $\sigma$ , и при успешном ответе в базу добавляется атом  $dead(q_N^1, q_N^2, q_G, \sigma)$  с информацией о состоянии и событии, нарушающем условие наблюдаемости. Третий вопрос служит для проверки остановки машины поиска вывода. Остальные вопросы реализуют шаги алгоритма [1], обрабатывая наблюдаемые и ненаблюдаемые события.

1. Cassandras C.G., Lafortune S. Introduction to Discrete Event Systems. Springer US, 2008.
2. Васильев С.Н., Жерлов А.К., Федосов Е.А., Федунев Б.Е. Интеллектуальное управление динамическими системами. М.: Физматлит, 2000.

## ЭКОЛОГО-ЭПИДЕМИОЛОГИЧЕСКИЙ МОНИТОРИНГ ТРАНСМИССИВНЫХ КЛЕЩЕВЫХ ИНФЕКЦИЙ НА БПТ С ПОМОЩЬЮ ГИС И ИНТЕРНЕТ-ТЕХНОЛОГИЙ

Г.А. Данчинова, М.А. Хаснатинов, Р.К. Федоров, В.В.Парамонов, Н.А. Ляпунова,  
И.С. Соловаров, Б.В. Лагунова, Н.В.Хамнуева, Н.А. Подкаменная

Научный центр проблем здоровья семьи и репродукции человека  
Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова  
[dan-chin@yandex.ru](mailto:dan-chin@yandex.ru)

Среди трансмиссивных клещевых инфекций на БПТ известны и имеют наибольшее эпидемиологическое значение для региона широко распространенные клещевые инфекции: клещевой вирусный энцефалит (КВЭ), иксодовый клещевой боррелиоз (ИКБ), клещевая возвратная лихорадка (КВЛ), гранулоцитарный анаплазмоз человека (ГАЧ), моноцитарный эрлихиоз человека (МЭЧ), клещевой риккетсиоз (КР) передающиеся человеку при укусах иксодовых клещей, содержащих возбудителей этих опасных инфекций. По нашим данным с начала выполнения КНП «Фундаментальные основы, методы и технологии цифрового мониторинга и прогнозирования экологической обстановки Байкальской природной территории» ежегодно отмечается зараженность иксодовых клещей в следующих показателях: КВЭ (1%); ИКБ (28%); МЭЧ (3%); ГАЧ (5%); КР (0,2%); КВЛ (2%). При клещевых инфекциях возможно развитие как моно, так и смешанных микст инфекций, отличающихся своим клиническим своеобразием и специфическим сочетанием разных возбудителей в каждом конкретном случае.

Чрезвычайно важным аспектом современной эпидемиологической обстановки является то, что очаги разных клещевых инфекций «накладываются друг на друга», т.е. речь идет о сочетанных очагах вирусных и бактериальных инфекций. Существование смешанных природных очагов клещевых инфекций увеличивает риск заражения людей одновременно несколькими патогенами. В этих условиях для проведения адекватных профилактических мероприятий необходим скрининг снятых с людей переносчиков, предусматривающий возможность обнаружения всего спектра возбудителей, передаваемых через укус клеща.

Фауна переносчиков клещевых инфекций – иксодовых клещей на территории БПТ представлена 6 видами, принадлежащими к 3 родам: *Ixodes persulcatus* P. Sch., 1930 – таежный клещ; *I. lividus* – птичий клещ; *I. trianguliceps* Bir., 1895; *D. nuttalli* Ol., 1929 – степной клещ; *D. silvarum* Ol., 1932 – лесостепной клещ и *H. concinna* Koch, 1844. В последние годы обнаружены заносные и инвазивные виды иксодовых клещей: *Amblyomma americanum*, L., 1758; *D. reticulatus* и *Rhipicephalus sanguineus*, Latreille, 1806. Вышеперечисленные виды клещей в материалах от населения, пострадавшего от их присасываний, встречаются в единичных экземплярах. Однако имеющиеся знания и опыт позволяют проявлять настороженность как при появлении новых, ранее неизвестных в фауне региона клещей, так и новых нозологий.

Поскольку в современном мире вирусным инфекциям уделяется большое внимание как со стороны национальных правительств, так и со стороны международных и общественных организаций, нами были проанализированы доступные иностранные и отечественные системы непрерывного наблюдения за природно-очаговыми инфекциями с помощью ГИС и интернет-технологий, как одними из наиболее перспективных направлений развития способов перспективного мониторинга.

К настоящему времени для количественной оценки риска заражения клещевыми инфекциями, а также для расширения возможностей эпидемиологического анализа данных нами была разработана ГИС «Активность иксодовых клещей», в которой каж-

дый случай кодируется индивидуально, либо в группе с 3-5 близкорасположенными случаями (а не в виде полигонов, как в первоначальной версии). Загрузке в ГИС полученных сведений предшествовала большая подготовительная работа, требующая удаления персональной информации о конкретном клиенте, таких как фамилия, имя, отчество, контактные данные при сохранении информации, необходимой для отчетности в Роспотребнадзор (возраст, пол, наличие вакцинации от КВЭ, местности, где произошел укус клеща и др.). Все данные нормализовались путем коррекции с использованием географических атласов, различной справочной литературы, определителей и пр. В данный момент в тестовом режиме по каждой точке доступна описательная информация о географическом месте присасывания, виде клеща, дате, видах деятельности человека, ассоциированных с укусом клеща и результатах детекции возбудителей КВЭ, ИКБ, КВЛ, ГАЧ, МЭЧ и КР по каждому индивидуальному случаю. С помощью созданной нами ГИС доступна интеграция многих показателей, например, данных об укусах иксодовых клещей – с информацией о плотности населения БПТ, оценка их генетического и видового разнообразия и многое другое.

Современная эпидемиологическая ситуация характеризуется ростом известных клещевых инфекций и выявлением новых, ранее неизвестных на БПТ. Поэтому насущной задачей является не только мониторинг за расширением спектра инфекционных патогенов, подлежащих мониторингу, но и разработка на основе этой информации современных методов и технологий эколого-эпидемиологического мониторинга с реализацией прикладной цифровой платформы и наполнением данными по материалам лабораторной диагностики биоматериалов от людей на спектр инфекций вирусной и бактериальной природы, передающихся при укусах иксодовых клещей. Получение объективной информации о современном состоянии природно-очаговых инфекций (ПОИ) на БПТ важно для составления прогноза дальнейшей эволюции очагов и предсказания развития эпизоотической и эпидемиологической ситуации в регионе. Правильное понимание процессов, меняющих современную экологию возбудителей, в дальнейшем позволит минимизировать возможные эколого-эпидемиологические последствия антропогенных преобразований и предотвратить социальный и экономический ущерб, наносимый ПОИ, распространенными на БПТ.

Таким образом, все вышесказанное позволяет считать, что геокодирование местобитаний иксодовых клещей и их вирусных и бактериальных патогенов, а также создание ГИС для БПТ позволит в будущем оперативно получать необходимые сведения по эпидситуации в отношении трансмиссивных клещевых инфекций в каждой географической точке региона любому заинтересованному юридическому или физическому лицу, оценить риски заражения клещевыми инфекциями, расширить возможности эпидемиологического анализа, оптимизировать и улучшать эффективность профилактических мероприятий.

# ИНТЕРВАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ АНАЛИЗА КОНФИГУРАЦИЙ ГИПЕРПЛОСКОСТЕЙ

М.Н. Деменков

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова  
[maxim.demenkov@lab45ipu.ru](mailto:maxim.demenkov@lab45ipu.ru)

Конфигурации (или наборы) гиперплоскостей (hyperplane arrangements) – математические объекты, представляющие собой конечные множества, элементы которых – гиперплоскости в конечномерном пространстве. Они встречаются в различных областях математики, таких как теория многогранников [1]. Гиперплоскости набора делят пространство на конечное число выпуклых областей – полиэдральных ячеек (клеток). Теоретические свойства конфигураций гиперплоскостей хорошо изучены, также разработаны численные алгоритмы (см. напр. [2, 3]) для решения связанных с ними задач – например, подсчета количества полиэдральных ячеек, определения систем линейных неравенств, описывающих ячейки, или определения ячейки, в которой расположена заданная точка в пространстве. Среди практических приложений таких алгоритмов стоит выделить анализ сложности нейронных сетей.

Рассматривается задача, обратная задаче определения местоположения точки, а именно, необходимо найти одну точку в каждой ячейке, не обязательно вычисляя сами ячейки. Кроме того, учитывается дополнительное компактное множество линейных ограничений. Предлагаемый алгоритм представляет собой модифицированный вариант интервального алгоритма SIVIA [5], ранее использовавшегося для описания множества решений систем нелинейных неравенств (см. также [6]). Такой алгоритм, очевидно, применим также для подсчета количества ячеек в условиях ограничений (аналогичная задача без ограничений решается на основе известной теоремы Т. Заславского [4]).

Работа алгоритма начинается с определения минимального гиперпараллелепипеда (или, в терминологии [7], бруса), включающего ограничения, и в дальнейшем осуществляется его деление на подмножества (также брусы) и их удаление. Для каждого вновь образованного бруса проверяется наличие его пересечения хотя бы с одной гиперплоскостью из заданного набора и принадлежность множеству ограничений. В случае отсутствия пересечений и наличия принадлежности считаем, что брус находится внутри одной из ячеек, тогда заносим вектор знаков скалярных произведений точки и гиперплоскостей набора (однозначно определяющий ячейку) в список, если его там еще нет, и выдаем центр бруса в качестве точки, принадлежащей ячейке. Такой брус исключается из дальнейшего рассмотрения, как и линейно отделимый от ограничений. Пересечение бруса и гиперплоскости, как и принадлежность ограничениям, определяется с помощью замкнутой формулы для максимума линейной функции на брус. Обсуждаются также методы предотвращения бесконечного деления брусов.

1. Циглер Г.М. Теория многогранников. М.: МЦНМО, 2014.
2. Kastner L., Panizzut M. Hyperplane arrangements in polymake. In: A. M. Bigatti et al. (Eds.): ICMS 2020, LNCS 12097, P. 232–240. Springer Nature Switzerland.
3. Rada M., Cerny M. A new algorithm for enumerating of cells of hyperplane arrangements and a comparison with Avis and Fukuda's reverse search // SIAM J. Discrete Math. 2018. P. 455–473.
4. Шнурников И.Н. О числе областей максимальной размерности в разбиениях проективных пространств наборами гиперплоскостей // Матем. заметки. 2015. Т. 97, № 3. С. 475–480.
5. Жолен Л., Кифер М., Дидри О., Вальтер Э. Прикладной интервальный анализ. Москва — Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2007.
6. Evtushenko Y., Posypkin M., Rybak L., Turkin A. Approximating a solution set of nonlinear inequalities // Journal of Global Optimization. 2018. Vol. 71. P. 129–145.
7. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ. Новосибирск: XYZ, 2021.

## СЕЙСМИЧЕСКИЙ МОНИТОРИНГ ПРОХОЖДЕНИЯ СЕЛЕЙ И ПАВОДКОВ НА ПРИМЕРЕ Р. КЫНГАРГА (ТУНКИНСКАЯ ДОЛИНА)\*

А.А. Добрынина<sup>(1,2)</sup>, А.А. Рыбченко<sup>(1)</sup>, Н.В. Кичигина<sup>(3)</sup>, В.А. Саньков<sup>(1)</sup>, С.А. Король<sup>(1)</sup>,  
А.В. Саньков<sup>(1)</sup>, В.В. Чечельницкий<sup>(4)</sup>

<sup>(1)</sup>Институт земной коры СО РАН, <sup>(2)</sup>Геологический институт им. Н.Л. Добрецова СО РАН, <sup>(3)</sup>Институт географии им. В.Б. Сочавы СО РАН, <sup>(4)</sup>Байкальский филиал ФИЦ «Единая геофизическая служба РАН»  
[dobrynina@crust.irk.ru](mailto:dobrynina@crust.irk.ru)

В работе рассматриваются возможность проведения сейсмического мониторинга за уровнем воды в горных реках, расположенных в селеопасных районах, и перспективы его использования для создания системы краткосрочного оповещения населения о ходе селевого потока на примере событий на реке Кынгарга. Исток реки Кынгарга расположен на южном склоне Тункинских Гольцов. Это ледниково-эрозионные горы с вертикальным расчленением от 600 до 1200 м. Общая длина горной части долины р. Кынгарга составляет 7,35 км. Широкая в средней части, за 2 км до выхода с гор на равнинную часть, долина реки резко сужается, превращаясь в каньоно-образное ущелье, что препятствует свободному выносу твердого материала и приводит к его аккумуляции. Такое строение долины реки при высоких паводках может привести к эффекту кумуляции селевого процесса [1]. Установленные закономерности формирования флювиальных процессов и рельефа [2] показывают, что в таких условиях в водосборном бассейне преобладающее развитие будут иметь паводки и водокаменные сели [3].

С 2003 г. в пос. Аршан действует цифровая сейсмическая станция «Аршан» (код ARS), расположенная на окраине поселка ближе к Тункинским Гольцам на правом берегу р. Кынгарга. Наименьшее расстояние от сейсмопавильона до русла реки составляет 250 м. Установленная на станции аппаратура имеет три коротко-периодных сейсмометрических канала повышенной чувствительности, регистрирующие скорости смещения почвы. Частота дискретизации 100 отсчетов в секунду. С июня 2019 г. по настоящее время на р. Кынгарга Институтом географии им. В.Б. Сочавы СО РАН ведутся непрерывные наблюдения за колебаниями уровня воды с частотой измерений 1 раз в 30 минут. Измерение атмосферных осадков выполняются с интервалом 1 час с помощью системы автоматического мониторинга, установленной на Пике Любви и на территории стационара Института географии им. В.Б. Сочавы СО РАН в пос. Аршан.

В работе анализировались данные непрерывной сейсмической регистрации, полученные на сейсмической станции «Аршан» во время прохождения Аршанского селя 2014 г. и паводков на р. Кынгарга в 2019 г. 28 июня 2014 г. в результате выпадения интенсивных атмосферных осадков в районе п. Аршан с южного склона Тункинских Гольцов сошли восемь селевых потоков, в том числе и на реке Кынгарга [3, 4]. Селевой поток сформировался в восточном притоке реки, по механизму зарождения селевого потока относится к эрозионному типу. Питание твердой составляющей осуществлялось за счет эрозионного размыва русловых отложений в основном русле и за счет поступления материала с боковых притоков. В результате прохождения селевого потока была повреждена линия электропередач, поэтому сейсмическая станция работала с перебоями: с 18 часов 50 минут (27 июня) до 09 часов 45 минут (28 июня) и с 08 часов 47 минут

\* Работа поддержана Крупным проектом Минобрнауки РФ «Фундаментальные основы, методы и технологии цифрового мониторинга и прогнозирования экологической обстановки Байкальской природной территории», проект 075-15-2020-787.

(29 июня) по 07 часов 40 минут (30 июня). Здесь дано время UTC (местное время – 8 часов).

Анализ сейсмических записей показал, что движение селевых масс, представленных валунно-галечниковыми отложениями, началось 27 июня в 17 часов 19 минут и продолжалось, то ослабевая, то усиливаясь, в течение почти трех суток. На сейсмограммах зафиксировано три продолжительных сейсмических события длительностью 8–12 минут, которые могут быть интерпретированы как движение влекомых наносов в селевом потоке. Спектр этих событий представлен высокочастотными колебаниями (22–48 Гц), также значительный вклад вносит низкочастотная составляющая: 0.35–0.45 Гц. Такое разделение спектра скоростей колебаний на две составляющие может быть объяснено наложением двух процессов – поток водных масс с образованием турбулентных потоков и удары твердой фракции селевого потока о дно и стенки русла. Поляризационный анализ сейсмических записей во время селевого потока показал преобладание северо-восточной или север-северо-восточной ориентации колебаний при слабой выраженности колебаний в вертикальной плоскости, из чего можно заключить, что источник возбуждения упругих колебаний находился на востоке – юго-востоке от сейсмической станции «Аршан». Это направление соответствует пространственному положению изучаемых селевых потоков. Время начала селевой активности на сейсмограмме опережает время прихода селевого потока в пос. Аршан на ~30 минут. Эта разница объясняется различием в скоростях сейсмических волн (3.2–6.15 км/с для волн разного типа) и скоростью движения селевого потока (5–7 м/с согласно [3]).

Паводок на р. Кынгарга 27 июля 2019 г. был зарегистрирован гидрометрическим постом ИГ СО РАН, максимальный уровень подъема воды наблюдался с 07 до 16 часов 28 июля (время местное). В это же время на записях сейсмической станции Аршан зафиксировано усиление амплитуд микросейсмических шумов в широком диапазоне частот: от 2 до 25 Гц, поляризационный анализ при этом не показал каких-либо преобладающих направлений колебаний.

Сравнительный поляризационный анализ характеристик сейсмического фона в спокойное время, при паводках и при прохождении селя показал резкое изменение поляризационных свойств микросейсмических колебаний во время селевого потока, что может быть использовано при селевом мониторинге. В совокупности с наблюдаемой разницей скоростей сейсмических волн и селевых потоков это дает возможность предложить систему мониторинга и экстренного предупреждения о сходе селевого потока. Система состоит из метеостанции, замеряющей уровень осадков, гидрометрических постов, устанавливаемых в верховьях реки и вблизи населенного пункта, фотоловушек и локальной сети сейсмических станций, расположенных вдоль русла реки, телеметрической станции для передачи данных с приборов в режиме реального времени и вычислительной станции для сбора, визуализации и обработки наблюдаемых данных в режиме реального времени.

- 1 Агафонов Б.П. Кумулятивные сели в Прибайкалье // Геоморфология. 1996. № 2. С. 27–36.
- 2 Wilford D.J., Sakals M.E., Innes J.L., Sidle R.C., Bergerud W.A. Recognition of debris flow, debris flood and flood hazard through watershed morphometrics // Landslides. 2004. Vol. 1, № 1. P. 61–66.
- 3 Kadetova A.V., Rybchenko A.A., Kozyreva E.A., Tie Y., Ni H. Debris flow event of 2014 and its impact on the accumulation of the solid fraction in the Kyngarga river channel, Tunka valley, South-western Cisbaikalia, Russia // Geodynamics & Tectonophysics. 2016. №7(2). P. 329–335.
- 4 Чечельницкий В.В., Макаров С.А., Добрынина А.А. Прохождение катастрофического водокаменного селя на реке Кынгарга (Республика Бурятия) 27–29 июня 2014 г. по сейсмическим данным // Доклады академии наук. 2018. Т. 481, № 6. С. 675–679.

# ДИАГОНАЛИЗАЦИЯ МАТРИЧНОГО ФЕРМИОННОГО ПРОПАГАТОРА И ЗАДАЧА НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

Д.А. Должиков,

Объединённый институт ядерных исследований, Дубна

А.Е. Калошин,

Физический факультет, Иркутский государственный университет

В.П. Ломов

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

lomov.vl@icss.ru

Обратный пропагатор для системы из  $n$  смешивающихся фермионов (кварков или лептонов) включающий в себя собственно энергетическую часть имеет вид

$$\begin{aligned} S &= \hat{p} - M^{\text{diag}} - \Sigma(p), \\ \Sigma(p) &= A(p^2) + \hat{p}B(p^2) + \gamma^5 C(p^2) + \hat{p}\gamma^5 D(p^2), \end{aligned} \quad (1)$$

где коэффициенты при  $\gamma$ -матрицах суть матрицы размера  $n \times n$ . Ниже мы будем считать, что эти коэффициенты — вещественные функции, а в случае CP сохранения матрицы  $A$ ,  $B$ ,  $D$  — симметричные, а  $C$  — антисимметричная

$$A^T = A, \quad B^T = B, \quad D^T = D, \quad C^T = -C. \quad (2)$$

Известно, что вопрос о диагонализации матрицы обычно решается с помощью задачи на собственные значения, но для матричного пропагатора нужно уточнить, что именно подразумевается под его диагональной формой.

Для этого рассмотрим обратный пропагатор свободной системы из  $n$  фермионов

$$\begin{aligned} S_0(p) = \hat{p} - M^{\text{diag}} &= \mathcal{P}_1 \begin{pmatrix} W - m_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & W - m_n \end{pmatrix} + \\ &+ \mathcal{P}_2 \begin{pmatrix} -W - m_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & -W - m_n \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

где мы ввели для удобства базис из четырёх операторов

$$\mathcal{P}_{1,2} = \frac{1}{2} \left( 1 \pm \frac{\hat{p}}{W} \right), \quad W = \sqrt{p^2}, \quad \mathcal{P}_3 = \mathcal{P}_1 \gamma^5, \quad \mathcal{P}_4 = \mathcal{P}_2 \gamma^5, \quad (4)$$

с простыми алгебраическими свойствами.

В выражении (3) диагональные элементы  $(\pm W - m_i)$  являются собственными значениями оператора  $S_0$ , если рассматриваем такую задачу на собственные значения

$$S_0 \Pi_i^{(\pm)} = (\pm W - m_i) \Pi_i^{(\pm)}, \quad (5)$$

где

$$\Pi_i^{(+)} = \mathcal{P}_1 \pi^i, \quad \Pi_i^{(-)} = \mathcal{P}_2 \pi^i, \quad (6)$$

а  $\pi^i$  являются элементарными проекторами  $n \times n$

$$(\pi^i)_{lm} = \delta_{il}\delta_{im} \quad (7)$$

состоящими из нулей и единственной единицы на  $i$ -м месте на диагонали.

В случае одетого обратного пропагатора мы определим, что его диагональной формой будет выражение

$$S^{\text{diag}}(p) = \mathcal{P}_1 \begin{pmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_n \end{pmatrix} + \mathcal{P}_2 \begin{pmatrix} \lambda_{n+1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_{2n} \end{pmatrix} \equiv \mathcal{P}_1 \Lambda^+ + \mathcal{P}_2 \Lambda^-. \quad (8)$$

Здесь  $\lambda_i(W)$  — собственные значения обратного пропагатора  $S$ . Первые  $n$  значений  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  соответствуют решениям с положительной энергией, а  $\lambda_{n+1}, \dots, \lambda_{2n}$  — решениям с отрицательной энергией.

Для решения задачи на собственные значения для обратного пропагатора

$$S\Pi = \lambda\Pi, \quad \Pi S = \lambda\Pi, \quad (9)$$

удобно использовать разложение по  $\mathcal{P}$  базису. Детали можно найти в работе [1], здесь мы кратко приведём результаты.

При условии СР сохранения задача на собственные проекторы  $\Pi$  сводится к решению системы однородных уравнений

$$\hat{O}\psi \equiv [(S_2 - \lambda)S_3^{-1}(S_1 - \lambda) - S_4]\psi = 0, \quad (10)$$

где  $\hat{O}$  — матрица  $n \times n$ ,  $\psi$  — вектор-столбец размерности  $n$ . Собственные значения находятся как решения характеристического уравнения

$$\det [(S_2 - \lambda)S_3^{-1}(S_1 - \lambda) - S_4] = 0. \quad (11)$$

Выражение для проекторов  $\Pi$  имеет вид

$$\Pi_i = \varepsilon_i \left( \mathcal{P}_1 \cdot \psi_i \psi_i^T - \mathcal{P}_2 \cdot \phi_i \phi_i^T + \mathcal{P}_3 \cdot \psi_i \phi_i^T - \mathcal{P}_4 \cdot \phi_i \psi_i^T \right), \quad (12)$$

где  $\varepsilon_i = \pm 1$  — знак энергии, а векторы  $\psi_i$  находятся из системы однородных уравнений

$$\hat{O}_i \psi_i \equiv \hat{O}(\lambda = \lambda_i) \psi_i = 0, \quad (13)$$

в то время как векторы  $\phi_i$  выражаются через них

$$\phi_i = S_3^{-1}(S_1 - \lambda_i) \psi_i. \quad (14)$$

Условие, что величины  $\Pi_k$  являются проекторами накладывает требование ортогональности на введённые векторы

$$\varepsilon_i (\psi_i^T \psi_k - \phi_i^T \phi_k) = \delta_{ik}. \quad (15)$$

Кроме условия ортогональности другим необходимым свойством собственных проекторов  $\Pi_k$  является их полнота, выражающаяся в том, что

$$\sum_{i=1}^{2n} \Pi_i = 1 \equiv I_n, \quad (16)$$

или в терминах векторов  $\psi, \phi$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{2n} \varepsilon_i \psi_i \psi_i^T &= I_n, & \sum_{i=1}^{2n} \varepsilon_i \phi_i \phi_i^T &= -I_n, \\ \sum_{i=1}^{2n} \varepsilon_i \psi_i \phi_i^T &= 0_n, & \sum_{i=1}^{2n} \varepsilon_i \phi_i \psi_i^T &= 0_n. \end{aligned} \quad (17)$$

Заметим, что в силу ассоциативности умножения матриц, условие полноты и ортогональности оказываются взаимосвязанными.

Используя результаты задачи на собственные значения мы можем переписать обратный пропагатор и сам пропагатор в виде спектрального разложения

$$S = \sum_{i=1}^{2n} \lambda_i \Pi_i \quad \Rightarrow \quad G = S^{-1} = \sum_{i=1}^{2n} \frac{1}{\lambda_i} \Pi_i, \quad (18)$$

Чтобы привести  $S$  к диагональной форме введём такие матрицы порядка  $n$

$$\begin{aligned} \Psi_+ &= (\psi_1 \dots \psi_n), & \Psi_- &= (\psi_{n+1} \dots \psi_{2n}), \\ \Phi_+ &= (\phi_1 \dots \phi_n), & \Phi_- &= (\phi_{n+1} \dots \phi_{2n}) \end{aligned} \quad (19)$$

составленные из вектор-столбцов  $\psi_i, \phi_i$ . С их помощью  $S$  можно привести к диагональной форме

$$S = T^{-1} S^{\text{diag}} T, \quad (20)$$

где  $S^{\text{diag}}$  даётся выражением (8), а операторы  $T, T^{-1}$  имеют вид

$$\begin{aligned} T &= \mathcal{P}_1(\Psi_+^T + \gamma^5 \Phi_+^T) + \mathcal{P}_2(\Phi_-^T + \gamma^5 \Psi_-^T), \\ T^{-1} &= (\Psi_+ - \gamma^5 \Phi_+) \mathcal{P}_1 + (\Phi_- - \gamma^5 \Psi_-) \mathcal{P}_2. \end{aligned} \quad (21)$$

Подставляя в (20) эти выражения мы можем записать обратный пропагатор как

$$S = (\Psi_+ - \gamma^5 \Phi_+) \mathcal{P}_1 \Lambda^+ (\Psi_+^T + \gamma^5 \Phi_+^T) + (\Phi_- - \gamma^5 \Psi_-) \mathcal{P}_2 \Lambda^- (\Phi_-^T + \gamma^5 \Psi_-^T), \quad (22)$$

а сам пропагатор в форме

$$\begin{aligned} G &= T^{-1} G^{\text{diag}} T = T^{-1} \left[ \mathcal{P}_1 (\Lambda^+)^{-1} + \mathcal{P}_2 (\Lambda^-)^{-1} \right] T = \\ &= (\Psi_+ - \gamma^5 \Phi_+) \mathcal{P}_1 (\Lambda^+)^{-1} (\Psi_+^T + \gamma^5 \Phi_+^T) + \\ &\quad + (\Phi_- - \gamma^5 \Psi_-) \mathcal{P}_2 (\Lambda^-)^{-1} (\Phi_-^T + \gamma^5 \Psi_-^T). \end{aligned} \quad (23)$$

1. Kaloshin A. E., Lomov V. P. Mixing of fermions and spectral representation of propagator // Int. J. Mod. Phys. A. — 2016. — Vol. 31. — P. 1650031. — 1501.06337.

## ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РИСКА ЛЕСНЫХ ПОЖАРОВ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ПРЕЦЕДЕНТОВ

Н.О. Дородных, О.А. Николайчук, Ю.В. Пестова, А.Ю. Юрин  
Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[nikoly@icc.ru](mailto:nikoly@icc.ru)

Природные и техногенные пожары остаются серьезной проблемой во всем мире. Они губительно влияют на состав и структуру фауны и флоры, на качество воздуха, почвы и воды, что в целом приводит к деградации экосистем [1-2].

Эффективный мониторинг и прогнозирование их развития является основой для грамотного планирования ресурсов и принятия взвешенных решений, в том числе за счет использования методов дистанционного зондирования [3]. Эта задача особенно актуальна для Иркутской области, территория которой имеет самую высокую лесистость (78 %) среди субъектов Российской Федерации, при этом преобладают пожароопасные хвойные насаждения (более 90 % всей площади, покрытой лесом) [2]. Для решения задачи прогнозирования используются различные методы и инструменты, основанные на машинном обучении, методах принятия решений, нечеткой логике и др.

В докладе рассмотрены основные этапы решения задачи прогнозирования риска лесных пожаров с помощью прецедентного подхода, включающие предварительную обработку данных, формирование прецедентной модели, создание прототипа прецедентной экспертной системы и анализ полученных результатов прогнозирования. Основными результатами исследования являются: модель прецедента, которая обеспечивает компактное представление информации о погодных условиях, типе растительности и инфраструктуре региона в отношении возможного риска лесного пожара; база данных, содержащая информацию о лесных пожарах в Иркутской области за период с 2017 по 2020 год; оценка точности применения предлагаемого метода.

Исходными данными для прогнозирования риска лесных пожаров являются набор данных о лесных кварталах с их характеристикой типов лесорастительных зон; информация о погодных условиях территории на прогнозируемую дату и классов пожарной опасности по погодным условиям; набор исторических данных о пожарах за рассматриваемый период с указанием лесного квартала, зоны лесосеменного районирования, лесорастительной зоны, класса пожарной опасности лесного участка, расстояний до ближайших дорог и населенных пунктов, плотность населения, метеоусловий: температура воздуха, атмосферное давление, относительная влажность, направление и скорость ветра, количество выпавших осадков, наличие гроз, снежность зимы и др. Результатом прогнозирования является оценка возникновения пожара на территориях лесных кварталов: не вероятно, наименее вероятно, маловероятно, вероятно, наиболее вероятно. Апробация подхода проводилась для отдельных лесничеств, а именно Бодайбинского и Казаченско-Ленского. Результаты оценки показали, что применение прецедентного подхода можно рассматривать как начальный этап более глубоких исследований с использованием различных методов (интеллектуальный анализ данных, нейронные сети) для более точного прогнозирования.

1. FerreirA-leiTe F. Lourenço L., Bento-Gonçalves A. Large forest fires in mainland Portugal, brief characterization // *J. Mediterr. Geogr.* 2013. № 19. P. 53–65.
2. Тимофеева С.С., Гармышев В.В. Экологические последствия лесных пожаров на территории Иркутской области // *Экология и промышленность России.* 2017. № 21(3). С. 46-49.
3. Gheshlaghi H.A., Feizizadeh B., Blaschke T. GIS-based forest fire risk mapping using the analytical network process and fuzzy logic // *Journal of Environmental Planning and Management.* 2019. Т. 63 (3). P. 481-499.

## РОЕВЫЕ АЛГОРИТМЫ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Н.А. Душкина

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[dushkina.nad@yandex.ru](mailto:dushkina.nad@yandex.ru)

Термин «Роевой интеллект» был введен Ван Цзином и Херардо Бени в 1989 году, а уже в 1995 году Джеймс Кеннеди и Рассел Эберхарт предложили метод для оптимизации непрерывных нелинейных функций. Наука не стоит на месте, и с тех пор было придумано и реализовано несколько сотен роевых алгоритмов. В настоящее время большинство нейронных сетей и значительный блок оптимизации работает именно на роевых алгоритмах.

Для дальнейшей разработки сравним некоторые часто встречающиеся базовые роевые алгоритмы и определим:

- их преимущества и недостатки;
- скорость нахождения и точность решения;
- зависимость результатов от обследуемого типа функций.

Для рассмотрения выделим следующие алгоритмы:

- алгоритм роя частиц – первый и основной роевой алгоритм;
- муравьиный алгоритм – алгоритм, завоевавший симпатии множества ученых по всему миру, один из самых популярных роевых алгоритмов с 90-х годов.
- алгоритм кукушки – алгоритм активно набирающий популярность, разработанный в 2009 году.

Перечисленные алгоритмы испытывались на широком спектре классически используемых тестовых функций, включающих следующие классы: невыпуклые, многоэкстремальные, а также функции нескольких переменных и с различной областью допустимых значений.

Для чистоты эксперимента все тестирования приведенных выше алгоритмов будут сравниваться с учетом зафиксированного времени, выделенного на проведение вычислений, а также количества агентов в каждой популяции.

В рамках проведенного исследования были выявлены лидеры по каждой заявленной категории, полученные данные будут использоваться для дальнейшего исследования, модификации и гибридизации роевых алгоритмов.

- 1 Карпенко А.П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой: учебное пособие. 2017.
- 2 Карпенко А.П., Селиверстов Е.Ю. Обзор методов роя частиц для задачи глобальной оптимизации // Наука и образование: электронное научно-техническое издание. 2008.

## ПРОГРАММНОЕ СОПРОВОЖДЕНИЕ МЕДИЦИНСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ЗАБОЛЕВАЕМОСТИ

М.П. Дьякович, С.В. Мануйлов  
Ангарский государственный технический университет  
marik914@rambler.ru

Восточно-Сибирский институт медико-экологических исследований  
[manser.job@yandex.ru](mailto:manser.job@yandex.ru)

Иркутская область является регионом с высокой концентрацией промышленного производства, в котором занято более 500 тысяч человек, при этом более чем на трети рабочих мест установлены вредные и опасные условия труда [1]. Профессиональные заболевания, вызванные воздействием факторов производственной среды, являются причиной снижения доли трудоспособного населения и роста затрат на социальную помощь. Поэтому разработка прогнозной модели формирования профессиональной заболеваемости (ПЗ) в ведущих отраслях промышленности Иркутской области в зависимости от ряда учитываемых факторов является для медицины труда актуальной задачей.

Построение прогнозных моделей сопровождается большим количеством математических расчетов с большими временными затратами, определяя необходимость автоматизации обработки и анализа входных данных.

Программное средство (ПС) для сопровождения медицинской технологии прогноза профессиональной заболеваемости снижает влияние человеческого фактора в процессе расчетов, снижая количество возможных ошибок врачами, не имеющих специализированных навыков расчета и построения моделей. Целью ПС является определение рисков возникновения ПЗ у работников под влиянием учитываемых факторов; выделение групп работников, требующих первоочередного проведения профилактических и лечебно-диагностических мероприятий.

Методической основой для программного средства явились метод расчета весовых индексов для оценки силы влияния факторов-предикторов ПЗ и метод нормирования интенсивных показателей (НИП) [2] для расчета прогностической значимости факторов.

В качестве исходной использовался информационный массив данных о случаях ПЗ работников основных отраслей промышленности Иркутской области за 10-летний период, сформированный сотрудниками ЛЭГИ ВСИМЭИ. Он включал такие объясняющие факторы, как отрасль промышленности, возраст пострадавшего, стаж работы в контакте с вредным производственным фактором, вызвавшим профзаболевание, профессию, в которой заняты пострадавшие, основной и сопутствующие вредные производственные факторы, обстоятельства возникновения, вид, форма, тяжесть профзаболевания, основной и сопутствующий диагнозы.

ПС написано на универсальном языке программирования высокого уровня Python [3]. Язык программирования Python был выбран потому, что он обладает ясным и простым синтаксисом, доступен для любой современной компьютерной системы, в том числе Windows, Unix, Linux и macOS. Рабочая программная среда Python, а также связанные с ней библиотеки модулей и пакетов, расширяющие его функциональность, бесплатны.

В качестве хранилища данных используется реляционная система управления базами данных (РСУБД) SQLite со свободной лицензией, которая обладает высокой скоростью операций выборки данных и обработки запросов. РСУБД SQLite является встраиваемой файловой базой данных, что позволяет хранить и перемещать данные

вместе с программой, исключает необходимость наличия сервера для баз данных, может работать на многих современных платформах.

ПС состоит из графического интерфейса, позволяющего удобно взаимодействовать с программой и отображать выходные данные; модуля контроля, организующего правильное взаимодействие всех модулей программы; модуля расчета, проводящего анализ и необходимые вычисления на основе имеющихся данных; модуля работы с данными, обеспечивающего взаимодействие программы с хранилищем данных.

Основной принцип действия ПС достаточно прост: пользователь определяет условия выборки данных из информационного массива, далее программа выполняет необходимые расчеты и выводит полученные результаты. Выходные данные включают степень влияния каждого из учитываемых факторов на ПЗ; пороговые значения прогностического коэффициента, характеризующие вероятность ПЗ; прогностическую матрицу комплексной оценки риска ПЗ.

**Вывод.** Полученные с помощью разработанного ПС прогнозные модели позволят врачам определять порядок проведения профилактических и лечебно-диагностических мероприятий среди работников, т.е. решать задачи сохранения здоровья персонала на этапе, предшествующем возникновению таких заболеваний.

1. Государственный доклад «О санитарно-эпидемиологической обстановке в Иркутской области в 2020 году». Иркутск: Управление Федеральной службы по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека по Иркутской области, 2021. 327 с.
2. Шиган Е.Н. Методы прогнозирования и моделирования в социально-гигиенических исследованиях. М.: Медицина, 1986. 208 с.
3. Хилл К. Научное программирование на Python. М.: ДМК Пресс, 2021. 646 с.

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ОЦЕНКИ СВЯЗАННОГО СО ЗДОРОВЬЕМ КАЧЕСТВА ЖИЗНИ\*

М.П. Дьякович, И.А. Финогенко

Ангарский государственный технический университет

marik914@rambler.ru

Институт динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова СО РАН

[fin@icc.ru](mailto:fin@icc.ru)

Качество жизни представляет собой набор разнородных и многомерных критериев, которые определяются зачастую эмоциональным состоянием человека и главным здесь является здоровье человека. Согласно определению ВОЗ (1948) здоровье – полное физическое, психологическое и социальное благополучие человека, а не просто отсутствие заболевания. Поэтому, если говорить о КЖСЗ, то следует рассматривать эти три его составляющие.

В работе предпринята попытка построения интегрального показателя, связанного со здоровьем качества жизни (СЗКЖ) населения на основе стандартизированного русифицированного варианта опросника MOS SF-36 [1]. Три шкалы (Физическое функционирование, Ролевое физическое функционирование и Соматическая боль) наиболее тесно коррелируют с физической компонентой здоровья. Три шкалы (Психологического здоровья, Ролевого эмоционального функционирования и Социального функционирования) вносят большой вклад в оценку психологической компоненты здоровья. При этом три шкалы (Жизнеспособности, Общего состояния здоровья и Социального функционирования) имеют достаточно сильную корреляцию с обеими компонентами и характеризуют в достаточной степени социальное благополучие.

Одним из современных методов в исследовании систем, содержащих разнородные субъективные и объективные факторы различной степени важности, является метод анализа иерархий (МАИ), который позволяет перевести качественную информацию об исследуемом объекте в количественную [2]. Важнейшей процедурой МАИ является декомпозиция. СЗКЖ является системой с определенными функциями и целью, абстрактная структурная модель которой представлена сетевым графом. Элементы системы в нем распределены по уровням, разбитым на группы критериев, причем элементы нижестоящего уровня находятся под влиянием вышестоящего и наоборот. Формируются два показателя: психологический и физический компоненты, которые состоят из 8-ми шкал, оцениваемых опросником. На основе суждений о попарной качественной значимости факторов системы на любом уровне иерархии она математическими методами преобразовывается в количественные соотношения между ними. МАИ позволяет осуществить строгую математическую проверку обоснованности этого преобразования в том смысле, что указывает на непротиворечивость парных сравнений экспертом. Для достижения этой цели на каждом уровне составляется квадратная матрица парных сравнений критериев с элементами  $a_{ij}$  – интенсивностями предпочтения критерия  $K_i$  по отношению к критерию  $K_j$ , которые образуют иерархическую модель системы. Число сравниваемых критериев не должно превосходить девяти элементов (психологический предел человека, выступающего в роли эксперта). Если фактору  $K_i$  при сравнении с фактором  $K_j$  приписывается одно из значений данной шкалы, то фактору  $K_j$  приписывается обратное значение. На диагонали матрицы парных сравнений стоят единицы. Эта матрица обладает свойством обратной симметричности

\* Работа поддержана РФФИ, проект 20-07-00195.

и служит для построения линейного алгебраического уравнения, решением которого является вектор весовых коэффициентов.

Для изучения и оптимизации систем большой размерности в тех ситуациях, когда она не содержит разнородных элементов, является метод скаляризации векторных критериев качества. В принципе любая скалярная функция векторного аргумента может послужить целям скаляризации. Одной из них и самой простой является линейная функция, и тогда метод скаляризации называется методом линейной свертки. Метод вложенной линейной свертки состоит в том, что компонентами для свертки вышестоящего уровня иерархии являются уже построенные ранее свертки нижестоящего уровня. Основная проблема здесь – выбор весовых коэффициентов (ВК). Методы интегральных показателей и МАИ хорошо дополняют друг друга. Так, первый из них бессилён перед разнородностью системы или приобретает чисто формальный характер. С этой проблемой хорошо справляется МАИ, позволяя вычислять ВК критериев и ранжировать приоритеты составляющих систему частей иерархии. Но МАИ совершенно безразличен к численному наполнению этих частей в процентах или иных единицах измерения для получения средних оценок. С этим хорошо справляется интегральный показатель, который строится в виде нормированной вложенной линейной свертки с ВК, вычисленными с помощью МАИ. Он принимает значения от 0 до 1, и качество исследуемого объекта считается тем лучше, чем этот показатель ближе к 1. Для обратносимметричных матриц парных сравнений второго порядка на втором уровне иерархии ВК (их два) вычисляются точно, и такие матрицы всегда полностью согласованы. На третьем уровне имеем две матрицы парных сравнений четвертого порядка. Тогда для вычисления ВК и отношения согласованности можно эффективно использовать приближенные методы линейной алгебры. Они достаточно просты и точны для обратносимметричных матриц, сводятся к ряду арифметических и алгебраических операций, которые легко алгоритмируются.

Нами предложена следующая процедура улучшения показателя СЗКЖ до максимального, при котором все показатели 3-го уровня иерархии принимают значения в баллах, равные 100, а именно, из текущего состояния вектора показателей следует двигаться в направлении градиента интегрального показателя, который представляет собой вектор ВК. Это обосновывается тем, что любая функция векторного аргумента в направлении градиента растет быстрее всего. После того, как один из показателей достигает своего максимального значения 100 баллов, ВК при нем приравнивается нулю, т.е. этот показатель больше не изменяется. С оставшимися показателями процедура повторяется с размерностью на единицу меньше. Не более чем через 8 шагов показатели всех шкал 3-го уровня достигнут своего максимального значения, и интегральный показатель будет равен 1. Иными словами можно сказать так: для наибо́льшего улучшения СЗКЖ каждого конкретного человека его показатели восьми составляющих шкал третьего уровня должны изменяться пропорционально своим весовым коэффициентам с одним и тем же коэффициентом пропорциональности.

**Выводы.** Разработан метод комбинированного применения метода анализа иерархий и вложенных линейных сверток для построения интегрального показателя СЗКЖ на основе стандартизированного русифицированного варианта опросника MOS SF-36. Описан путь оптимального улучшения СЗКЖ.

1. Ware J.E., Sherbourne C.D. The MOS 36-Item ShortForm Health Survey (SF-36). I. Conceptual framework and item selection. Medical Care. 1992. Vol. 30. P. 473-483.
2. Саати Т.Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: аналитические сети. М: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. 360 с.

# ПОЗИЦИОННЫЙ ПРИНЦИП МИНИМУМА: ПОНТРЯГИНСКАЯ ЭКСТРЕМАЛЬНОСТЬ И МЕТОДЫ АНТИЗАЦИКЛИВАНИЯ ИТЕРАЦИЙ СПУСКА

В.А. Дыхта

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[dykhta@gmail.com](mailto:dykhta@gmail.com)

Позиционный принцип минимума [1–3] – это необходимое условие глобальной оптимальности, существенно усиливающее принцип максимума Понтрягина для гладких задач оптимального управления и принцип максимума Кашкоч–Лоясиевича [4] как для гладких, так и негладких задач (в этом смысле последний принцип универсален). Доказательство и применение различных вариантов позиционного принципа минимума (кратко – F-ПМ) базируется на использовании опорных мажорант функционала к процессу, исследуемому на оптимальность, – квазилинейных слабо убывающих решений соответствующего неравенства Гамильтона–Якоби [5]. Конструктивно опорные мажоранты задаются с помощью решений сопряженной системы (или включения) и F-ПМ реализуется последовательными итерациями позиционного спуска.

В данной статье устанавливается, что стратегии, экстремальные относительно опорной мажоранты, порождают траектории управляемой системы из пучка конструктивных движений Красовского–Субботина [6] и решений Каратеодори, экстремальные в смысле Понтрягина: в исходной задаче управления, если стратегия борелевская, или – в общем случае – в овыпукленной задаче. Кроме того, описаны методы выхода из ловушек зацикливания итераций позиционного спуска.

В данной статье ограничимся рассмотрением следующей гладкой задачи ( $P_s$ ):

$$\dot{x} = f(t, x, u), \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

$$u(t) \in U, \quad t \in T = [t_0, t_1], \quad (2)$$

$$J[x, u] = l(x(t_1)) \rightarrow \inf.$$

Здесь допустимые пары функций  $(x, u) \in AC(T, R^n) \times L_\infty(T, U)$ , где  $U$  – компакт в  $R^m$ , функция  $f(t, x, u)$  предполагается непрерывной, гладкой по  $x$  и удовлетворяющей условию сублинейного роста на  $T \times R^n \times U$ ; целевую функцию  $l(x)$  считаем гладкой на  $R^n$ . Через  $\Sigma$  будет обозначаться множество всех допустимых пар  $\sigma = (x, u)$ , а через  $\bar{\sigma} = (\bar{x}, \bar{u}) \in \Sigma$  – пара, исследуемая на оптимальность.

F-ПМ базируется на использовании квазилинейной опорной мажоранты  $\varphi^\Psi(t, x) = l(x) - l(\bar{x}(t)) + (\psi(t) - l_x(\bar{x}(t))) \cdot (x - \bar{x}(t)) + r(t)$ . (3)

Здесь  $\psi(\cdot)$  – котраектория процесса  $\bar{\sigma}$ , т.е. решение сопряженной системы

$$\dot{\psi} = -H_x(t, \bar{x}(t), \psi, \bar{u}(t)), \quad \psi(t_1) = l_x(\bar{x}(t_1)), \quad (4)$$

$H(t, x, \psi, u) = \psi \cdot f(t, x, u)$  – функция Понтрягина, а «поправка»  $r(\cdot)$  обеспечивает слабое убывание функции (3). Эта функция и ее  $\psi$ -экстремальное отображение

$$U_\Psi(t, x) = \underset{u \in U}{\operatorname{Argmin}} p(t, x) \cdot f(t, x, u), \quad (t, x) \in T \times R^n, \quad (5)$$

$p(t, x) := \varphi_x^\Psi(t, x)$  полностью определяются котраекторией (помимо целевой функции  $l$  и исследуемой траектории, что естественно).

Введем следующие обозначения:

$\mathcal{V}_\psi$  – множество селекторов  $\{v(t, x)\}$  отображения  $U_\psi(t, x)$ ;

$\mathcal{X}(v)$  – пучок кривых Эйлера [3] (конструктивных движений Красовского—Субботина [6]), соответствующий селектору  $v(t, x) \in \mathcal{V}_\psi$ , дополненный решениями типа Каратеодори.

Справедлива следующая

**Теорема 1.** Пусть  $\bar{x} \in \mathcal{X}(\bar{v})$ , где  $\bar{v} \in \mathcal{V}_{\bar{\psi}}$ . Тогда:

а) если  $\bar{v}$  – борелевский со свойством  $\bar{v}(t, \bar{x}(t)) = \bar{u}(t)$  п.в. на  $T$ , то пара  $(\bar{x}, \bar{u})$  – экстремаль Понтрягина в задаче  $(P_s)$  с котраекторией  $\bar{\psi}$ ;

б) более общо, если  $\bar{x}$  – кривая Эйлера (конструктивное движение), соответствующая селектору  $\bar{v} \in \mathcal{V}_\psi$ , то  $\bar{x}$  – траектория понтрягинской экстремали в овыпукленной задаче  $(coP_s)$  в паре с некоторым обобщенным управлением  $\bar{\mu}_t$  и котраекторией  $\psi$ .

**Следствие.** Пусть пара  $(\bar{x}, \bar{u})$  удовлетворяет F-ПМ, т.е. траектория  $\bar{x}$  оптимальна в  $\bar{\psi}$ -присоединенной задаче

$$l(x(t_1)) \rightarrow \min, x(\cdot) \in \mathcal{X}(v), v \in \mathcal{V}_{\bar{\psi}}. \quad (6)$$

Тогда  $\bar{x}$  удовлетворяет условиям понтрягинской экстремальности теоремы 1.

Отметим два момента. Во-первых, доказательство теоремы 1 дословно совпадает с доказательство теоремы 2 из [3], в котором оптимальность  $\bar{x}$  в задаче фактически не использовалась. И, во-вторых, из теоремы 1 следует независимость F-ПМ от принципа максимума Понтрягина. Из предшествующих работ это свойство не следовало.

Важнейшей особенностью F-ПМ является его неотрывная связь с методом решения задачи итерациями позиционного спуска, венцом которых он и является. F-ПМ в полном объеме включает в себя технологию позиционных итераций, и собственно основным способом ее реализации посвящена оставшаяся часть данной статьи.

Начнем со следующего определения, которое лишь на первый взгляд далеко от технологии спуска.

**Определение 1.** Программное управление  $u(\cdot) \in \mathcal{U} := L_\infty(T, U)$  назовем совместимым с траекторией  $\bar{x}$ , если оно генерирует  $\bar{x}$ , т.е. система (1) при  $u = u(\cdot)$  имеет решение  $\bar{x}$ .

Через  $\mathcal{U}(\bar{x})$  обозначим множество всех управлений программно совместимых с  $\bar{x}$ , а через  $\Sigma(\bar{x})$  – множество допустимых пар  $\sigma = (\bar{x}, u)$  с  $u \in \mathcal{U}(\bar{x})$ .

Элементарное (и давно замеченное) приложение определения 1 следующее: если некоторая пара  $\sigma_* \in \Sigma(\bar{x})$  не экстремальна, то она и все пары из  $\Sigma(\bar{x})$  не оптимальны.

К другим, более практичным приложениям, обратимся чуть далее, а сейчас введем давно назревшее определение *позиционной экстремали*, которое без определения 1 было бы дефектным. Но предварительно обратим внимание, что теперь мы можем рассматривать сопряженную систему (4) при любом  $u \in \mathcal{U}(\bar{x})$ , что порождает множество соответствующих котраекторий  $\Psi(\bar{x})$ , с которыми пары  $(\bar{x}, u)$  должны удовлетворять принципу максимума Понтрягина.

**Определение 2.** Пару  $(\bar{x}, \bar{u})$  (или любую пару  $(\bar{x}, u) \in \Sigma(\bar{x})$ ) назовем позиционной экстремалью задачи  $(P_s)$ , если траектория  $\bar{x}$  оптимальна в присоединенной задаче (6) хотя бы при одной  $\psi \in \Psi(\bar{x})$ .

Это определение очень осторожно – оно не требует перебора всех  $\psi \in \Psi(\bar{x})$ , что может оказаться невозможным; но с другой стороны, если для некоторой пары  $\sigma_* \in \Sigma(\bar{x})$  с котраекторией  $\psi_* \in \Psi(\bar{x})$  F-ПМ не выполнен ( $\bar{x}$  не оптимальна в  $\psi_*$ -задаче), то бракуются сразу все процессы из  $\Sigma(\bar{x})$ .

В технологическом плане типичная ситуация для эффективного использования понятия совместимых управлений такова. На стартовой паре  $\bar{\sigma}$  экстремальное отображение  $U_{\bar{\psi}}$  не имеет селекторов спуска, или же множество его неоднозначности столь «массивно», что порождает чрезмерную неопределенность. Тогда можно перейти к другой паре  $\tilde{\sigma} \in \Sigma(\bar{x})$ , с которой спуск реализуем. Отметим, что, как правило, известно некоторое параметрическое семейство совместимых управлений, что предоставляет свободу выбора селекторов спуска.

Укажем другие способы повышения эффективности позиционного спуска в случае его «застревания» по каким-либо причинам.

1. *Переход к использованию селекторов квазиэкстремального отображения  $U_{\psi_\varepsilon}(t, x)$ , состоящего из управлений  $\varepsilon$ -минимума функции  $H$ .* Далее оперирование этими селекторами не отличается от стандартного случая.

2. *Вогнутое возмущение функционала (кратко – антирегуляризация).* Этот метод, привлекательный своей необычностью и глубиной спуска, состоит в следующем. Исходная задача  $(P_s)$  подменяется задачей минимизации на множестве  $\Sigma$  возмущенного функционала

$$V_{\omega\gamma}[\sigma] = J[\sigma] - \gamma\omega[\sigma, \bar{\sigma}],$$

где  $\omega$  – некоторый неотрицательный, выпуклый функционал со свойством  $\omega[\bar{\sigma}, \bar{\sigma}] = 0$ , а  $\gamma > 0$  – параметр метода. Очевидно, что если процесс  $\bar{\sigma}$  не оптимален в задаче  $(P_s)$ , то он тем более не оптимален в возмущенной задаче, причем потенциал спуска в ней существенно выше  $\forall \gamma > 0$ . Остается только отследить сопровождается ли это спуском в исходной задаче.

Очень многие примеры, в которых не срабатывают самые известные (и сильные) нелокальные необходимые условия 2-го порядка с матричной функцией Габасова для особых режимов, эффективно «берутся» методом антирегуляризации.

3. *Выход из «ловушки застревания» по экстремали овыпукленной задачи.* Этот прием описывает

**Лемма 1.** *Предположим, что в задаче  $(P_s)$  градиент  $l_x(x)$  удовлетворяет условию Липшица на  $R^n$ . Пусть допустимые пары  $(x^1, u^1), \dots, (x^k, u^k)$  равнозначны по функционалу с  $\bar{\sigma}$ , т.е.  $J[x^1, u^1] = \dots = J[x^k, u^k] = J[\bar{x}, \bar{u}]$ , и хотя бы одна из них не является экстремалью Понтрягина в задаче  $(P_s)$ .*

*Рассмотрим частично овыпукленную по Гамкрелидзе управляемую систему*

$$\dot{x} = \alpha_1 f(t, x, u^1(t)) + \dots + \alpha_k f(t, x, u^k(t)), \quad x(t_0) = x_0$$

*с весовыми управлениями  $\alpha_i(\cdot) \in L_\infty$ . Если существуют такие  $\alpha_i^*(\cdot)$ , что набор функций  $s^* = (x^*(\cdot), \alpha_i^*(\cdot), u^i(\cdot), i = \overline{1, k})$  является экстремалью Понтрягина в задаче  $(soP_s)$ , то справедливо неравенство  $J[s^*] \leq J[\bar{\sigma}]$  (т.е. возможен спуск из  $\bar{\sigma}$ ).*

Представленные результаты по F-ПМ гладкой задачи допускают обобщение на негладкие задачи, в которых он дает вариационное усиление принципа максимума Кашкоч–Лоясиевича – единственного условия экстремальности, имеющего место как для гладких задач (в которых он усиливает ПМП), так и негладких (в которых

усиливаются результаты типа Кларка). Важную роль в вариационном усилении данного принципа играют позиционно совместимые управления [1–3].

1. Дыхта В.А. Позиционные усиления принципа максимума и достаточные условия оптимальности // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2015. Т. 21, № 2. С. 73–86.
2. Дыхта В.А. О множестве необходимых условий оптимальности с позиционными управлениями, порожденном слабо убывающими решениями неравенства Гамильтона–Якоби // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2022. Т. 28, № 3. С. 83–93.
3. Дыхта В.А. Позиционный принцип минимума: вариационное усиление понятий экстремальности в оптимальном управлении // Известия Иркутского гос. университета. Серия: Математика. Т. 41. С. 19-39.
4. Ka'skosz B. Extremality, controllability, and abundant subsets of generalized control systems // J. Optim. Theory Appl. 1999. Vol. 101, № 1. P. 73–108.
5. Clarke F.H., Ledyaev Yu.S., Stern R.J., Wolenski P.R. Qualitative properties of trajectories of control systems: A survey // J. Dynamical and Control Syst. 1995. Vol. 1, № 1. P. 1—48.
6. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Физматлит, 1974.

# ПОЗИЦИОННЫЙ ПРИНЦИП МИНИМУМА ДЛЯ СМЕШАННЫХ СТРАТЕГИЙ В ГЛАДКОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

В.А. Дыхта

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[dykhta@gmail.com](mailto:dykhta@gmail.com)

В серии предшествующих статей [1–3] позиционный принцип минимума был доказан для обычных допустимых процессов с управлениями из пространства  $\mathcal{U} = L_\infty(T, U)$ , где  $T$  – временной отрезок,  $U$  – компактное множество. Но если годограф системы не является выпуклым множеством в  $R^n$ , то существование оптимального управления в классе  $\mathcal{U}$  нельзя гарантировать и, следовательно, естественно возникает задача распространения позиционного принципа на класс смешанных стратегий (скользящих режимов) [4, 5] с обобщенными управлениями из класса  $M := \text{grm}(U)$  регулярных вероятностных мер на компакте  $U$  [4, 5]. Отметим, что скользящие режимы часто возникают и при реализации позиционного принципа минимума (кратко – F-ПМ); но если такой режим возникает на промежуточной итерации спуска (а не оптимальном решении выпукленной исходной задачи), то итерации придется оборвать, так как F-ПМ для скользящих режимов не известен. Устранению этого пробела посвящена данная заметка.

Будем рассматривать гладкую задачу оптимального управления ( $P_s$ ):

$$\dot{x} = f(t, x, u), \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

$$u(t) \in U, \quad t \in T = [t_0, t_1], \quad (2)$$

$$J[x, u] = l(x(t_1)) \rightarrow \inf$$

при стандартных предположениях и обозначениях (см. заметку автора в данном сборнике).

Если  $\mu_t \in \mathcal{M}$ , где  $\mathcal{M}$  – множество мер, слабо измеримых по Лебегу, то соответствующая траектория системы находится как решение Каратеодори уравнения

$$\dot{x} = \langle \mu_t, f(t, x, u) \rangle := \int_U f(t, x, u) d\mu_t =: F(t, x). \quad (3)$$

Множество  $S$  пар  $(x, \mu_t)$ , связанных этим уравнением с условием  $x(t_0) = x_0$ , состоит из скользящих режимов, т.е. допустимых пар задачи ( $\text{co}P_s$ ).

Начнем с принципа максимума Понтрягина (ПМП) для пары  $\bar{s} = (\bar{x}, \bar{\mu}_t) \in S$ . Определим функцию (см. (3))

$$\tilde{H}(t, x, \psi, \mu_t) = \psi \cdot F(t, x) \quad (4)$$

и котраекторию  $\bar{\psi}$  как решение уравнения

$$\dot{\psi} = -\tilde{H}_x(t, \bar{x}(t), \psi, \bar{\mu}_t), \quad \psi(t_1) = l_x(\bar{x}(t_1)).$$

Тогда ПМП для  $\bar{s}$  состоит в следующем условии минимума [5, § 7.1]

$$\tilde{H}(t, \bar{x}(t), \bar{\psi}(t), \bar{\mu}_t) = \min_{u \in U} H(t, \bar{x}(t), \bar{\psi}(t), u) \quad \text{почти всюду на } T. \quad (5)$$

Заметим, что в силу равенства (4) слева стоит интеграл по множеству  $U$ ; поэтому равенство (5) означает, что почти всюду на  $T$  оптимальная мера  $\bar{\mu}_t$  сосредоточена на множестве точек минимума в операции справа.

Имея котраекторию  $\bar{\psi}$ , введем квазилинейную мажоранту  $\phi^{\bar{\psi}}$  по формуле

$$\varphi^\psi(t, x) = l(x) - l(\bar{x}(t)) + (\psi(t) - l_x(\bar{x}(t))) \cdot (x - \bar{x}(t)) + r(t)$$

и вектор-функцию  $p^{\bar{\psi}}(t, x) = \varphi_x^{\bar{\psi}}(t, x)$ . Определим множество  $M_{\bar{\psi}}(t, x) \subset M$  равенством

$$M_{\bar{\psi}}(t, x) = \underset{m \in M}{\text{Argmin}} \tilde{H}(t, x, p(t, x), m),$$

где индекс « $\psi$ » у  $p(t, x)$  опущен. Мету  $\mu_{tx} : T \times R^n \rightarrow M_{\bar{\psi}}(t, x)$  назовем  $\bar{\psi}$ -экстремальной смешанной стратегией, если для любого  $t \in T$  и любой непрерывной (скалярной или векторной) функции  $g(u)$  на  $U$  функция

$$x \rightarrow \int_U g(u) d\mu_{tx}$$

измерима по Борелю. Множество таких стратегий обозначим через  $\mathcal{M}_{\bar{\psi}}$ . Для любого селектора  $\mu_{tx} \in \mathcal{M}_{\bar{\psi}}$  в [4] описано построение ломаных Эйлера и их равномерных пределов--движений, соответствующих смешанной стратегии  $\mu_{tx}$ . Пучок таких движений обозначим через  $\mathcal{X}(\mu)$ . Таким образом, возникает множество пар  $(x(\cdot), \mu_{tx})$  с одной стратегией.

Отметим, что введенные множества  $M, M_{\bar{\psi}}(t, x), \mathcal{M}_{\bar{\psi}}, \mathcal{X}(\mu)$ , совершенно аналогичны по смыслу множествам  $U, U_{\bar{\psi}}(t, x), \mathcal{V}_{\bar{\psi}}, \mathcal{X}(v)$ , участвующим в формулировке F-ПМ исходной задачи. Обратим также внимание, что если  $\bar{s} = (\bar{x}, \bar{\mu}_t)$  – экстремаль Понтрягина в задаче  $(\text{co}P_s)$ , то выполняется включение  $\bar{\mu}_t \in M_{\bar{\psi}}(t, \bar{x}(t))$  на  $T$ , т.е. на графике  $x(\cdot)$ .

F-ПМ для скользящих режимов сформулируем следующим образом.

**Теорема 1.** *Если пара  $\bar{s} = (\bar{x}, \bar{\mu})$  оптимальна в задаче  $(\text{co}P_s)$ , то траектория  $\bar{x}$  оптимальна в следующей  $\bar{\psi}$ -присоединенной задаче:*

$$l(x(t_1)) \rightarrow \min, \quad x(\cdot) \in \mathcal{X}(\mu), \quad \mu \in \mathcal{M}_{\bar{\psi}}.$$

В ближайшей перспективе наиболее важной представляется задача обобщения данных результатов на задачи с терминальными ограничениями. В этом направлении пока получены лишь первые результаты, требующие апробации и теоретического совершенствования.

1. Дыхта В.А. Позиционные усиления принципа максимума и достаточные условия оптимальности // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2015. Т. 21, № 2. С. 73–86.
2. Дыхта В.А. О множестве необходимых условий оптимальности с позиционными управлениями, порожденном слабо убывающими решениями неравенства Гамильтона–Якоби // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2022. Т. 28, № 3. С. 83–93.
3. Дыхта В.А. Позиционный принцип минимума: вариационное усиление понятий экстремальности в оптимальном управлении // Известия Иркутского гос. университета. Серия: Математика. Т. 41. С. 19-39.
4. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Физматлит, 1974.
5. Гамкрелидзе Р.В. Основы оптимального управления. Тбилиси: Изд-во Тбилисского университета, 1977.

## О МОДЕЛИРОВАНИИ ОДНОПУТНОГО УЧАСТКА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ СЕТИ НА ОСНОВЕ СЕТЕЙ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

М.Л. Жарков, А.А. Лемперт

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[zharkm@mail.ru](mailto:zharkm@mail.ru), [lempert@icc.ru](mailto:lempert@icc.ru)

В настоящее время одним из наиболее коротких железнодорожных коридоров из Сибири в Северный Китай является Трансмонгольская железная дорога. Однако ее инфраструктура существенно не модернизировалась около 60 лет, поэтому эта дорога не электрифицирована и, главное, имеет однопутное сообщение, из-за чего поезда следуют между станциями по одному пути в разных направлениях. В этом случае используется пакетный график движения, т.е. поезда движутся группами, размер которых, как правило, заранее неизвестен. При этом на движение поездов и на работу станций также оказывают влияние случайные факторы. Все это делает актуальной задачу прогнозирования работы и оценки мер по повышению пропускной способности участков железнодорожной сети с однопутным сообщением.

Под железнодорожным участком понимается совокупность нескольких взаимодействующих между собой железнодорожных станций, на которые поезда поступают с двух и более направлений [1]. В работе представлена математическая модель движения поездов по участку железнодорожной сети с однопутным сообщением, основанная на открытой сети массового обслуживания (СеМО) с ВМАР-потоками. СеМО представляет собой совокупность конечного числа  $S$  систем массового обслуживания (узлов). В ней заявки переходят из одного узла в другой в соответствии с маршрутной матрицей  $P$  [2]. Модель ВМАР – обобщение группового Пуассоновского процесса, допускающее поступления групп заявок случайного размера и изменения интенсивности их поступления [3].

В предлагаемой модели для описания поступления поездов с различных направлений применяются отдельные ВМАР-потоки, что позволяет учесть параметры поездопотоков, зависящие от категории поездов и направления их движения. Работа станций и путей между ними (линий) моделируется одним или более узлами СеМО, в которых допустимо групповое обслуживание заявок. Для учета различных маршрутов у поездов используются разные типы заявок, каждый из которых имеет отдельную маршрутную матрицу. Таким образом, модель учитывает сложную иерархическую структуру системы; маршруты движения разных категорий поездов по одним и тем же элементам участка; различные параметры обслуживания и особенности работы станций; пропускную способность железнодорожных линий.

В докладе будет представлена математическая модель работы участка Трансмонгольской железной дороги, расположенного на территории Монголии, результаты ее численного исследования и полученная на их основе оценка пропускной способности выбранного объекта.

1. Правдин Н.В., Шубко В.Г. Железнодорожные станции и узлы. М.: Маршрут, 2005. 502 с.
2. Вишневецкий В.М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. М.: Техносфера, 2003. 512 с.
3. Bychkov I, Kazakov A, Lempert A, Zharkov M. Modeling of Railway Stations Based on Queuing Networks // Applied Sciences. 2021. Vol. 11(5). P. 2425.

## НЕЛОКАЛЬНАЯ МЕТОДИКА ПОИСКА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ДИСКРЕТИЗАЦИИ

Т.С. Зароднюк

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[tz@icc.ru](mailto:tz@icc.ru)

Одним из естественных и давно используемых подходов к исследованию задач оптимального управления является их сведение к последовательности конечномерных задач с дальнейшим применением для их решения классическими методами оптимизации. Для небольших размерностей такой подход вполне может быть оправдан и широко применяется во многих универсальных пакетах программ.

В работе предлагается методика поиска оптимального управления, основанная на использовании последовательной дискретизации исходной непрерывной задачи с дальнейшим применением глобальных методов оптимизации. Особенностью данной методики является наличие нескольких этапов дискретизации: сначала генерируется грубая сетка, состоящая из небольшого числа узлов, и формируется соответствующая конечномерная задача оптимизации с небольшим числом переменных. Результат ее решения используется на следующем этапе для получения более точного приближения к решению исходной задачи в качестве стартового. В зависимости от числа этапов и выбора методов оптимизации для решения дискретизованных задач можно формировать различные вычислительные схемы, отличающиеся свойствами и степенью эффективности для выбранного класса задач.

Реализован следующий многометодный вариант предложенной технологии: на первом этапе формируется грубая сетка, состоящая из 5 узлов, далее с использованием метода последовательной дискретизации фиксируются все координаты, кроме одной, по которой и организуется процедура одномерного поиска минимального значения целевого функционала. Для решения этой вспомогательной задачи используется глобальный метод парабол [1] и оригинальная комбинация методов золотого сечения и параболической интерполяции [2]. На втором этапе полученный результат используется в качестве начального приближения, с которого запускается последовательность процедур улучшения управления на более мелкой сетке дискретизации. Выбирая разные методы для решения вспомогательных конечномерных задач и характеристики этапов методики (число самих этапов и размерности сеток дискретизации), удается строить различные вычислительные схемы, ориентируясь на специфику исследуемых задач.

Проведены вычислительные эксперименты, позволившие продемонстрировать работоспособность предложенной нелокальной методики последовательной дискретизации для поиска оптимального управления. Полученные результаты совпали с известными в исследуемых задачах оптимального управления ответами [3] и выявили новые возможности ускорения вычислений за счет запуска первых этапов на сетках небольших размерностей. Время расчетов может быть сокращено в том числе за счет использования технологий распараллеливания последовательных процедур многократного интегрирования динамических систем.

- 1 Зароднюк Т.С., Горнов А.Ю. Технология поиска глобального экстремума в задаче оптимального управления // *Соврем. технол. Систем. анализ. Моделир.* 2008. Т. 19, № 3. С. 70–76.
- 2 Gornov A., Sorokovikov P., Zarodnyuk T. Computational technology for global search based on modified algorithm of the univariate nonlocal optimization // *Advances in Intelligent Systems Research: Proc. of the VI Intern. Workshop IWCI 2019.* Atlantis Press, 2019. P. 189–193.
- 3 Gornov A.Y., Zarodnyuk T.S., Madzhara T.I., Daneyeva A.V., Veyalko I.A. A collection of test multiextremal optimal control problems // *Springer Optim. And Its Appl.* 2013. 76. P. 257–274.

## МЕТОДИКА «СТОП-ПОКРЫТИЙ» ДЛЯ СРАВНИТЕЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ НЕВЫПУКЛЫХ МОДЕЛЕЙ

Т.С. Зароднюк, А.С. Аникин

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН

[tz@icc.ru](mailto:tz@icc.ru)

Развитые технологии моделирования и объективная рукотворность технических систем позволяет перенести основные усилия по их созданию с физического эксперимента на математический и вычислительный. В публикациях ряда технологических школ можно найти утверждение, что стоит не пожалеть времени и сделать удобной саму модель, а после уже реализовывать соответствующую техническую систему. При этом для достижения цели – построение модели технической системы, удовлетворяющей заданным требованиям – приходится перебирать десятки и сотни вариантов. Выполнение этой задачи в разумные сроки требует доступа к быстрым программным инструментам, позволяющим выявлять лучшие варианты моделей.

Одним из типичных практических приложений алгоритмов оптимизации является задача сравнения моделей, причем очень часто моделей нелинейных, невыпуклых, зашумленных, содержащих различные вычислительные особенности. В докладе обсуждается предложенная методика «стоп-покрытий», основанная на графическом анализе поведения методов унимодальной оптимизации, запускаемых с набора случайных начальных приближений. Вследствие «неудобных» свойств минимизируемых функций используемые алгоритмы, за редким исключением, не способны достигать локальных экстремумов и вынужденно останавливаются в некоторых точках. Набор этих точек составляет так называемое «стоп-покрытие». При анализе данного множества точек удается оценивать качество исследуемых моделей и выделять среди них те, которые обладают лучшими свойствами. Основой для принятия решений могут служить графические отображения наборов «стоп-точек», в которых по оси ординат отражены достигнутые значения функции, а по оси абсцисс – некоторая скалярная характеристика вектора, задающего отдельную «стоп-точку», такая как, например, L1-норма.

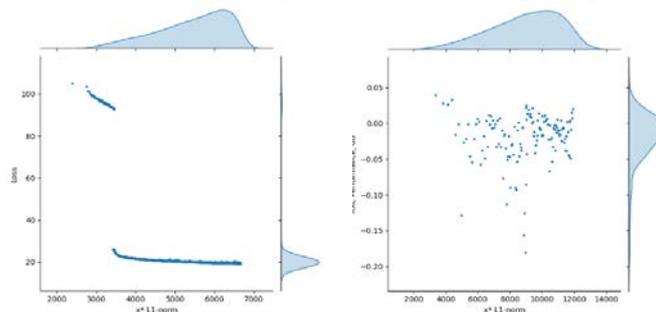


Рис. 1. Пример карты стоп-покрытий для исследуемых моделей

В докладе обсуждаются особенности применения предложенной методики «стоп-покрытий» для сравнения вариантов невыпуклой модели, основанной на системе Винера–Гаммерштейна (см., напр., [1]). Карта стоп-покрытий с монотонным характером полученных точек для модели (слева на рисунке) позволяет оценить ее как более выигрышную по сравнению с другой моделью, характеризующейся существенной разреженностью построенного множества (справа на рисунке).

- 1 Иванов А.И. Синтез нелинейных динамических моделей Винера–Гаммерштейна перераспределением памяти между входом и выходом // Автоматика и телемеханика. 1997. № 11. С. 21–32.

# ВИЗУАЛЬНАЯ АНАЛИТИКА КАК СПОСОБ МОНИТОРИНГА ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ПОСЛЕДСТВИЙ СЦЕНАРИЕВ РАЗВИТИЯ СИСТЕМ ТЕПЛОСНАБЖЕНИЯ В ЦЕНТРАЛЬНОЙ ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ ЗОНЕ БАЙКАЛЬСКОЙ ПРИРОДНОЙ ТЕРРИТОРИИ\*

Р.А. Иванов, Н.В. Максаков

Институт систем энергетики им. Л. А. Мелентьева СО РАН

[crowndriver@gmail.com](mailto:crowndriver@gmail.com)

Для мониторинга изменений экологических характеристик функционирования систем теплоснабжения центральной экологической зоны Байкальской природной территории при реализации различных сценариев развития разработана информационно-аналитическая система. В состав системы входит постоянно обновляющаяся база данных коммунальных котельных, содержащая технико-экономические и производственные показатели, объемы сжигаемого топлива и его качественные характеристики. Для обоснования использования возобновляемых природных энергоресурсов сформирована база данных показателей ветро-, гелио-, био- и георесурсов на территории Байкальской природной территории. Составной частью информационно-аналитической системы являются математические модели оценки конкурентоспособности перехода на альтернативные энергоносители, оценки эффективности использования ВИЭ, определения массы выбросов загрязняющих веществ, диоксида углерода в атмосферу и образования золошлаковых отходов от котельных.

В ходе выполнения проекта разработан Web-сервис для предоставления пространственного размещения исходной информации и визуализации результатов исследований. Он отображает информацию по экологическим показателям текущего состояния систем теплоснабжения и их изменению при реализации перспективных сценариев развития: угольному, газовому, использованию электроэнергии на цели теплоснабжения, применению возобновляемых источников энергии.

Основным инструментом для создания Web-сервиса являлся язык гипертекстовой разметки документов html и язык программирования JavaScript [1]. Для удобства разработки использовался фреймворк ReactJS [2]. Данный фреймворк позволяет разбивать весь проект на отдельные элементы, управлять их состоянием и обновлять тем самым, упрощая разработку Web-приложений. Динамическое изменение данных происходит благодаря внутренним инструментам фреймворка ReactJS – useState и useEffect.

Все данные по объектам теплоэнергетики хранятся в Excel файле и переводятся в \*.json формат для дальнейшего использования. Для отображения диаграмм количества и мощности котельных по видам топлива как текущего состояния, так и каждого из сценариев использовалась бесплатная библиотека для JavaScript – ChartJS [3]. Для построения таблиц цифровые значения расхода топлива и экологических показателей берутся из массива внутри \*.json файла с помощью элемента «table».

Карты с расположением объектов энергетической инфраструктуры создаются при помощи бесплатного веб-сервиса «Конструктор карт Яндекса» [4], который принимает данные в виде \*.geojson файла согласно шаблону и формирует точки на карте. Подготовленный файл импортируется в конструктор, который обрабатывает его и наносит точки на карту. Вывод карты происходит по скрипту, рисующему элемент html

\* Работа выполнена при поддержке гранта №075-15-2020-787 в виде субсидии на крупный научный проект Министерства науки и высшего образования России (проект «Фундаментальные основы, методы и технологии цифрового мониторинга и прогнозирования экологической обстановки Байкальской природной территории»).

«iframe», в котором отображается карта. Карты для отображения распределения по территории центральной экологической зоны показателей возобновляемых энергоресурсов организованы также, как и карты по сценариям развития энергетических систем. За переключение сценариев и карт энергетических ресурсов отвечает панель навигации.

Для компоновки Web-сервиса используется сборщик модулей Webpack. Webpack компилирует все компоненты ReactJS и использованные библиотеки в стандартный html документ и JavaScript файлы. Файлы JavaScript компилируются с указанным стандартом поддержки ECMAScript — основа скриптовых языков, включая JavaScript. Webpack по умолчанию настроен под версию ES5, которая поддерживается большинством браузеров.

- 1 [Описание языка JavaScript](https://developer.mozilla.org/ru/docs/Web/JavaScript). URL: <https://developer.mozilla.org/ru/docs/Web/JavaScript> (дата обращения 23.09.2022 г.).
- 2 [Официальный сайт фреймворка ReactJS](https://reactjs.org/). URL: <https://reactjs.org/> (дата обращения 23.09.2022 г.).
- 3 [Официальный сайт библиотеки ChartJS](https://www.chartjs.org/). URL: <https://www.chartjs.org/> (дата обращения 23.09.2022 г.).
- 4 [Конструктор Яндекс карт](https://yandex.ru/map-constructor/). URL: <https://yandex.ru/map-constructor/> (дата обращения 23.09.2022 г.).

# ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ВЫРОЖДЕННЫХ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДРОБНОГО ПОРЯДКА\*

Т.С. Индуцкая

Институт динамики систем и теории управления СО РАН имени В.М. Матросова  
indutskaya.tat@yandex.ru

Рассмотрим дифференциально-алгебраическое уравнение дробного порядка

$$D_{0+}^{\alpha}(Au(t)) + Bu(t) = f(t), t \in [0; 1], \quad (1)$$

$$D_{0+}^{\alpha-1}(Au(t))|_{t \rightarrow 0+} = u_0, u_0 \in R^n. \quad (2)$$

Здесь  $A, B$  – постоянные  $(n \times n)$  - матрицы, причем  $\det A(t) \equiv 0$ , а  $u = u(t)$ ,  $f = f(t)$  – искомая и заданная  $n$ - мерные вектор-функции, введено обозначение производной Римана – Лиувилля [1]

$$D_{0+}^{\alpha}q(t) = \frac{d}{dt} I_{0+}^{1-\alpha}q(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dt} \int_0^t (t-s)^{-\alpha} q(s) ds,$$

дробного порядка  $0 < \alpha < 1$ . Начальная задача (1), (2) традиционно называется задачей типа Коши [1]. Под ее решением будем понимать вектор-функцию  $u(t) \in C([0; 1], R^n)$ , которая обращает в тождество уравнение (1) и удовлетворяет начальному условию (2).

Действие оператором Римана – Лиувилля  $I_{0+}^{\alpha}$  дробного порядка  $0 < \alpha < 1$  на уравнение (1) преобразует задачу типа Коши (1), (2) к интегро-алгебраическому уравнению типа Абеля

$$Au(t) + \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-s)^{\alpha-1} Bu(s) ds = g(t) + \frac{u_0 t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}. \quad (3)$$

где  $g(t) = I_{0+}^{\alpha} f(t)$ . Если  $\det(\lambda A + B) \neq 0$ ,  $f \in C^{n-1}([0; 1], R^n)$ ,  $f^{(k)}(0) = 0$  где  $k = 0, \dots, n-2$  и  $u_0 = 0$  то задача типа Коши (1), (2) и ее интегральная форма (3) имеют единственное непрерывное решение.

Численный метод решения задачи типа Коши (1), (2) построен на основе интегрального представления (3). Для вычисления интегрального слагаемого использована квадратурная формула правых прямоугольников и метод интегрирования произведений [2]. Зададим на отрезке  $[0; 1]$  равномерную сетку

$$t_i = ih, i = 0, 1, \dots, N, h = \frac{1}{N},$$

введем обозначения  $g_i = g(t_i)$ ,  $u_i \approx u(t_i)$ , тогда численный метод имеет вид

$$Au_i + \frac{1}{\Gamma(\alpha + 1)} \sum_{j=1}^i h^{\alpha} ((i-j+1)^{\alpha} - (i-j)^{\alpha}) Bu_j = g_i, \quad i = 1, \dots, N.$$

Результаты численных экспериментов на тестовых дифференциально-алгебраических уравнениях дробного порядка демонстрируют сходимость первого порядка. Дальнейшее направление работы связано с исследованием свойств разработанного алгоритма.

1. Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J. Theory and Applications of Fractional Differential Equations. Amsterdam; Boston; Heidelberg: Elsevier Science Publishing, 2006. 541 p.
2. Weiss R. Product integration for the generalized Abel equation // Mathematics of computation. 1972. Т. 26. № 117. P. 177-190.

\*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-11-00173.

## О КАЧЕСТВЕННОМ АНАЛИЗЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ СИСТЕМЫ ДВУХ ТЕЛ В ПОЛЕ ПОСТОЯННОЙ ТЯЖЕСТИ

В.Д. Иртегов, Т.Н. Титоренко

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[irteg@icc.ru](mailto:irteg@icc.ru), [titor@icc.ru](mailto:titor@icc.ru)

В докладе представлены результаты качественного анализа дифференциальных уравнений, описывающих вращательное движение относительно неподвижной точки двух связанных твердых тел под действием поля постоянной тяжести. Тела соединены посредством идеального сферического шарнира, одно из тел имеет неподвижную точку. Рассматривалась система общего вида: тела несимметричные, шарнир расположен не на пересечении главных осей инерции тел, центры масс также не принадлежат этим осям. Для получения уравнений движения системы использовался написанный на языке системы компьютерной алгебры «Mathematica» программный комплекс [1]. По геометрическому описанию механической системы программами комплекса построена в символьном виде ее характеристическая функция – функция Лагранжа. Исходя из этой функции, выведены уравнения движения. Ставилась задача их качественного анализа. Для исследования уравнений применялись обобщения метода Рауса-Ляпунова [2–4].

В рамках проведенного исследования указаны условия существования двумерных и одномерных инвариантных многообразий (ИМ) уравнений движения исследуемой системы в виде ограничений на параметры задачи и выделены сами многообразия. Получены семейства стационарных решений, принадлежащие этим ИМ. С механической точки зрения элементы найденных семейств решений соответствуют положениям равновесия системы. Доказана их неустойчивость по первому приближению.

- 1 Банщиков А.В., Бурлакова Л.А., Иртегов В.Д., Титоренко Т. Н. Символьные вычисления в моделировании и качественном анализе динамических систем // Вычислительные технологии. 2014. Т. 19, № 6. С. 3–18.
- 2 Routh E.J. The advanced part of a treatise on the dynamics of a system of rigid bodies. 6 edition. London: MacMillan and Co., 1905.
- 3 Ляпунов А.М. О постоянных винтовых движениях твердого тела в жидкости. Соб. соч. М.: АН СССР, 1954. Т. 1. С. 276–319.
- 4 Сальвадори Л. Об устойчивости движения // Механика. Периодический сборник переводов иностранных статей. М.: Мир, 1970. Вып. 6(124). С. 3–19.

## СЕРВИС ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПОЗИЦИЙ СЕРВИСОВ ДЛЯ ГЕОПОРТАЛА ИДСТУ СО РАН

М.С. Климонов

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН

Геопортал ИДСТУ СО РАН позволяет использовать информационно-вычислительные сервисы, реализованные через стандарт OGS WPS. Данные сервисы позволяют выполнять сложные операции для получения, обработки и отображения геопространственных данных. Текущий интерфейс геопортала позволяет вызывать как один сервис, так и композицию сервисов: поэтапный вызов сервисов с возможностью выполнения как одного сервиса, так и параллельного выполнения нескольких сервисов в одном этапе, с передачей информации из выполненных сервисов на предыдущих этапах в сервисы, которые будут выполнены на следующих этапах. Такую конструкцию часто представляют в виде направленного ациклического графа.

Для поиска, отображения и выполнения всех возможных композиций сервисов было принято решение разработать сервис, который по API геопортала получает информацию о вызове каждого отдельного сервиса. На основе собранной информации строится граф связности всех сервисов геопортала, и с помощью поиска отображаются всевозможные композиции сервисов.

Для реализации данного сервиса была выбрана клиент-серверная архитектура. Библиотека для создания клиентской части React, фреймворк Express для сервера, отвечающего за бизнес-логику, система управления базой данных PostgreSQL.

На данный момент реализована логика синхронизации (получения) информации о вызовах сервисов на геопортале. Каждый вызов сервиса описывается в виде отдельной задачи. В данном контексте под задачей понимается набор следующих параметров: идентификатор задачи, идентификатор сервиса, входные параметры (строки, числа, путь до файла, таблица из базы данных геопортала), выходные параметры (путь до файла, ссылка на публикацию вычисленных результатов, строка стилей), статус выполнения задачи (TASK\_SUCCEEDED, TASK\_STARTED, TASK\_ERROR), идентификатор пользователя, вызвавшего сервис.

Сопоставляя названия файлов, являющихся результатом выполнения одной задачи и входным параметром другой, можно построить направленные ребра связности, создающие граф связности.

Кроме того, на основе информации существующих композиций на геопортале, представленных в виде массивов последовательных задач, были разработаны следующие алгоритмы:

- разработан модуль для построения графа связности на основе композиций;
- разработан алгоритм поиска всех возможных композиций на основе полученного графа связности.

1. Федоров Р.К., Бычков И.В., Шумилов А.С., Ружников Г.М. Система планирования и выполнения композиций веб-сервисов в гетерогенной динамической среде // Вычислительные технологии. 2016. Т. 21, № 6. С. 18 – 35.

# ПРЕПРОЦЕССИНГ В ЗАДАЧЕ ПРОВЕРКИ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ БУЛЕВЫХ СХЕМ С ПРИМЕНЕНИЕМ ДИЗЬЮНКТИВНЫХ ДИАГРАММ\*

В.С. Кондратьев

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН,  
[vikseko@gmail.com](mailto:vikseko@gmail.com)

Одним из важных направлений в современной информатике являются логические схемы и их верификация [1,2]. Это следствие многих вещей, в том числе и того факта, что аппаратная реализация произвольной дискретной функции ( $f: \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^m$ ) может быть представлена в виде логической схемы. К полученной логической схеме можно применять различные методы оценки сложности, проверки эквивалентности с другими схемами, задающими иные алгоритмы, либо же вносить в нее изменения, отслеживая полученный результат. Важной задачей, связанной с логическими схемами, является задача проверки их эквивалентности (Logical Equivalence Checking, LEC) [3, 4].

LEC-задача заключается в следующем: для двух логических схем  $S_1, S_2$  необходимо доказать, что данные схемы эквивалентны, т.е. задают одну функцию:

$$f_1: \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^m, f_2: \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^m: f_1 \cong f_2$$

На текущий момент есть два основных метода решения LEC-задач: двоичные диаграммы решений [5] и SAT-подход. В действительности оказывается, что для современных SAT-решателей, основанных на алгоритме CDCL [6], LEC-задачи зачастую являются крайне трудными. Задачи, кодирующие эквивалентность различных алгоритмов умножения, это широко известный пример подобных трудных задач. Соответственно актуален вопрос повышения эффективности работы алгоритма CDCL в применении к данному классу задач. В рамках данной работы было исследовано влияние препроцессинга с использованием дизъюнктивных диаграмм [7] на крайне сложные экземпляры задач, кодирующих эквивалентность различных алгоритмов умножения.

Каждая задача строилась следующим образом: логические схемы произвольных алгоритмов умножения  $A$  и  $B$  кодировались в КНФ таким образом, что входами обеих схем являлись одни и те же переменные  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . А соответствующие друг другу выходы попарно соединялись через функцию XOR. Получившаяся формула дополнялась ограничением, что хотя бы один из XOR'ов над выходами должен быть выполнен. Такая формула является невыполнимой тогда и только тогда, когда рассматриваемые алгоритмы эквивалентны, и все их выходы попарно одинаковы. В обратном же случае будет найден такой выполняющий набор и соответственно вход, на котором алгоритмы выдают различный результат.

К получившейся КНФ  $C_{\{S_1 \cong S_2\}}$  применялся алгоритм препроцессинга, основанный на использовании дизъюнктивных диаграмм [8]. Данный алгоритм основан на том факте, что представление КНФ в виде дизъюнктивной диаграммы в явном виде предоставляет некоторые наборы значений переменных для проверки на выполнимость в конъюнкции с исходной КНФ. По таким наборам значений, для которых была доказана невыполнимость, строятся новые ограничения, добавляющиеся в исходную формулу.

В качестве тестовых задач были выбраны задачи, кодирующие попарную эквивалентность трех алгоритмов умножения: умножение столбиком, алгоритм Карацубы [9] и дерево Уоллеса [10]. Все три схемы алгоритмов кодировали умножение двух 16-битных чисел. Соответственно были получены три КНФ: С–К (Столбик и алгоритм Карацубы), С–У (Столбик и дерево Уоллеса) и К–У (алгоритм Карацубы и дерево Уоллеса).

\* Исследование выполнено в рамках госзадания Минобрнауки России по проекту «Теоретические основы, методы и высокопроизводительные алгоритмы непрерывной и дискретной оптимизации для поддержки междисциплинарных научных исследований», № 121041300065-9.

са). Так как все рассматриваемые задачи являются крайне трудными, и их полное решение может занимать десятки дней, для оценивания эффективности препроцессинга использовались методы оценки декомпозиционной трудности [11].

Кратко опишем алгоритм оценки декомпозиционной трудности КНФ  $C$ , в которой переменные  $x_1, x_2, \dots, x_n$  кодируют вход схем, по которым построена  $C$ .

1. Множество переменных, кодирующих вход схем, делятся на подмножества по  $k$  переменных. Например, при  $k = 2$ ,  $\{x_1, x_2\}, \{x_3, x_4\}, \dots$  и так далее.
2. Для каждого из этих подмножеств мы случайным образом выбираем одну из двух функций, которые соединят переменные в нем: функция  $\mu = XOR(x_i, x_{[i+1]})$ , либо  $\mu = \neg XOR(x_i, x_{[i+1]})$ .
3. Соответственно строится  $2^{\lfloor \frac{n}{k} \rfloor}$  подзадач вида  $C \wedge \mu_1 \wedge \mu_2 \dots \wedge \mu_{\lfloor \frac{n}{k} \rfloor}$ .
4. Решение случайной выборки подзадач по методу Монте-Карло позволяет получить оценку полного времени решения, так как описываемый алгоритм обеспечивает низкое среднее квадратичное отклонение времени решения подзадач.
5. Решение же всех подзадач дает полное решение исходной формулы.

**Результаты экспериментов.** В ходе эксперимента были построены оценки декомпозиционной трудности рассматриваемых КНФ до и после препроцессинга. Время препроцессинга для каждой задачи не превышало нескольких сотен секунд, поэтому в масштабах сложности задач оно несущественно. Так как все рассматриваемые задачи имеют вход длины **32**, то при  $k = 2$  получается **65536** подзадач, из которых в первой части эксперимента решалась случайная выборка в **10000**.

- Для КНФ С–К среднее время решения подзадачи составило 33,23 секунды до препроцессинга и 29,21 секунд после со среднее квадратичным отклонением  $\sim 1.4$  секунды, что дало оценки 2177761,28 секунд до и 1914306,56 секунд после препроцессинга. Препроцессинг обеспечил ускорение на **12%**.
- Для КНФ С–У среднее время решения подзадачи составило 21,63 секунды до препроцессинга и 19,85 секунд после со среднее квадратичным отклонением  $\sim 1.8$  секунды, что дало оценки 1417543,68 секунд до и 1300889,6 секунд после препроцессинга. Препроцессинг обеспечил ускорение на **8.2%**.
- Для КНФ К–У среднее время решения подзадачи составило 35,76 секунды до препроцессинга и 33,43 секунд после со среднее квадратичным отклонением  $\sim 1.6$  секунды, что дало оценки 2343567,36 секунд до и 2190868,48 секунд после препроцессинга. Препроцессинг обеспечил ускорение на **6.5%**.

Во всех рассматриваемых случаях оценка времени решения улучшилась после выполнения препроцессинга. Помимо этого стоит отметить, что незначительно уменьшилось среднее квадратичное отклонение времени решения подзадач после выполнения препроцессинга.

Таблица 1. Сравнение полного времени решения всех задач из декомпозиции до и после препроцессинга. Время указано в секундах

Имя задачи	Суммарное время решения подзадач до препроцессинга	Суммарное время решения подзадач после препроцессинга	Процент ускорения
С–К	2177105,92	1916928	6,43%
С–У	1418199,04	1301544,96	8,22%
К–У	2342912	2192179,2	11,95%

Во второй части эксперимента для каждой задачи были решены все **65536** подзадач для проверки полученных оценок и более строгого подтверждения эффективности препроцессинга. В табл. 1 приведены результаты второй части эксперимента.

По результатам эксперимента установлено, что препроцессинг с использованием дизъюнктивных диаграмм позволяет ускорить время решения крайне сложных экземпляров ЛЕС-задач, кодирующих эквивалентность рассмотренных алгоритмов умножения.

В экспериментах в качестве вычислительной платформы использовался кластер «Академик В.М. Матросов» ИДСТУ СО РАН [12].

1. Arora S., Barak B. Computational Complexity: A Modern Approach. Cambridge University Press, 2009.
2. Goldreich O. Computational Complexity: A Conceptual Perspective. Cambridge University Press, 2008.
3. Kuehlmann A., Krohm F. Equivalence checking using cuts and heaps. DAC. 1997. P. 263–268.
4. Molitor P., Mohnke J. Equivalence Checking of Digital Circuits: Fundamentals, Principles, Methods. Springer Science & Business Media, 2007.
5. Bryant. Graph-Based Algorithms for Boolean Function Manipulation // IEEE Transactions on Computers. 1986. Vol. C-35, № 8. P. 677–691.
6. Marques-Silva J., Lynce I., Malik S. Conflict-driven clause learning SAT solvers // Handbook of Satisfiability. Frontiers in Artificial Intelligence and Applications. IOS Press. 2009. Vol. 185. P. 131–153.
7. Семенов А.А., Отпущенников И.В. Об одном классе решающих диаграмм // Автоматика и телемеханика. 2016. Т. 77, № 4. С. 617–628.
8. Kondratiev V. Using Disjunctive Diagrams for Preprocessing of Conjunctive Normal Forms // 45th Jubilee International Convention on Information, Communication and Electronic Technology (MIPRO). 2022. P. 883–887.
9. Карацуба А., Офман Ю. Умножение многозначных чисел на автоматах // Докл. АН СССР. 1962. Т. 145, № 2. С. 293–294.
10. Wallace C.S. A Suggestion for a Fast Multiplier // IEEE Transactions on Electronic Computers. 1964. Vol. EC-13, № 1. P. 14–17.
11. Semenov A., Chukharev K., Tarasov E., Chivilikhin D., Kondratiev V. Estimating the hardness of SAT encodings for Logical Equivalence Checking of Boolean circuits. [arXiv:2210.01484](https://arxiv.org/abs/2210.01484) [cs.AI].
12. Иркутский суперкомпьютерный центр СО РАН [Электронный ресурс]: сайт. Иркутск: ИДСТУ СО РАН. URL: <http://hpc.icc.ru> (дата обращения 24.11.2022).

## ОБРАБОТКА ДОКУМЕНТОВ СО СЛОЖНЫМ ФОНОМ ДЛЯ ДАЛЬНЕЙШЕГО РАСПОЗНАВАНИЯ ТЕКСТА

Д.Е. Копылов

Институт системного программирования им. В.П. Иванникова РАН

[38dunn@gmail.com](mailto:38dunn@gmail.com)

В работе решается практическая задача извлечения текста из изображений документов со сложным фоном с помощью программы OCR Tesseract [1].

Некоторые типы документов, например, лицензии или свидетельства, включают в себя подложенные текстуры и фоновые рисунки, что затрудняет распознавание текста на таких изображениях. В таких случаях требуется предварительная обработка документа с целью удаления фона.

Для устранения влияния фона на распознавание текста был выдвинут ряд различных гипотез для решения этой задачи. Ключевыми из них можно выделить следующие три предположения:

1. Текст на документе при размытии является темным пятном, а фон светлым. Таким образом, чем темнее область при размытии, тем больше ей нужно уделять внимания.
2. Благодаря сверткам [2] можно преобразовать документ таким образом, что фон станет более однородным, а текст останется приемлемым для распознавания.
3. За счет изменения яркости можно снизить влияния фона, при этом яркость текста будет приемлемой, чтобы OCR Tesseract мог его распознать.

Обнаружено, что перед тем, как обработать документ со сложным фоном, нужно избавиться от рамок в документе. Для этих целей был разработан метод их удаления на основе быстрого преобразования Фурье.

Результаты исследования были реализованы в виде набора скриптов на языке программирования Python. Произведена сравнительная оценка разработанного подхода на наборе данных, размеченном вручную. Результаты тестирования показали улучшение в 2,5 раза после предварительной обработки в сравнении с применением OCR Tesseract к исходному изображению. Для оценки качества использовалась метрика – расстояние Левенштейна.

Из проверяемых гипотез лучший результат был получен при снижении влияния фона за счет изменения яркости изображения. Дальнейшую работу целесообразно продолжать именно в этом ключе, а именно построение более точной зависимости между яркостью до и после обработки. Другим вариантом развития этой работы является поиск решений по удалению рамок, печатей и подписей с документов.

1. Tesseract documentation: [сайт]. URL: <https://tesseract-ocr.github.io/> (дата обращения: 23.11.2022).
2. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2012. С. 188–217.

# ВОЗМОЖНОСТИ ЦИФРОВОГО СЕРВИСА ГИДРОЛОГО-КЛИМАТИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ БИОЦЕНОЗОВ И ИХ БИОПРОДУКТИВНОСТИ\*

С.Г. Копысов, А.О. Елисеев

Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН

[wosypok@mail.ru](mailto:wosypok@mail.ru)

Продуктивность отражает способность продуцентов накапливать солнечную энергию в виде органического вещества в соответствии с ландшафтно-гидролого-климатическими условиями местообитания. Биопродуктивность в сочетании с социально-экономическими факторами определяет экологическую емкость территории. Пространственное моделирование биопродуктивности природных экосистем создает основу для количественной оценки потенциального поглощения CO<sub>2</sub>, что считается наиболее актуальной экологической задачей.

В настоящее время на мировом уровне была признана недооценка земной биопродуктивности современными методами наблюдений. На этом фоне наша разработка «Модель гидролого-климатической оценки потенциального распространения биоценозов и их биопродуктивности» показывает альтернативу общепринятым способам оценки биопродуктивности.

На создаваемом цифровом сервисе реализован оригинальный метод геоанализа условий произрастания [1] в виде алгоритма моделирования потенциального распространения биоценозов [2, 3], отражающего внутренний аттрактор развития биоценозов под влиянием локальных гидролого-климатических условий произрастания.

Всего в рамках выполнения проекта для Иркутской области (до 60 с.ш.) и республики Бурятия подготовлено 7 растровых цифровых карт, доступных через сервер ИМКЭС СО РАН: Параметра ландшафтных условий стока воды; Коэффициента инсоляции; Водного эквивалента теплоэнергетических ресурсов испарения; Суммы температур воздуха выше 10°C; Суммарного увлажнения; Потенциального распространения биоценозов по ступеням увлажнения и Потенциальной биопродуктивности. Все карты выполнены в проекции EPSG 32648 с системой координат WGS84/UTM zone 48N.

Исходные данные (осадки, температура) были взяты из реанализа с 1 км разрешением WorldClim 2, где они представлены в виде растров средних месячных значений, осредненных за период 1970–2000 гг. Необходимо отметить, что для горных территорий точность реанализа оставляет желать лучшего.

Важно учитывать, что результаты моделирования на локальном уровне могут давать значительные ошибки, обусловленные особенностями принятых модельных решений, погрешностями в отражении реального рельефа, неточностью координатных привязок, недостаточно корректным отражением реанализом особенностей распределения осадков в горных районах. При переходе на более высокий уровень рассмотрения ошибки сглаживаются, и удастся получить практически приемлемый интегральный результат.

Цифровой сервис предоставляет пользователям возможность расчета для произвольно выбранного участка БПТ цифровой карты потенциальной биопродуктивности (т/га) в соответствии с задаваемыми климатическими данными, в

\* Работа выполнена в рамках гранта № 075-15-2020-787 Министерства науки и высшего образования РФ на выполнение крупного научного проекта по приоритетным направлениям научно-технологического развития (проект «Фундаментальные основы, методы и технологии цифрового мониторинга и прогнозирования экологической обстановки Байкальской природной территории»).

виде цифровых карт средних месячных температур воздуха и осадков, дополнительно отображая ее среднее, минимальное и максимальное значение для выбранного участка.

1. Елисеев А.О., Копысов С.Г. Ландшафтно-экологическое моделирование водного баланса юго-востока Западной Сибири // Водное хозяйство России. 2020. № 2. С. 102–117.
2. Копысов С.Г., Елисеев А.О., Дюкарев А.Г. Оценка земель агрохозяйственных зон Томской области по результатам моделирования ступеней увлажнения // Известия Иркутского гос. ун-та. Серия: Науки о Земле. 2022. Т. 41. С. 63–76.
3. Формирование концептуальных основ оценки экологических рисков состояния растительного покрова / А.В. Верховина, В.И. Воронин, Т.И. Морозова [и др.] // Фундаментальные основы, методы и технологии цифрового мониторинга и прогнозирования экологической обстановки Байкальской природной территории. Новосибирск: Сибирское отделение РАН, 2022. С. 91–138.

# РАЗРАБОТКА ВЕБ-ОРИЕНТИРОВАННОЙ ПАНЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ВЫЧИСЛЕНИЯМИ ДЛЯ ЗАДАЧ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

П.В. Корякин, И.И. Пистунов

Иркутский государственный университет  
[k\\_pavel\\_10@mail.ru](mailto:k_pavel_10@mail.ru), [ilya-pistunov@mail.ru](mailto:ilya-pistunov@mail.ru)

Качественные разработка, внедрение и сопровождение сложных технических систем затруднительны без предварительных экспериментов, позволяющих промоделировать их работу в различных эксплуатационных условиях. Такие эксперименты, как правило, проводятся в процессе имитационного моделирования (ИМ) [1].

Универсальные системы моделирования общего назначения (GPSS, AnyLogic) позволяют с необходимой степенью детализации описать предметную область и выполнить моделирование. Специализированные подсистемы позволяют дополнительно отслеживать изменения переменных, проводить анализ, строить таблицы и графики. Однако в GPSS эти подсистемы имеют ограниченные функциональные возможности, а AnyLogic и подобные ей системы являются коммерческими и их применение в научно-исследовательской деятельности не всегда оправдано [2]. При этом потребность в различных средствах визуализации в процессе ИМ остается актуальной.

В докладе представлен опыт разработки веб-ориентированной панели управления вычислениями для задач ИМ. Представлены основные ее компоненты, сформулированы ключевые функциональные возможности и технические требования к ней. Данная панель управления позволяет проводить вычислительные эксперименты в рамках ИМ. Она обеспечивает интеграцию с существующими сервисами для проведения экспериментов в рамках ИМ, представленными в [2].

Веб-интерфейс пользователя системы разрабатывается в рамках концепции приборной панели (англ., dashboard). Приборная панель является одним из эффективных способов представления данных, полученных из нескольких источников для анализа и управления системой.

Базовыми средствами разработки являются фреймворк vue.js и открытая библиотека Material Dashboard. Они содержат необходимые компоненты для создания личного кабинета исследователя. В инструментальном средстве поддерживается интеграция сторонних компонентов и источников данных для расширения базовых возможностей систем.

Прототип панели управления вычислениями является единой платформой исследователя, предоставляя ему полный цикл от подготовки данных для модели и выполнение моделирования в распределенной вычислительной среде до анализа и визуализации результатов моделирования. В итоге сокращаются временные затраты на проведение экспериментов и обеспечиваются средства автоматизации визуализации результатов экспериментов в виде графиков и диаграмм, необходимых для принятия решений относительно управляющих параметров модели.

1. Петров А.В. Имитация как основа технологии цифровых двойников // Вестник Иркутского гос. технического университета. 2018. № 10 (141). С. 56–66.
2. Феоктистов А.Г., Костромин Р.О., Сидоров И.А. Сервис-ориентированный подход к имитационному моделированию процессов функционирования инфраструктурных объектов // Современные наукоемкие технологии. 2020. № 9. С. 76–81.

# ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СТАЦИОНАРНЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ГИРОСТАТА ГОРЯЧЕВА-СРЕТЕНСКОГО С НЕЛИНЕЙНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ\*

А.А. Косов

Институт динамики систем и теории управления СО РАН имени В.М. Матросова  
kosov\_idstu@mail.ru

Рассмотрим гиростат Горячева-Сретенского в случае нелинейного потенциала  $U = U(\gamma_1)$ , где  $U(\gamma_1)$  – некоторая дважды непрерывно дифференцируемая функция. Уравнения движения и первые интегралы записываются так:

$$\begin{aligned} 4C\dot{p} &= 3Cqr - \lambda_3 q \\ 4C\dot{q} &= -3Cpr + \lambda_3 p + U'(\gamma_1)\gamma_3 \\ C\dot{r} &= -U'(\gamma_1)\gamma_2 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\dot{\gamma}_1 = r\gamma_2 - q\gamma_3, \quad \dot{\gamma}_2 = p\gamma_3 - r\gamma_1, \quad \dot{\gamma}_3 = q\gamma_1 - p\gamma_2. \quad (2)$$

$$J_1 = 4Cp^2 + 4Cq^2 + Cr^2 + 2U(\gamma_1) = c_1 = const \quad (3)$$

$$J_2 = 4Cp\gamma_1 + 4Cq\gamma_2 + \gamma_3(Cr + \lambda_3) = c_2 = const \quad (4)$$

$$J_3 = \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1. \quad (5)$$

Рассмотрим уравнение  $U'(z) = 0$  и будем далее предполагать, что оно имеет вещественные корни с модулем не более 1.

**Утверждение 1.** Для каждого вещественного корня  $z = \eta$  уравнения  $U'(z) = 0$  с модулем  $|\eta| \leq 1$  система (1), (2) имеет семейство состояний покоя

$$\bar{p} = \bar{q} = \bar{r} = 0, \quad \bar{\gamma}_1 = \eta, \quad \bar{\gamma}_2 = \sqrt{1 - \eta^2} \cos \varphi, \quad \bar{\gamma}_3 = \sqrt{1 - \eta^2} \sin \varphi, \quad (6)$$

где  $0 \leq \varphi < 2\pi$ .

**Утверждение 2.** Для каждого вещественного корня  $z = \eta$  уравнения  $U'(z) = 0$  с модулем  $|\eta| < 1$  система (1), (2) имеет семейство перманентных вращений

$$\begin{aligned} \bar{p} &= \frac{\lambda_3 \eta}{3c\sqrt{1 - \eta^2} \sin \varphi}, \quad \bar{q} = \frac{\lambda_3 \cos \varphi}{3c \sin \varphi}, \quad \bar{r} = \frac{\lambda_3}{3c} \\ \bar{\gamma}_1 &= \eta, \quad \bar{\gamma}_2 = \sqrt{1 - \eta^2} \cos \varphi, \quad \bar{\gamma}_3 = \sqrt{1 - \eta^2} \sin \varphi \end{aligned} \quad (7)$$

где  $0 < \varphi < 2\pi$ ,  $\varphi \neq \pi$ .

**Утверждение 3.** Каждое состояние покоя из семейства (6), для которого выполняется условие  $U''(\bar{\gamma}_1) > 0$ , устойчиво по Ляпунову.

Таким образом, при выполнении условия  $U''(\eta) > 0$  устойчивыми будут сразу все состояния покоя из соответствующего этому корню  $\eta$  однопараметрического семейства (6).

**Утверждение 4.** Каждое состояние покоя из семейства (6), для которого выполняется условие  $U''(\bar{\gamma}_1) < 0$ , неустойчиво по Ляпунову.

**Утверждение 5.** Каждое перманентное вращение из однопараметрического семейства (7), для которого выполняется условие  $U''(\bar{\gamma}_1) > 0$ , устойчиво по Ляпунову.

**Утверждение 6.** Каждое перманентное вращение из семейства (7), для которого выполняется условие  $U''(\bar{\gamma}_1) < 0$ , неустойчиво по Ляпунову.

Вернемся к семейству стационарных решений (6) и рассмотрим фиксированное состояние покоя с  $\sin \varphi \neq 0$  из этого семейства при условии  $U''(\bar{\gamma}_1) < 0$ , гарантирующем в соответствии с утверждением 4 неустойчивость этого состояния покоя, и покажем возможность его стабилизации за счет дополнительного момента гироскопических сил. Предположим, что на гиростат действует дополнительный момент гироскопических сил  $M = S\gamma \times \omega$ , где  $S = \text{diag}(k_1 - L, k_2 - L, k_3 - L,)$  – диагональная матрица, элементы которой подлежат выбору с целью стабилизации состояния покоя.

С целью стабилизации выберем часть элементов в матрице гироскопических сил следующим образом:

\* Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 22-29-00819.

$$k_2 \neq 0, \quad k_3 = \frac{-\lambda_3}{\sin\varphi \sqrt{1-\bar{\gamma}_1^2}}. \quad (8)$$

Тогда коэффициенты характеристического уравнения  $z^2(z^4 + a_2z^2 + a_0) = 0$  линеаризованной системы будут следующими

$$a_0 = \frac{-U''(\bar{\gamma}_1)k_2^2 \sin^2\varphi \cos^2\varphi (1-\bar{\gamma}_1^2)^2}{16C^3} > 0,$$

$$a_2 = \frac{1 + 3\bar{\gamma}_1^2 + 3(1-\bar{\gamma}_1^2)\cos^2\varphi}{\frac{16C^2}{k_2^2(1-\bar{\gamma}_1^2)\cos^2\varphi - k_1^2\bar{\gamma}_1^2}} L^2 + \frac{U''(\bar{\gamma}_1)(1-\bar{\gamma}_1^2)(1+3\cos^2\varphi)}{4C}$$

При всех достаточно больших  $L^2$  будут выполняться неравенства  $a_2 > 0$ ,  $a_2^2 - 4a_0 > 0$ , поэтому характеристическое уравнение будет иметь два нулевых и 4 чисто мнимых корня. Таким образом, выбор коэффициентов в соответствии с (8) обеспечивает гироскопическую стабилизацию в линейном приближении при всех достаточно больших  $|L|$ .

1. Горячев Д.Н. О движении тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки в случае  $A=B=4C$  // Матем. сборник. 1900. Т. 21, вып. 3. С. 431–438.
2. Сретенский Л.Н. О некоторых случаях интегрируемости уравнений движения гиростата // Докл. АН СССР. 1963. Т. 149, № 2. С. 292–294.

## РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ, ИДЕНТИФИКАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ФОРМАЦИЯМИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ\*

А.А. Косов, М.Ю. Кензин, Э.И. Семенов, А.А. Толстихин

Институт динамики систем и теории управления СО РАН имени В.М. Матросова

[kosov\\_idstu@mail.ru](mailto:kosov_idstu@mail.ru)

В докладе представлены результаты, полученные в ходе первого года работ по проекту РНФ № 22-29-00819.

Предложены двумерные и трехмерные распределенные модели распространения взаимодействующих роботов нескольких типов, описываемые системами нескольких уравнений в частных производных параболического типа на изменения плотностей в каждой точке пространства с течением времени. Развита метод построения точных решений систем уравнений в частных производных параболического типа. Найдены параметрические семейства точных решений модели, описывающие распространение роботов с некоторой базы в окружающее пространство, а также продвижение фронтов волн, представляющих границы областей с положительными плотностями.

Разработан алгоритм решения задачи идентификации распределенных параметров (т.е. локализации базы, с которой идет распространение на окружающую территорию и границы нулевой плотности) двух взаимодействующих распределенных формаций, основанный на био-инспирированных методах оптимизации и проведении наблюдений группой координируемых автономных роботов.

Предлагаемая стратегия управления группой разделяет все множество доступных агентов на две подгруппы, отвечающие соответственно за поиск источника и границ фронта распространения. Агенты первой подгруппы используют био-инспирированный подход, основанный на поведении омаров. Решение второй подзадачи основывается на управлении с переключением между двумя режимами: преследование фронта распространения и избегание угрозы столкновений. При этом переключение между режимами происходит в соответствии с задаваемыми управляющими параметрами. Проведенные серии компьютерных экспериментов демонстрируют приемлемую точность и скорость решения каждой из подзадач. Предложенная стратегия управления применима в том числе и для тех случаев, когда границы фронта являются невыпуклыми.

Разработан эволюционный алгоритм для решения задачи оптимизации состава группы и выбора траекторий движения для осуществления группового мониторинга нестационарного поля, а также набор проблемно-ориентированных эвристик для более эффективного решения задачи. Предложен иерархический подход к организации динамического мониторинга нестационарной области группой мобильных агентов. Основная идея подхода заключается в том, чтобы разбить миссию на последовательность периодов (смен), по завершению которых производится обмен и актуализация накопленных агентами данных с целью корректировки текущей групповой стратегии. Такая пространственно-временная декомпозиция должна осуществляться на основании критериев, определяющих допустимость и эффективность групповой работы в целом, включая топливные и коммуникационные ограничения агентов, технические и функциональные требования к действующему составу группы, динамику условий миссии и др.

В рамках полученного разбиения действующие агенты должны решать непосредственно задачу осуществления группового мониторинга. Для этого на каждой смене необходимо строить групповые маршруты агентов таким образом, чтобы обеспечить требуемое качество покрытия исследуемой области траекториями их движения и при этом гарантировать безопасное и своевременное возвращение каждого агента к его

\* Работа выполнена при поддержке РНФ, проект № 22-29-00819.

точке дислокации для проведения сеанса связи. Важной особенностью задачи является вероятностный характер процедуры покрытия области агентами. Разработана математическая модель описанной задачи мониторинга в виде задачи циклической маршрутизации транспорта, разработан и программно реализован генетический алгоритм со специализированным набором операторов и эвристик для ее эффективного решения.

При поддержке гранта РФФИ № 22-29-00819 в 2022 г. опубликованы в рецензируемых научных журналах статьи [1-4], две статьи приняты к печати и 3 статьи сданы в редакции и проходят рецензирование.

1. Kenzin M., Bychkov I., Maksimkin N. A Hierarchical Approach to Intelligent Mission Planning for Heterogeneous Fleets of Autonomous Underwater Vehicles // *Journal of Marine Science and Engineering*. 2022. Vol. 10, № 11. P. 1639.
2. Kosov A.A., Semenov E.I. New exact solutions of the diffusion equation with power nonlinearity // *Siberian Mathematical Journal*. 2022. Vol. 63, № 6. P. 1-15.
3. Косов А.А. Об аналогах случая Бобылева–Стеклова для гиростата при действии момента гироскопических сил // *Прикладная математика и механика*. 2022. Т. 86, № 3. С. 299-312.
4. Косов А.А., Семенов Э.И. On the Movement of Gyrostat under the Action of Potential and Gyroscopic Forces // *Журнал СВМО*. 2022. Т. 24, № 1. С. 66-75.

# ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЙ И КАЧЕСТВЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

А.А. Косов, Э.И. Семенов

Институт динамики систем и теории управления СО РАН им. В.М. Матросова  
kosov\_idstu@mail.ru, edwseiz@gmail.com

В докладе – представлены результаты, опубликованные в цикле статей [1–15].

Изучались 9 основных объектов исследования:

- обобщенное уравнение Ричардса;
- уравнение нелинейной теплопроводности (диффузии);
- система двух эллиптических уравнений с экспоненциальными нелинейностями;
- уравнение 4-го порядка гиперболического типа (обобщенное уравнение Буссинеска);
- система двух уравнений типа реакции-диффузии (распределенная модель пространства взаимодействующих роботов с базы в окружающее пространство);
- система двух уравнений 4-го порядка параболического типа;
- система двух уравнений 4-го порядка гиперболического типа;
- система связанных нелинейных осцилляторов;
- система дифференциальных уравнений вращательного движения гиростата с неподвижной точкой при действии момента сил различной категории (потенциальных, гироскопических, циркулярных).

Общее свойство всех объектов исследования: описание нелинейными дифференциальными уравнениями.

## Задачи исследования

1. Отыскание точных решений (классических, обращающих уравнения в тождества) в том числе:
  - параметрических семейств, выражаемых через элементарные и специальные функции;
  - аналитических, представимых рядами;
  - стационарных;
  - периодических или почти периодических по времени;
  - анизотропных или радиально симметричных по пространственным переменным.
2. Отыскание новых первых интегралов, общих и частных.
3. Построение граничных управлений, обеспечивающих распространение решений в заданную область за заданное время.
4. Установление эргодических свойств компонент решений.
5. Получение достаточных и/или необходимых условий устойчивости (неустойчивости) стационарных решений и построение стабилизирующих управлений.

1. Kosov A.A., Semenov E.I. Exact Solutions of the Generalized Richards Equation with Power-Law Nonlinearities // *Differential Equations*. 2020. Vol. 56, № 9. P. 1119–1129.
2. Kosov A.A., Semenov E.I. Anisotropic solutions of a nonlinear kinetic model of elliptic type // *Bulletin of the South Ural State University. Series-Mathematical Modelling Programming & Computer Software*. 2020. Vol. 13, № 4. P. 48–57.
3. Косов А.А., Семенов Э.И., Тирских В.В. Обобщенное уравнение Буссинеска и его многомерные точные решения // *Вестник БГУ. Математика, информатика*. 2020. № 1. С. 3–10.
4. Kosov A.A., Semenov E.I. Distributed model of space exploration by two types of interacting robots and its exact solutions // *Journal of Physics: Conference Series: 2020 Dynamic Systems and*

- Computer Science: Theory and Applications (DYSC 2020, 19-22 October 2020). 2021. Vol. 1847, № 1.
5. Косов А.А. Об устойчивости взаимосвязанных нелинейных осцилляторов // Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры. 2021. Т. 196. С. 44–49.
  6. Kosov A.A., Semenov E.I., Tirsikh V.V. On Exact Multidimensional Solutions to a Nonlinear System of Fourth-Order Hyperbolic Equations // Journal of Applied and Industrial Mathematics. 2021. Vol. 15, № 2. P. 253–260.
  7. Косов А.А., Семенов Э.И. О существовании периодических решений одной нелинейной системы параболических уравнений четвертого порядка // Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры. 2021. Т. 196. С. 98–104.
  8. Косов А.А. Об устойчивости взаимосвязанных нелинейных осцилляторов // Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры. 2021. Т. 196. С. 44–49.
  9. Косов А.А. О сохранении устойчивости равновесия нелинейных осцилляторов при консервативных возмущениях // Журнал средневожского математического общества. 2021. Т. 23, № 3. С. 285–294.
  10. Kosov A.A., Semenov E.I. On first integrals and stability of stationary motions of gyrostat // Physica D: Nonlinear Phenomena. 2022. Vol. 430. P. 133103.
  11. Kosov A.A., Semenov E.I. Reduction Method and New Exact Solutions of the Multidimensional Nonlinear Heat Equation // Differential Equations. 2022. Vol. 58, № 2. P. 187–194.
  12. Косов А.А. Об аналогах случая Бобылева–Стеклова для гиростата при действии момента гироскопических сил // Прикладная математика и механика. 2022. Т. 86, № 3. С. 299–312.
  13. Косов А.А. Об аналогах случая Гесса для гиростата при действии момента гироскопических и циркулярных сил // Прикладная математика и механика. 2022. Т. 86, № 6. С. 838–854.
  14. Косов А.А., Семенов Э.И. On the Movement of Gyrostat under the Action of Potential and Gyroscopic Forces // Журнал СВМО. 2022. Т. 24, № 1. С. 66–75.
  15. Kosov A.A., Semenov E.I. New exact solutions of the diffusion equation with power nonlinearity // Siberian Mathematical Journal. 2022. Т. 63, № 6. С. 1–15.

## СИСТЕМЫ МОНИТОРИНГА СМЕШАННОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ИНФРАСТРУКТУРЫ\*

Р.О. Костромин, И.А. Сидоров

Институт динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова СО РАН  
[kostromin@icc.ru](mailto:kostromin@icc.ru), [ivan.sidorov@icc.ru](mailto:ivan.sidorov@icc.ru)

В докладе обсуждается проблема мониторинга смешанной вычислительной инфраструктуры, обеспечивающей проведение научных экспериментов. Особенностью такой инфраструктуры является интеграция не только bare-metal оборудования (вычислительный кластер, сервер, персональный компьютер и т.д.), но и виртуализированного окружения (виртуальные машины, контейнеры). Сбор метрик об общей загрузке ресурсов в такой гибридной среде является нетривиальной задачей [1].

В процессе выполнения отдельного распределенного вычислительного приложения важно иметь средства оценки эффективности использования доступных вычислительных ресурсов. Как правило, системы мониторинга позволяют хранить метрики только ограниченный период времени (2-3 дня), а в случае высокой гранулярности еще меньше. Таким образом, возникает дополнительная задача долговременного хранения требуемых метрик с заданным временным интервалом для последующей визуализации и анализа использования вычислительных ресурсов.

Следует заметить, что мониторинг, долговременное хранение метрик и визуализация архивных метрик обеспечиваются различными системами специального назначения, а для их интеграции необходимы внешние программные средства. Кроме того, в тех случаях, если требуется мониторинг специализированного оборудования (микрокомпьютеры, инфраструктурное оборудование) или заданных параметров приложений, то возникает потребность в разработке новых средств сбора данных для системы мониторинга (экспортеров). Кроме того, важной ролью систем мониторинга является автоматическое обнаружение и уведомление о возникновении аварийных ситуаций.

Совокупность задач мониторинга и проведения научных экспериментов с применением смешанных видов ресурсов, а также широкий спектр систем специального назначения для решения этих задач обоснованно требуют проведения исследований в этой сфере информационных технологий. В связи с этим в докладе сформулированы системные и функциональные требования к системам мониторинга, приведен перечень таких систем и выполнен обзор их возможностей. Целью данного обзора является обоснованный выбор комбинации систем, интеграции которых позволит решить задачи, связанные с мониторингом вычислительных ресурсов, контролем за их состоянием, архивным хранением и анализом вычислительной истории.

1. Sidorov I.A., Kostromin R.O., Feoktistov A.G. System for monitoring parameters of functioning infrastructure objects and their external environment // CEUR Workshop Proceedings: 2nd Intern. Workshop on Information, Computation, and Control Systems for Distributed Environments (ICCS-DE 2020). 2020. Vol. 2638. P. 252–264.

\* Исследование выполнено при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект № FWEW-2021-0005 «Технологии разработки и анализа предметно-ориентированных интеллектуальных систем группового управления в недетерминированных распределенных средах».

# ЭМПИРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРИМЕРОВ ЗАДАЧИ БУЛЕВОЙ ВЫПОЛНИМОСТИ, ГЕНЕРИРУЕМЫХ ПРИ РЕШЕНИИ ПРИМЕРОВ ЗАДАЧИ МАКСИМАЛЬНОЙ ВЫПОЛНИМОСТИ\*

С.Е. Кочемазов

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН,  
[veinamond@gmail.com](mailto:veinamond@gmail.com)

Алгоритмы решения задачи булевой выполнимости (SAT) широко используются в большом числе различных практических приложений. В ряде из них эти алгоритмы применяются в роли так называемых оракулов: для решения подзадач в форме SAT формируемых в процессе работы других алгоритмов. Ярким примером последних являются алгоритмы решения задачи максимальной выполнимости (MaxSAT) [1].

Концептуально, SAT состоит в том, чтобы по произвольной булевой формуле в конъюнктивной нормальной форме (КНФ) ответить на вопрос: является ли она выполнимой. В то же время MaxSAT по той же КНФ требует определить максимальное число одновременно выполнимых дизъюнктов. Очевидно, что SAT является частным случаем MaxSAT, но не наоборот. При этом на практике в классическую постановку MaxSAT добавляются дополнительные модификации, а именно: дизъюнктам КНФ могут быть приписаны веса, которые интерпретируются как стоимость фальсификации конкретных дизъюнктов, тогда задача называется взвешенной (Weighted MaxSAT); а также часть дизъюнктов КНФ могут быть специфицированы как «обязательные к выполнению» (hard в английской терминологии), в то время как остальные дизъюнкты (называемые soft) могут быть фальсифицированы найденным выполняющим набором. Такая задача называется частичной (Partial MaxSAT). Как правило, в контексте современных алгоритмов решения задачи максимальной выполнимости рассматривается комбинированный вариант: Weighted Partial MaxSAT (WPMS).

Современные алгоритмы решения MaxSAT обычно устроены следующим образом: они кодируют исходную MaxSAT задачу в SAT при помощи специальных техник и итеративно вызывают на ней SAT-решатель, при этом используя полученную (SAT-решателем) в процессе решения подзадачи информацию для дополнения текущей SAT-кодировки. Таким образом, опуская ряд особенностей реализации, фактически имеет место последовательность вызовов SAT-решателя на ряде похожих SAT-задач.

Интересная особенность современных алгоритмов решения MaxSAT заключается в том, что зачастую они используют SAT-решатели 2009-2015 гг., которые в рамках современных SAT Competition показывают очень посредственные результаты. При этом попытки встроить более современные SAT-решатели, как правило, не приводят к увеличению эффективности решения MaxSAT, см., например, [2].

В данном докладе будет представлен результат вычислительного исследования данного явления с точки зрения отличной от [2]. Более конкретно, по выборке MaxSAT-примеров из недавних соревнований MaxSAT Evaluation будут построены последовательности SAT-задач, которые передаются соответствующему решателю при решении данных MaxSAT-примеров алгоритмом RC2 [3]. Далее на этих SAT-задачах будут запущены современные SAT-решатели с соревнований 2019-2022 годов с целью выявления работоспособности современных SAT эвристик на данных тестах.

Дополнительная особенность, о которой будет говориться в докладе, состоит в том, что конкретно в рамках алгоритма RC2 SAT-оракул вызывается для решения трех основных типов подзадач: минимизации невыполнимого ядра, истощения невыполни-

\*Исследование выполнено в рамках гранта РФФИ № 22-21-00834 «Разработка эвристик для повышения эффективности современных алгоритмов решения проблемы максимальной выполнимости (MaxSAT)».

мого ядра и основного поиска. Минимизация и истощение (в английской терминологии, *unsatisfiable core reduction* и *unsatisfiable core exhaustion*, соответственно) – это эвристики, которые оказывают большое влияние на эффективность решения MaxSAT, часто в разы уменьшая время работы соответствующего алгоритма. Эти типы подзадач будут рассмотрены отдельно в контексте анализа эффективности современных SAT-решателей на них.

- 1 Handbook of Satisfiability / Edited by A. Biere, M. Heule, H. van Maaren, T. Walsh. IOS Press. 2021.
- 2 Kochemazov S., Ignatiev A., Marques-Silva J. Assessing Progress in SAT Solvers through the Lens of Incremental SAT // LNCS. 2021. Vol. 12831. P. 280-298.
- 3 Ignatiev A., Morgado A., Marques-Silva J. RC2: An Efficient MaxSAT Solver // JSAT. 2019. Vol. 11. P. 53-64.

# ТЕОРЕМЫ СУЩЕСТВОВАНИЯ И ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ

П.А. Кузнецов

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
kuznetsov@icc.ru

Предлагаемый цикл работ посвящен исследованию задач с вырождением для квазилинейных эволюционных параболических уравнений и систем. Конкретно, в работах рассматривается нелинейное уравнение теплопроводности (фильтрации/диффузии) [1-4, 6, 8], а также системы, состоящие из двух уравнений близкого вида, а именно, системы типа «реакция-диффузия» [5, 7, 9, 12] и «хищник-жертва» [10, 11]. При равенстве нулю искомым функций происходит вырождение параболического типа и понижение порядка указанных уравнений и систем. Характерное следствие такого вырождения – конечная скорость распространения возмущений и возможность существования решений с нулевым фронтом, в том числе, тепловых (фильтрационных, диффузионных) волн. В таком случае целесообразно исследовать разрешимость краевых задач, предполагающих наличие подобного рода решений.

Одним из основных методов исследования выбран метод рядов, так как при относительной простоте он дает возможность раскрыть особенность и построить конструктивное решение. Ряды, представляющие решение, есть ряды Тейлора по степеням одной или двух переменных. Коэффициенты рядов определяются рекуррентно, в том числе из систем линейных алгебраических уравнений, размерность которых возрастает на каждом шаге. Локальная сходимость рядов доказывается отдельно методом мажорант с использованием теоремы Коши-Ковалевской. Результат формулируется в виде теорем существования и единственности в классе аналитических функций.

Недостаток метода рядов заключается в его локальности (радиус сходимости редко удается оценить). Последнее обстоятельство отчасти компенсируется точными решениями. Для их построения исследуемая задача сводится к задаче Коши для обыкновенного дифференциального уравнения или системы. Вырождение при этом сохраняется. При редукции точные решения с нулевым фронтом часто представляются в виде анзацев со свободными параметрами, которые фиксируются наиболее удобным образом в процессе подстановки. Точные решения также используются для верификации численных расчетов. Последние выполнены на основе метода граничных элементов, метода радиальных базисных функций, метода коллокаций [2, 4, 8, 9, 12].

В предлагаемых к рассмотрению статьях Кузнецову П.А. принадлежат следующие результаты:

1. Проведение доказательств теорем существования и единственности решений с нулевым фронтом в классе аналитических функций [1-12].
2. Построение решений в виде рядов Тейлора по степеням одной и двух переменных [1-12]. В одном частном случае – оценка радиуса сходимости [6].
3. Построение точных решений с помощью редукций к задаче Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем [1, 3, 5, 7, 10, 11].

1. Казаков А.Л., Кузнецов П.А. Об аналитических решениях задачи о движении теплового фронта для нелинейного уравнения теплопроводности с источником // Известия Иркутского гос. университета. Серия: Математика. 2018. Т. 24. С. 37-50.
2. Казаков А.Л., Кузнецов П.А., Спеквек Л.Ф. Трехмерная тепловая волна, порожденная краевым режимом, заданным на подвижном многообразии // Известия Иркутского гос. университета. Серия: Математика. 2018. Т. 26. С. 16-34.

3. Kazakov A.L., Kuznetsov P.A., Spevak L.F. Analytical and numerical construction of heat wave type solutions to the nonlinear heat equation with a source // *Journal of Mathematical Sciences*. 2019. Vol. 239, № 2. P. 111-122.
4. Kazakov A.L., Kuznetsov P.A., Lempert A.A., Spevak L.F. Analytical and numerical solutions to the problem on a heat wave initiating for the nonlinear heat equation with a source // *Journal of Physics: Conference series*. 2019. Vol. 1268. P. 012030.
5. Kazakov A.L., Kuznetsov P.A., Lempert A.A. Analytical solutions to the singular problem for a system of nonlinear parabolic equations of the reaction-diffusion type // *Symmetry*. 2020. Vol. 12, № 6. P. 999.
6. Казаков А.Л., Кузнецов П.А. Точные решения в нелинейной модели теплопередачи // *Вестник Южно-Уральского гос. университета. Серия: Матем. моделирование и программирование*. 2020. Т. 13, № 4. С. 33-47.
7. Kazakov A.L., Kuznetsov P.A. Analytical diffusion wave-type solutions to a nonlinear parabolic system with cylindrical and spherical symmetry // *The Bulletin of Irkutsk State University. Series: Mathematics*. 2021. Vol. 37. P. 31-46.
8. Казаков А.Л., Кузнецов П.А., Спевак Л.Ф. О решениях типа бегущей волны для нелинейного уравнения теплопроводности // *Итоги науки и техники. Современ. математика и ее приложения. Темат. обзоры*. 2021. Т. 196. С. 36-43.
9. Казаков А.Л., Кузнецов П.А., Спевак Л.Ф. Построение решений краевой задачи с вырождением для нелинейной параболической системы // *Сибирский журнал индустр. математики*. 2021. Т. 24. № 4 (88). С. 64-78.
10. Кузнецов П.А. Аналитические диффузионные волны в нелинейной параболической модели «хищник-жертва» // *Труды Института математики и механики УрО РАН*. 2022. Т. 28, № 2. С. 158-167.
11. Казаков А.Л., Кузнецов П.А. Аналитические решения с нулевым фронтом для нелинейной вырождающейся параболической системы // *Дифференц. уравнения*. 2022. Т. 58, № 11. С. 1461-1470.
12. Казаков А.Л., Кузнецов П.А., Спевак Л.Ф. Построение решений вырождающейся системы «реакция-диффузия» в случаях цилиндрической и сферической симметрии при нелинейностях общего вида // *Итоги науки и техники. Современ. математика и ее приложения. Темат. обзоры*. 2022. Т. 213. С. 54-62.

## ОТРАБОТКА ПРАКТИЧЕСКИХ ПОДХОДОВ К УСТАНОВЛЕНИЮ РЕФЕРЕНТНЫХ ИНТЕРВАЛОВ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ ПАЦИЕНТОВ

В.В. Кузьменко<sup>1</sup>, А.Ю. Горнов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ИГМАПО – филиал ФГБОУ ДПО РМАНПО Минздрава России

<sup>2</sup>Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН

[kw7@mail.ru](mailto:kw7@mail.ru), [gornov@icc.ru](mailto:gornov@icc.ru)

Современные изменения, затрагивающие деятельность клинических лабораторий, включают в себя не только «...расширение спектра исследований, внедрение высокопроизводительной техники, цифровизации...», но и смену подходов в интерпретации измеренных значений. Лаборатория должна предоставлять врачу полную информацию по проведенному исследованию, которая включает как сведения о референтном интервале (РИ), методике анализа, пороговых значениях, так и данные для расчета критической разницы значений показателей при повторных исследованиях.

В соответствии с установленными требованиями лаборатория определяет биологические РИ, а также пересматривает их в случае, когда изменяются аналитические или преаналитические процедуры [1]. Вопрос оценки адекватности тех или иных РИ связан с величиной аналитического смещения методики, особенностями обследуемого контингента, а также с задачами, поставленными перед лабораторией клиницистами. Например, свои специфические группы сравнения будут у представителей разных рас, в спортивной медицине, при обследовании жителей гор или в гериатрии. Наиболее простой метод внедрения РИ при переходе к новой технологии предполагает перенос ранее установленных границ на новую популяцию, однако этот вариант не учитывает все многообразие различий между собственной лабораторией и источниками данных для референтного интервала [2].

Подходы к определению РИ разделяют на прямые, рекомендованные IFCC (International Federation of Clinical Chemistry and Laboratory Medicine), и непрямые (косвенные) [3]. Следует отметить, что если технология переноса РИ довольно проста и вполне может быть выполнена в клинической лаборатории (хотя мало где выполняется на самом деле), то расчет РИ прямым методом с набором данных группы здоровых лиц требует немало организационно-экономических затрат. Непрямые методы определения РИ основаны на анализе накопленного массива большого количества данных пациентов; эти методы в настоящее время интенсивно развиваются, но их применение предполагает хорошее владение математическим аппаратом.

Цель обсуждаемого исследования – поиск приемлемого для практикующих врачей инструментария расчета РИ лабораторных параметров на основе анализа массива данных пациентов. Предполагается в диалоговом режиме решать следующие задачи: анализ однородности выборок для исключения бимодального распределения; оценка «нормальности» распределения; выбор методов для оценки выборки и расчета границ РИ; анализ приемлемости рассчитанных РИ по естественным выбросам.

Для выполнения поставленных задач ведется реализация набора вычислительных программных инструментов, основанных как на традиционных подходах математического моделирования, так и на новых методах, относящихся к арсеналу искусственного интеллекта – нейронных моделях, методике Шепарда, аппроксимации временных рядов и других.

1. ГОСТ Р ИСО 15189. Лаборатории медицинские. Частные требования к качеству и компетентности. 2015. <https://docs.cntd.ru/document/1200119946>.

2. ГОСТ Р 53022.3-2008. Технологии лабораторные клинические. Требования к качеству клинических лабораторных исследований. Ч. 3. Правила оценки клинической информативности лабораторных тестов. [https://fmba-gcgie.ru/TK380/DocTK/GOST\\_R\\_53022-3-2008.pdf](https://fmba-gcgie.ru/TK380/DocTK/GOST_R_53022-3-2008.pdf).
3. CLSI Document C28-A3c. Defining, establishing, and verifying reference intervals in the clinical laboratory; approved guideline, 3rd edition. Wayne, Pa. USA: CLSI, 2010. 72 p.

## ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И МЕТОДОВ АППРОКСИМАЦИИ ДАННЫХ ДЛЯ ОЦЕНКИ УРОВНЯ АПОЛИПОПРОТЕИНА А1

В.В. Кузьменко<sup>1</sup>, А.Ю. Горнов<sup>2</sup>, Т.С. Зароднюк<sup>2</sup>, А.С. Аникин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ИГМАПО – филиал ФГБОУ ДПО РМАНПО Минздрава России

<sup>2</sup>Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН

[kw7@mail.ru](mailto:kw7@mail.ru), [gornov@icc.ru](mailto:gornov@icc.ru), [tz@icc.ru](mailto:tz@icc.ru), [anikin@icc.ru](mailto:anikin@icc.ru)

Задачи анализа данных и построение на его основе математических моделей возникают в различных областях. В медицине в результате обследования пациентов накапливается информация, которая может быть использована для оценки здоровья, выявления закономерностей и формирования прогнозов развития патологических процессов. Традиционным подходом к решению подобного рода задач является математическое моделирование биологических процессов с использованием методов оптимизации [1, 2] для поиска варианта модели, который будет максимально полно отражать формирование исследуемой зависимости [3].

Целью проведенной работы была оценка приемлемости различных методов моделирования для расчета уровня апополипротеина А1 (Аpo А) по показателям липидного обмена. Для анализа и моделирования обмен липидов выбран не случайно. Нарушения липидного обмена являются ведущими звеньями патогенеза атеросклероза и ожирения, приводят к развитию патологии сердечно-сосудистой системы, множеству других патологических состояний, которые существенно влияют на качество и продолжительность жизни. Современные методы лечения позволяют снизить распространенность сердечно-сосудистых заболеваний, однако эти мероприятия наиболее эффективны при начальных нарушениях метаболизма, еще до появления клинических симптомов. Именно поэтому важна ранняя диагностика нарушений обмена липидов и, соответственно, возможно более раннее начало терапии выявленных нарушений.

В ходе вычислительного эксперимента была построена математическая модель с использованием результатов лабораторных исследований показателей липидного обмена у пациентов. В крови каждого пациента была измерена концентрация триглицеридов, общего холестерина, холестерина липопротеинов высокой плотности, холестерина липопротеинов низкой плотности, апополипротеина А1, апополипротеина В.

Методы машинного обучения в последние годы приобретают все большую популярность в связи с ростом числа актуальных прикладных задач анализа данных. Активно развиваются методы аппроксимации данных с использованием искусственных нейронных сетей (ИНС). Их структура характеризуется наличием слоев, состоящих из искусственных нейронов. Нейрон включает сумматор, предназначенный для суммирования произведений входных сигналов на соответствующие веса (определяемые в результате решения задачи оптимизации), и функцию активации, преобразующую полученную взвешенную сумму в выходной сигнал.

Авторами разработана вычислительная технология, основанная на построении полно-связных искусственных нейронных сетей прямого распространения. Для решения вспомогательной многомерной задачи оптимизации использованы специализированные алгоритмы глобального поиска. Соответствующее программное средство реализовано на языке С и позволяет формировать ИНС различной структуры.

Был создан ряд моделей с использованием нейронных сетей. Для проведения вычислительных экспериментов формировались многослойные сети, содержащие от 5 до 50 искусственных нейронов в каждом слое. В качестве функции активации использована рациональная сигмоида. С применением предложенной методики построения, тестирования и изучения моделей были исследованы возможности

повышения точности расчетных методик, ориентированных на оценку концентрации белка Апо А в сыворотке крови. Качество созданных моделей было оценено по размеру систематических и случайных погрешностей, полученных при использовании этих моделей для расчета концентрации Апо А по показателям липидограммы 2-го уровня. Результатом проверки модели являются среднее значение этих ошибок и дисперсия полученных погрешностей (табл. 1). Пример одной из конструируемых многослойных сетей (ИНС-6) приведен на рисунке.

Таблица 1. Результаты вычислительных экспериментов по применению ИНС различной структуры для оценки уровня аполипопротеина А1

Номер ИНС	Структура ИНС (число слоев)	Количество нейронов в каждом слое	Дисперсия
1	2	5/5	0,0362
2	3	5/5/5	0,0534
3	4	5/5/5/5	0,0391
4	5	5/5/5/5/5	0,0840
5	3	10/20/10	0,276
6	3	5/10/5	0,0534
7	4	5/10/10/5	0,0960
8	5	5/10/10/10/5	0,0736

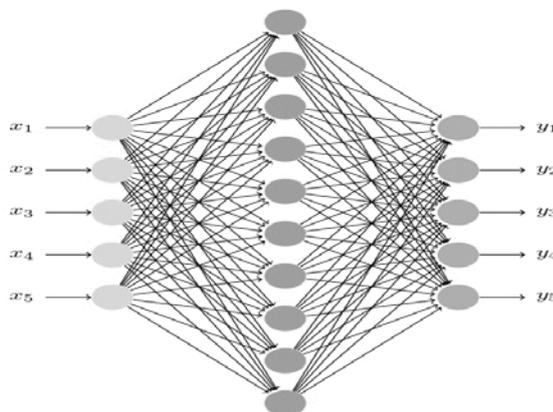


Рис. 1. Многослойная ИНС-6 с дисперсией полученных погрешностей 0,0534

Проведенные многовариантные вычислительные эксперименты доказали работоспособность предложенного подхода. Применение математических моделей расчета концентрации Апо А, основанных на использовании консилиума многослойных искусственных нейронных сетей прямого распространения, позволило получить приемлемые погрешности при оценке исследуемой фракции липидов. Созданные и протестированные модели могут служить основой для практического использования, в частности, для оценки отсутствующих данных при обследовании пациентов.

1. Shepard D. A two-dimensional interpolation function for irregularly-spaced data // Proc. of the 23 ACM National Conference. ACM Press. 1968. P. 517–524.
2. Caira R., Dell'Accio F. Shepard-Bernoulli operators // J. Mathematics of computation. 2007. Vol. 257, № 2. P. 299–321.
3. Kuz'menko V.V., Gornov A.Yu., Anikin A.S. Estimation of mathematical models accuracy for calculation of LDL-cholesterol concentration // Advances in Intelligent Systems Research. 2018. Vol. 158. P. 111–116.

## НОВАЯ ВЕРСИЯ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА АНАЛИЗА ДАННЫХ ХОЛТЕРОВСКОГО МОНИТОРИРОВАНИЯ

С.Г. Куклин<sup>1</sup>, А.Ю. Горнов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Иркутская государственная медицинская академия последипломного образования – филиал ФГБОУ ДПО РМАНПО Минздрава России

<sup>2</sup>Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[gornov@icc.ru](mailto:gornov@icc.ru)

В 2022 г. нами продолжены работы по созданию специализированных методов и алгоритмов анализа данных, ориентированных на задачи холтеровского мониторинга. Как и на предыдущем этапе проекта, основное внимание уделялось проработке методик исследования variability сердечного ритма на основе суточных данных, что позволяет выявлять персональные особенности функционирования сердечно-сосудистой системы, в том числе, связанные с дисфункцией вегетативной нервной системы (см. [1]).

В докладе обсуждается вторая версия (см. [2]) научного прототипа программного комплекса (ПК), предназначенного для интегрирования полезных алгоритмов, методик и вычислительных технологий анализа холтеровских рядов, как предложенных нами, так и заимствованных. ПК предназначен для первичного исследования временных рядов, полученных с использованием HOLTTER-оборудования. Основной задачей, решаемой данной программой, является рациональная декомпозиция ряда на составляющие его интервалы (сегменты), часть из которых представляет интерес для специалистов-кардиологов. После решения задачи сегментации дальнейший анализ выявленных сегментов ведется с использованием ряда других инструментов, в частности, с применением когнитивной графики и «ручного анализа».

Для вычленения из больших последовательностей – временных рядов с тысячами и десятками тысяч точек – сегментов небольших размеров, несущих полезную кардиологическую информацию – около сотни точек, используется методика, опирающаяся на количественный анализ трех сопряженных участков временного ряда: 1) предваряющих исследуемое явление «долин» – около 10 точек, 2) «участков роста» – около 20 точек и 3) последующих за ними участков «плато» – около 60 точек. Анализ выполняется на основе трех вариантов временных рядов: исходного ряда и двух рядов, полученных из исходного путем различных процедур фильтрации.

Взаимодействие ПК с пользователем выполняется с применением диалоговой системы и файловой подсистемы ввода-вывода. Программный комплекс реализован с использованием языка программирования C под управлением операционной системы Windows. Графическая обработка результатов вычислений производится с использованием редакторов семейства Grapher/Surfer.

Приводятся результаты вычислительных экспериментов.

- 1 Шелехова Ю.В., Храмцова Н.А., Онучина Е.В., Куклин С.Г. Динамики variability сердечного ритма у мужчин работоспособного возраста, страдающих язвенной болезнью желудка и двенадцатиперстной кишки, ассоциированной и неассоциированной с инфекцией *Helicobacter Pylori* // ЭНИ Забайкальский медицинский вестник. 2015. № 2. С. 13–16.
- 2 Куклин С.Г., Горнов А.Ю. Программный комплекс анализа данных холтеровского мониторинга для персонализированной медицины // Материалы конф. «Ляпуновские чтения» (Иркутск, 6–10 декабря 2021 г.). 2021. С. 33.

## ПОИСК И ЧТЕНИЕ МЕТАДААННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ИНТЕРНЕТЕ ДЛЯ УТОЧНЕНИЯ ГЕОДААННЫХ КОСМОСНИМКОВ

Н.А. Куприянов<sup>1</sup>

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[kaplined@gmail.com](mailto:kaplined@gmail.com)

Система получения геоданных с космо-снимков предназначена для отображения типов местности и лесов, в частности. Но, к сожалению, космо-снимки не могут предоставить достаточно высокое разрешение для определения конкретных типов лесов. С их помощью невозможно наверняка сказать, какие территории принадлежат к хвойным, лиственным или смешанным лесам.

Для решения этой проблемы начата работа над системой получения метаданных изображений с интернета. Скачивая изображения, сделанные в Иркутской области, становится возможным уточнение расположения различных типов лесов.

Система реализована на языке Python с использованием библиотек Pillow [2] (для работы с метаданными изображения), BeautifulSoup [3] и Requests [4] (для автоматизации скачивания изображений с интернета).

Система получает все ссылки на изображения на сайте и заносит их в массив. Затем проходится по этому массиву, скачивая все изображения на локальную машину.

После скачивания изображения, система проверяет его метаданные для получения GPS-координат. Эти координаты проверяются на принадлежность к Иркутской области. В случае, если координаты отсутствуют или не входят в регион, изображение удаляется. Если проверка прошла успешно, изображение сохраняется.

На данный момент приложение способно обработать изображения только с одного, введенного пользователем сайта. В дальнейшем планируется полная автоматизация системы с автоматическим переходом по гиперссылкам и скачиванием всех изображений, встреченных на пути.

Для проверки наличия лесов на изображениях будут использованы возможности нейросетей, распознающие леса на изображении и их тип. При удовлетворении всех условий итоговые результаты будут записаны в базу данных для дальнейшего использования на карте лесов Иркутской области.

1. Ссылка на репозиторий проекта: <https://github.com/TrueKapline/imageParser>
2. Документация Pillow: <https://pillow.readthedocs.io/en/stable/>
3. Документация BeautifulSoup: <https://www.crummy.com/software/BeautifulSoup/bs4/doc/>
4. Документация Requests: <https://requests.readthedocs.io/en/latest/>

<sup>1</sup> Студент 2 курса ИрГУПС

# О ВНУТРЕННЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ ФОРМАЦИЙ

А.В. Лакеев

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН

[lakeyev@icc.ru](mailto:lakeyev@icc.ru)

Получены необходимые условия внутренней устойчивости нелинейных формаций которые для аффинных формаций будут и достаточны [1-12, 15-20].

## 1. Введение

**Определение 1.** Будем говорить, что задана формация из  $l$  взаимосвязанных объектов, если:

1) задан ориентированный граф  $G = (V, E)$  без кратных дуг и петель с множеством вершин  $V = \{1, \dots, l\}$  и множеством дуг  $E \subseteq V \times V$ , называемый в дальнейшем графом формаций. При этом вершины графа отождествляются с движущимися объектами формации, а дуги указывают на наличие взаимосвязей между некоторыми из них. Если  $(i, j) \in E$ , то  $i$ -й объект называется ведомым, а  $j$ -й объект – ведущим (дуга  $(i, j) \in E$  считаем ориентированной от  $i$  к  $j$ );

2) динамика движения  $i$ -го объекта задается нелинейным дифференциальным уравнением с управлением

$$\dot{x}_i = f_i(t, x_i, u_i), x_i \in R^n, u_i \in R^m, t \in T = R_0^1 = [0, +\infty) \text{- время}; \quad (1)$$

3) каждой дуге  $(i, j) \in E$  сопоставлен вектор  $d_{i,j} \in R^n$  задающий требуемое взаимное расположение (в идеале)  $i$ -го и  $j$ -го объектов относительно друг друга, при этом в идеале хотелось бы иметь соотношение  $x_i + d_{i,j} = x_j$ .

Будем обозначать  $L_i = \{j \in V \mid (i, j) \in E\}$  – множество ведущих для  $i$ -го объекта и  $V_0$  – множество лидеров формации,  $V_0 \subseteq V$ .

Пространством состояний для всей формации будет множество  $X = (R^n)^l = \{x = (x_1, \dots, x_l) \mid x_i \in R^n, i = 1, \dots, l\}$  и множество **идеальных** состояний  $\Omega = \{(x_1, \dots, x_l) \mid x_i + d_{i,j} = x_j, (i, j) \in E\}$ .

Пусть  $U = (R^m)^{T \times X}$  – множество всех функций  $u(t, x)$  из  $T \times X$  в  $R^m$  и для всех  $i \in V$  заданы некоторые множества  $U_i \subseteq U$  ( $U_i$  – множество допустимых управлений для  $i$ -го объекта) такие, что выполняется следующее условие:

- а) для любых  $u_1 \in U_1, \dots, u_l \in U_l$  и  $x_0 = (x_{01}, \dots, x_{0l}) \in X$  существует единственное решение задачи Коши  $x(t, x_0, u)$

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(t, x_i, u_i(t, x)), \\ x_i(0) = x_{0i}, \quad i \in V, \end{cases} \quad (2)$$

продолжимое на  $T$ ;

- б) если  $i \in V_0$ , то  $u_i(t, x) \equiv \mathbf{0} \in U_i$  (функция, тождественно равная нулю, допустима для лидеров).

Если  $(i, j) \in E$ , то через  $z_{i,j} = x_j - x_i - d_{i,j}$  обозначим отклонение (ошибку) от идеального состояния между  $i$ -м и  $j$ -м объектами, а если  $(i, j) \notin E$ , то положим  $z_{i,j} = \mathbf{0}$  и  $z = (z_{i,j}) \in R^{l \times l}$  – матрица ошибок.

Для оценки величины отклонений используем стандартные классы функций [14]:

- $\mathcal{K}$  – класс функций Хана:  $\gamma \in \mathcal{K}$ , если  $\gamma: [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$  непрерывная, строго возрастающая,  $\gamma(0)=0$ ;
- функции класса  $\mathcal{KL}$  :  $\beta \in \mathcal{KL}$ , если  $\beta: [0, +\infty) \times [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$ ,  $\beta(\cdot, t) \in \mathcal{K}$  при фиксированном  $t$ ,  $\beta(a, \cdot)$  строго убывающая (по  $t$ ),  $\beta(a, t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow +\infty$  и фиксированном  $a \in R_0^1$ ,  $\beta(a, t)$  непрерывна.

**Определение 2.** Формация называется внутренне устойчивой (или кратко (ВУ)), если существуют функции  $\gamma_i \in \mathcal{K}$ ,  $i \in V_0$  и функция  $\beta \in \mathcal{KL}$  такие, что для любых управлений  $u_i \in U_i$ ,  $i \in V_0$  найдутся управления  $u_j \in U_j$ ,  $j \in V \setminus V_0$  такие, что при любых начальных значениях  $x_{0i} \in R^n$ ,  $i \in V$  и любых  $t \geq 0$  выполняется оценка

$$\|z(t, x_0)\| \leq \beta(\|z(0, x_0)\|, t) + \sum_{i \in V_0} \gamma_i(\sup_{\tau \in [0, t]} \|u_i[\tau]\|), \quad (3)$$

где  $z(t, x_0)$  – матрица ошибок, полученная на решениях уравнений (2) при заданных управлениях  $u_i \in U_i$  и заданных начальных значениях  $x_i(0) = x_{0i} \in R^n$ ,  $i \in V$ ,  $u_i[\tau] = u_i(\tau, x(\tau, x_0, u))$ .

Здесь и всюду в дальнейшем нормы векторов и матриц считаются евклидовыми. В кванторном виде это свойство более кратко можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} (\text{ВУ}) \equiv & (\exists \gamma_i \in \mathcal{K} : i \in V_0) (\exists \beta \in \mathcal{KL}) (\forall u_i \in U_i : i \in V_0) (\exists u_j \in U_j : j \in V \setminus V_0) \\ & (\forall x_{0i} \in R^n : i \in V) (\forall t \geq 0) (\|z(t, x_0)\| \leq \beta(\|z(0, x_0)\|, t) + \sum_{i \in V_0} \gamma_i(\sup_{\tau \in [0, t]} \|u_i[\tau]\|)). \end{aligned}$$

Будем рассматривать еще два свойства линейных формаций:

$(\text{ВУ})_1$  получается из (ВУ) перестановкой кванторов  $(\forall u_i \in U_i : i \in V_0)$  и  $(\exists u_j \in U_j : j \in V \setminus V_0)$  или в кванторном виде

$$\begin{aligned} (\text{ВУ})_1 \equiv & (\exists \gamma_i \in \mathcal{K} : i \in V_0) (\exists \beta \in \mathcal{KL}) (\exists u_j \in U_j : j \in V \setminus V_0) (\forall u_i \in U_i : i \in V_0) \\ & (\forall x_{0i} \in R^n : i \in V) (\forall t \geq 0) (\|z(t, x_0)\| \leq \beta(\|z(0, x_0)\|, t) + \sum_{i \in V_0} \gamma_i(\sup_{\tau \in [0, t]} \|u_i[\tau]\|)). \end{aligned}$$

$(\text{ВУ})_0$  получается из (ВУ) при нулевых управлениях лидеров, т.е.  $u_i(t, x) \equiv \mathbf{0} \in U_i$  для всех  $i \in V_0$  (при этом в неравенстве (3) второе слагаемое тождественно равно нулю), или, в кванторном виде,

$$\begin{aligned} (\text{ВУ})_0 \equiv & (\exists \beta \in \mathcal{KL}) (\exists u_j \in U_j : j \in V \setminus V_0) (\forall x_{0i} \in R^n : i \in V) (\forall t \geq 0) \\ & (\|z^0(t, x_0)\| \leq \beta(\|z^0(0, x_0)\|, t)), \end{aligned}$$

где  $z^0(t, x_0)$  – матрица ошибок, полученная на решениях уравнений (2) при заданных управлениях  $u_j \in U_j$  для  $j \in V \setminus V_0$ ,  $u_i(t, x) \equiv \mathbf{0} \in U_i$  для  $i \in V_0$  и заданных начальных значениях  $x_i(0) = x_{0i} \in R^n$ ,  $i \in V$ .

Очевидно, что  $(\text{ВУ})_1 \Rightarrow (\text{ВУ}) \Rightarrow (\text{ВУ})_0$ .

В дальнейшем нам понадобятся некоторые определения из теории ориентированных графов [15, Глава 16]. Пусть  $P = \{i_1, \dots, i_s\}$  – некоторая последовательность вершин графа  $G$ .

$P$  называется маршрутом из  $i_1$  в  $i_s$  если  $(i_\lambda, i_{\lambda+1}) \in E$  для всех  $\lambda = 1, \dots, s-1$ .

Маршрут  $P$  называется замкнутым маршрутом если  $i_1 = i_s$ .

$P$  называется полумаршрутом из  $i_1$  в  $i_s$ , если  $(i_\lambda, i_{\lambda+1}) \in E$  или  $(i_{\lambda+1}, i_\lambda) \in E$ , для всех  $\lambda = 1, \dots, s-1$ .

Полумаршрут  $P$  называется замкнутым полумаршрутом, если  $i_1 = i_s$ .

Для любого полумаршрута определим его длину  $L(P)$  равенством  $L(P) = \sum_{\mu=1}^{s-1} \tilde{d}_{\mu}$ ,

$$\text{где } \tilde{d}_{\mu} = \begin{cases} d_{i_{\mu}, i_{\mu+1}}, & \text{если } (i_{\mu}, i_{\mu+1}) \in E, \\ -d_{i_{\mu+1}, i_{\mu}}, & \text{если } (i_{\mu+1}, i_{\mu}) \in E, \end{cases} \quad \mu = 1, \dots, s-1.$$

## 2. Необходимые и достаточные условия для свойства $(\text{ВУ})_0$

Пусть для формации выполняется свойство  $(\text{ВУ})_0$ . Выберем функцию  $\beta \in \mathcal{KL}$  и управления  $u_i^0(t, x)$  для объектов с номерами  $i$  из  $V \setminus V_0$ , обеспечивающих это свойство.

Обозначим  $x^0(t, x_0)$  – решение для задачи Коши

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(t, x_i, \mathbf{0}) = f_i^0(t, x_i), & i \in V_0, \\ \dot{x}_i = f_i(t, x_i, u_i^0(t, x)) = f_i^0(t, x), & i \in V \setminus V_0, \end{cases} \quad x^0(0, x_0) = x_0. \quad (4)$$

Тогда, если  $(i, j) \in E$ , то  $z_{i,j}^0(t, x_0) = x_j^0(t, x_0) - x_i^0(t, x_0) - d_{i,j}$ , а если  $(i, j) \notin E$ , то  $z_{i,j}^0(t, x_0) \equiv \mathbf{0}$ , и для матрицы ошибок  $z^0(t, x_0) = (z_{i,j}^0(t, x_0)) \in R^{l \times l}$  выполняется следующее неравенство:

$$\|z^0(t, x_0)\| \leq \beta(\|z^0(0, x_0)\|, t) \quad (5)$$

для всех  $t \in T$ .

Из неравенства (5) получаем следующее необходимое условие.

**Необходимое условие 1.**  $\lim_{t \rightarrow \infty} (x_j^0(t, x_0) - x_i^0(t, x_0)) = d_{i,j}$  при любых

$x_i(0) = x_{0i} \in R^n$ ,  $(i, j) \in E$ .

Если  $P = \{i_1, \dots, i_s\}$  – замкнутый полумаршрут, то переходя к пределу в тождестве  $\mathbf{0} = x_{i_1}^0(t, x_0) - x_{i_s}^0(t, x_0) = (x_{i_1}^0(t, x_0) - x_{i_2}^0(t, x_0)) + (x_{i_2}^0(t, x_0) - x_{i_3}^0(t, x_0)) + \dots + (x_{i_{s-1}}^0(t, x_0) - x_{i_s}^0(t, x_0))$  при  $t \rightarrow +\infty$  и используя это условие, получаем

**Предложение 1.** Если для формации выполняется свойство  $(\text{ВУ})_0$ , то для любого замкнутого полумаршрута  $P$  в графе  $G$  его длина равна нулю, т.е.  $L(P) = \mathbf{0}$ .

Рассмотрим теперь множество идеальных состояний  $\Omega = \{(x_1, \dots, x_l) \mid x_i + d_{i,j} = x_j, (i, j) \in E\}$ , т.е. множество решений системы линейных алгебраических уравнений

$$x_j - x_i = d_{i,j} \quad \text{для всех пар } (i, j) \in E. \quad (6)$$

**Предложение 2.** Пусть  $G = (V, E)$  – ориентированный граф без кратных дуг и петель, и каждой дуге  $(i, j) \in E$  сопоставлен вектор  $d_{i,j} \in R^n$ . Тогда следующие два условия эквивалентны:

- 1) для любого замкнутого полумаршрута  $P$  в графе  $G$  его длина равна нулю, т.е.  $L(P) = \mathbf{0}$ ;
- 2) существует решение системы линейных алгебраических уравнений (6), т.е.  $\Omega \neq \emptyset$ .

Запишем систему (6) в операторном (матричном) виде, т.е. введем линейное отображение  $A: X \rightarrow R^q$  где  $q$  – число дуг графа  $G$ , и вектор  $d \in R^q$  так, что равенство  $Ax = d$  для  $x \in X$  эквивалентно уравнению (6). Заметим, что при этом  $\|z^0(t, x_0)\| = \|Ax^0(t, x_0) - d\|$  и  $\|z^0(0, x_0)\| = \|Ax^0(0, x_0) - d\| = \|Ax_0 - d\|$ .

Определим также стандартным способом расстояние от вектора  $x \in X$  до множества  $\Omega \neq \emptyset$ , полагая  $\rho(x) = \rho(x, \Omega) = \inf_{y \in \Omega} \|x - y\|$ . Тогда верно следующее утверждение.

**Предложение 3.** Для любого  $x \in X$  выполняются неравенства

$$\|Ax - d\| \leq \|A\|_2 \cdot \rho(x), \quad \rho(x) \leq \|A^+\|_2 \cdot \|Ax - d\|, \quad (7)$$

где  $\|A\|_2 = \sup_{\|x\|=1} \|Ax\|$  – операторная (матричная) норма,  $A^+$  – псевдообратная для  $H$ .

Таким образом, функции  $\rho(x)$  и  $\|Ax - d\|$  эквивалентны и неравенство (5) эквивалентно следующему:

$$\rho(x^0(t, x_0)) \leq \beta_1(\rho(x_0), t), \quad (8)$$

где  $\beta_1(a, t) = \|A^+\|_2 \beta(\|A\|_2 a, t) \in \mathcal{KL}$ . Кроме того, из неравенства (5) (или (8)) очевидно следует, что множество  $\Omega$ , инвариантно относительно решений системы (4). Значит, из предложений 1 – 3 получает следующее утверждение.

**Теорема 1.** Свойство  $(BY)_0$  выполняется тогда и только тогда, когда

1) существует решение системы (6), т.е.  $\Omega \neq \emptyset$ ;

2) для объектов с номерами  $i$  из  $V \setminus V_0$  существуют управления  $u_i^0(t, x) \in U_i$  и функция  $\beta_1(a, t) \in \mathcal{KL}$  такие, что выполняется неравенство (8) для решений задачи Коши системы (4) и, в частности, множество  $\Omega$  должно быть инвариантно относительно решений системы (4).

**Замечание.** Известно, что неравенство (8) с функцией  $\beta_1 \in \mathcal{KL}$  эквивалентно асимптотической устойчивости непустого инвариантного множества  $\Omega$  [9, 13]. Поэтому свойство  $(BY)_0$  – это стабилизируемость множества  $\Omega$  при нулевых управлениях лидеров.

### 3. Свойства внутренней устойчивости аффинных формаций

Рассмотрим свойство внутренней устойчивости при следующих дополнительных ограничениях:

- I. Динамика движения  $i$ -го объекта задается аффинным дифференциальным уравнением с управлением  $\dot{x}_i = A_i x_i + c_i + B_i u_i$ ,  $x_i \in R^n$ ,  $u_i \in R^m$ ,  $A_i \in R^{n \times n}$ ,  $B_i \in R^{n \times m}$ ;
- II. Граф  $G$  бесконтурный ([15, Глава 16]);
- III. Множество лидеров формации  $V_0 = \{i \in V \mid L_i = \emptyset\}$ , т.е. лидерами будут объекты, у которых нет ведущих;
- IV. Если  $L_i = \{j_{i1}, \dots, j_{is_i}\}$ , то  $U_i = U_i^{aff} = \{u_i \mid u_i: R^{n(s_i+1)} \rightarrow R^m\}$ ,

$$u_i(x_i, x_{j_{i1}}, \dots, x_{j_{is_i}}) = S_i x_i + \sum_{r=1}^{s_i} K_{ij_r} x_{j_r} + k_i = S_i x_i + \sum_{j \in L_i} K_{ij} x_j + k_i,$$

где  $S_i, K_{ij} \in R^{m \times n}$ ,  $k_i \in R^m$ , т.е. множество допустимых управлений для  $i$ -го объекта задается аффинными функциями, зависящими только от состояний самого объекта и его ведущих. Условия а) и б) на множестве допустимых управлений при этом выборе очевидно выполнены.

Будем называть формацию **аффинной**, если выполняются условия I) – IV).

Обозначим получаемые при этом свойства  $(AffBY)$ ,  $(AffBY)_1$  и  $(AffBY)_0$ .

Из условия II) получаем, что множество  $V_0 \neq \emptyset$  и, кроме того, с точностью до перенумерации объектов можно считать, что  $V_0 = \{1, \dots, l_0\}$  и если  $(i, j) \in E$ , то  $i > j$ . Поэтому система уравнений (2) распадается на не связанные между собой подсистемы, определяемые компонентами слабой связности графа  $G$ , и без ограничения общности достаточно рассмотреть только случай слабо связного графа.

### 3.1. Необходимые условия для свойства (АФВУ)<sub>0</sub>.

Также как в пункте 2 выберем функцию  $\beta \in \text{KL}$  и управления  $u_i^0(t, x)$  для объектов с номерами  $i$  из  $V \setminus V_0$ , обеспечивающих это свойство. Учитывая дополнительные условия, получаем, что  $u_i^0(t, x_0) = S_i x_i + \sum_{j \in V_i} K_{ij} x_j + k_i$ , где  $S_i \in R^{m \times n}$ ,  $K_{ij} \in R^{m \times n}$  и вектора  $k_i \in R^m$ .

Система дифференциальных уравнений для состояний формации имеет вид

$$\dot{x}_i = f_i^0(t, x) = (A_i + B_i S_i) x_i + c_i + B_i \left( \sum_{j \in L_i} K_{ij} x_j + k_i \right), \quad i \in V, \quad (9)$$

где для  $i \in V_0$  матрицы  $S_i = \mathbf{0}$ ,  $K_{ij} = \mathbf{0}$ , и также вектор  $k_i = \mathbf{0}$ .

В силу условия  $i > j$  при  $(i, j) \in E$  правые части системы уравнений (9) зависят только от переменных с индексами из множества  $L_i^0 = \{i\} \cup L_i = \{i, j_{i1}, \dots, j_{is_i}\}$  и  $L_i^0 \subseteq \{i, i-1, \dots, 1\}$ . В частности, система уравнений (9) будет треугольной (каскадной). Поэтому  $i$ -я компонента решения задачи Коши для этой системы зависит от начальных данных также с индексами не больше, чем  $i$ , т.е.  $x_i^0(t, x_0) = x_i^0(t, x_{0i}, x_{0(i-1)}, \dots, x_{01})$ , а если  $i \in V_0$ , то только от  $x_{0i}$ , т.е.  $x_i^0(t, x_0) = x_i^0(t, x_{0i})$ .

В случае, когда граф  $G$  слабо связный, строение множества  $\Omega$  можно уточнить.

**Лемма.** Если  $G$  слабо связный,  $\Omega \neq \emptyset$  и  $(D_1, \dots, D_l) \in \Omega$ , то  $\Omega = \{(D_1 + x, \dots, D_l + x) \mid x \in R^n\}$ .

Всюду в дальнейшем выберем и зафиксируем одно из решений системы (6), т.е. некоторое  $(D_1, \dots, D_l) \in \Omega$ .

Необходимое условие 1 можно распространить на любые  $i, j \in V$ .

**Предложение 4.**  $\lim_{t \rightarrow \infty} (x_j^0(t, x_{0j}, \dots, x_{01}) - x_i^0(t, x_{0i}, \dots, x_{01})) = D_j - D_i$  при любых  $x_i(0) = x_{0i} \in R^n$ ,  $i, j \in V$ .

Используя то, что всегда  $1 \in V_0$ , из предложения 4 получаем

**Следствие 1.** Для любых  $x_{0i}, x'_{0i} \in R^n$ ,  $i \in V$  выполняются следующие равенства:

- 1)  $\lim_{t \rightarrow \infty} (x_i^0(t, x_{0i}, \dots, x_{02}, x_{01}) - x_1^0(t, x_{01})) = D_i - D_1$ ;
- 2)  $\lim_{t \rightarrow \infty} (x_i^0(t, x'_{0i}, \dots, x'_{02}, x_{01}) - x_1^0(t, x_{01})) = D_i - D_1$ ;
- 3)  $\lim_{t \rightarrow \infty} (x_i^0(t, x_{0i}, \dots, x_{02}, x_{01}) - x_i^0(t, x'_{0i}, \dots, x'_{02}, x_{01})) = \mathbf{0}$ ;
- 4)  $\lim_{t \rightarrow \infty} (x_i^0(t, x_{0i}, \dots, x_{02}, x_{01}) - x_i^0(t, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}, x_{01})) = \mathbf{0}$ ;
- 5) если  $|V_0| > 1$  (т.е.  $2 \in V_0$ ), то  $\lim_{t \rightarrow \infty} (x_2^0(t, x_{02}) - x_1^0(t, x_{01})) = D_2 - D_1$ ,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_2^0(t, x_{02}) - x_1^0(t, \mathbf{0})) = D_2 - D_1, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} (x_1^0(t, x_{01}) - x_1^0(t, \mathbf{0})) = \mathbf{0},$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_i^0(t, x_{0i}, \dots, x_{02}, x_{01}) - x_i^0(t, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0})) = \mathbf{0}.$$

Из условий 3), 4) следствия 1 получаем, что при  $i \geq 1$  решения  $x_i^0(t, x_{0i}, x_{0(i-1)}, \dots, x_{01})$  обладают некоторым аналогом свойства корвенгенции (при фиксированном  $x_{0i}$ ) и, следовательно, матрица  $A_i + B_i S_i$  должна быть гурвицевой. В частности, пара матриц  $(A_i, B_i)$  стабилизируема. Кроме того, если  $|V_0| > 1$ , то из условия 5) следствия 1 получаем, что решение  $x_1^0(t, \mathbf{0})$  асимптотически устойчиво и, следовательно, матрица  $A_1$  должна быть гурвицевой.

Как уже отмечалось ранее, из неравенства (8) (или (5)) следует, что множество  $\Omega$  должно быть инвариантно относительно решений системы (9). Поэтому выполняется

**Необходимое условие 2.** Для любых  $(i, j) \in E$ ,  $x \in R^n$  и  $t \geq 0$  верно тождество

$$x_j^0(t, D_j + x, D_{j-1} + x, \dots, D_1 + x) - x_i^0(t, D_i + x, D_{i-1} + x, \dots, D_1 + x) - d_{i,j} \equiv 0. \quad (10)$$

Дифференцируя это тождество по  $t$ , и после этого подставляя  $t = 0$ , получаем следующее утверждение.

**Предложение 5.** Для любого ребра  $(i, j) \in E$  матрицы  $S_i, S_j \in R^{m \times n}$ , вектора  $k_i, k_j \in R^m$  и наборы матриц  $\{K_{i\mu}\}_{\mu \in L_i}$ ,  $\{K_{j\nu}\}_{\nu \in L_j}$ ,  $K_{i\mu}, K_{j\nu} \in R^{m \times n}$  удовлетворяют следующей системе линейных уравнений:

$$A_i + B_i(S_i + \sum_{\mu \in L_i} K_{i\mu}) = A_j + B_j(S_j + \sum_{\nu \in L_j} K_{j\nu}),$$

$$B_i(k_i + S_i D_i + \sum_{\mu \in L_i} K_{i\mu} D_\mu) + A_i D_i + c_i = B_j(k_j + S_j D_j + \sum_{\nu \in L_j} K_{j\nu} D_\nu) + A_j D_j + c_j,$$

где для  $j \in V_0$  считаем, что  $S_j = 0$ ,  $K_{j\nu} = 0$ ,  $k_j = 0$ .

Из слабой связности графа  $G$  и предложения 5 получаем следующие утверждение.

**Предложение 6.** Для всех  $i \leq l_0$  все матрицы  $A_i$  одинаковы, т.е.  $A_i = A_1$ ,  $c_i = A_1(D_1 - D_i) + c_1$ , а для  $i > l_0$  матрицы  $S_i \in R^{m \times n}$ , вектора  $k_i \in R^m$  и наборы матриц  $\{K_{i\mu}\}_{\mu \in L_i}$ ,  $K_{i\mu} \in R^{m \times n}$  удовлетворяют следующей системе линейных уравнений:

$$B_i(S_i + \sum_{\mu \in L_i} K_{i\mu}) = A_1 - A_i, \quad (5)$$

$$B_i(k_i + \sum_{\mu \in L_i} K_{i\mu}(D_\mu - D_i)) = A_1(D_1 - D_i) + c_1 - c_i. \quad (6)$$

### 3.2. Необходимые и достаточные условия для свойства внутренней устойчивости аффинных формаций.

Набор условий для наличия свойства (АФВУ) $_0$  из предложений 2-6 оказался не только необходимым, но и достаточным. Более точно, верно следующее утверждение.

**Теорема 2.** Для аффинной формации выполняется свойство аффинной внутренней устойчивости тогда и только тогда, когда выполнены следующие условия:

- 1) существует решение системы (6), т.е.  $\Omega \neq \emptyset$  и  $(D_1, \dots, D_l) \in \Omega$ ;
- 2) для всех  $i > l_0$  пары матриц  $(A_i, B_i)$  стабилизируемы, т.е. существуют матрицы  $S_i \in R^{m \times n}$  такие, что матрицы  $\tilde{A}_i = A_i + B_i S_i$  гурвицевы;
- 3) для всех  $i > l_0$  существует матрицы  $N_i \in R^{m \times n}$  и вектора  $t_i \in R^m$ , удовлетворяющие следующим линейным уравнениям:

$$B_i N_i = A_1 - A_i, \quad (7)$$

$$B_i t_i = A_1(D_1 - D_i) + c_1 - c_i; \quad (8)$$

- 4) если  $l_0 > 1$ , то  $A_i = A_1$ ,  $c_i = A_1(D_1 - D_i) + c_1$ , для всех  $i \leq l_0$ , и матрица  $A_1$  гурвицева.

При этом, если  $S_i, N_i \in R^{m \times n}$  и  $t_i \in R^m$  удовлетворяют условиям 2), 3) теоремы 2, то управления ведомых, обеспечивающие аффинную внутреннюю устойчивость, можно выбрать в виде

$$u_i(x_1, x_2, \dots, x_l) = S_i(x_i - D_i) + \sum_{j \in L_i} K_{ij}(x_j - D_j) + N_i D_i + t_i, \quad (9)$$

где набор матриц  $\{K_{ij}\}_{j \in L_i}$ ,  $K_{ij} \in R^{m \times n}$  удовлетворяет соотношению  $\sum_{j \in L_i} K_{ij} = N_i - S_i$  независимо от управлений лидеров, т.е. они удовлетворяют и свойству (АфВУ)<sub>1</sub>. Кроме того, по формуле (9) получаются все управления, удовлетворяющие свойству (АфВУ)<sub>1</sub>.

Так как все необходимые условия получены из свойства (АфВУ)<sub>0</sub>, то верно следующее утверждение.

**Следствие 2.** Свойства (АфВУ)<sub>1</sub>, (АфВУ) и (АфВУ)<sub>0</sub> эквивалентны.

Отметим также, что в случае, когда у формации больше одного лидера, то в теореме 2 условия 2) и 3) являются следствием условия 4), так как можно взять  $S_i = N_i$ .

**Следствие 3.** Для линейной формации, имеющей больше одного лидера, выполняется свойство аффинной внутренней устойчивости тогда и только тогда, когда выполнены следующие условия:

- 1)  $A_i = A_1$ ,  $c_i = A_1(D_1 - D_i) + c_1$ , для всех  $i \leq l_0$  и матрица  $A_1$  гурвицева;
- 2) выполняются условия условий 2) и 3) теоремы 1.

При этом если  $N_i \in R^{m \times n}$  и  $m_i \in R^m$  удовлетворяют условию 3) теоремы 2, то управления ведомых, обеспечивающие внутреннюю устойчивость, можно выбрать в виде

$$u_i(x_i) = N_i x_i + m_i,$$

независимо от состояний ведущих и управлений лидеров.

Далее рассмотрим случай формаций, для которых условие 3) теоремы 1 отсутствует. Это формации, граф которых является входящим деревом [15, стр. 235], т.е. слабо связным бесконтурным графом, не имеющим полуконтуров, со стоком. Согласно [15, стр. 236, теорема 16.4] у формации с таким графом будет один лидер и, кроме того, у всех остальных объектов будет единственный ведущий.

**Следствие 4.** Для аффинной формации, граф которой является входящим деревом, выполняется свойство аффинной внутренней устойчивости тогда и только тогда, когда выполняются условия 2), 3) теоремы 2.

При этом если  $S_i, N_i \in R^{m \times n}$  и  $m_i \in R^m$  удовлетворяют условиям 2), 3) теоремы 2, то управления ведомых, обеспечивающие внутреннюю устойчивость, можно выбрать в виде

$$u_i(x_i, x_{p(i)}) = S_i(x_i - D_i) + (N_i - S_i)(x_{p(i)} - D_{p(i)}) + N_i D_i + m_i,$$

независимо от управления лидера.

- 1 Balch T., Arkin R.C. Behavior-Based Formation Control for Multirobot // IEEE Transactions on Robotics and Automation. 1998. Vol. 14, № 6. P. 926–939.
- 2 Tanner H.G., Pappas G.J. Formation input-to-state stability // Proc. 15th IFAC World Congr. Autom. Control. Barcelona. 2002. P. 1512-1517.
- 3 Tanner H.G., Kumar V., Pappas G.J. Stability properties of interconnected vehicles // Proc. 15th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems. South Bend, Indiana, 2002. P. 1-12.
- 4 Tanner H.G., Pappas G.J., Kumar V. Input-to-state Stability on Formation Graphs // Proc. 41st IEEE Conference on Decision and Control. Las Vegas, NY, 2002. P. 2439-2444.
- 5 Tanner H.G., Pappas G.J., Kumar V. Leader-to-formation stability // IEEE Transactions on Robotics and Automation. 2004. Vol. 20, № 3. P. 443–455.
- 6 Oh K.K., Park M.C., Ahn H.S. A survey of multi-agent formation control // Automatica. 2015. Vol. 53. P. 424-440.
- 7 Lü J., Chen F., Chen G. Nonsmooth leader-following formation control of nonidentical multi-agent systems with directed communication topologies // Automatica. 2016. Vol. 64. P. 112–120.

- 8 Sontag E.D. Smooth stabilization implies coprime factorization // IEEE Trans. Automat. Control. 1989. Vol. 34, № 4. P. 435–443.
- 9 Sontag E. D., Wang Y. On characterizations of the input-to-state stability property // Systems & Control Letters. 1995. Vol. 24, № 5. P. 351-359.
- 10 Дашковский С.Н., Ефимов Д.В., Сонгаг Э.Д. Устойчивость от входа к состоянию и смежные свойства систем // АиТ. 2011. № 8. С. 3–40.
- 11 Васильев С.Н., Козлов Р.И., Ульянов С.А. Анализ координатных и других преобразований моделей динамических систем методом редукции // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2009. Т. 15, № 3. С. 38-55.
- 12 Васильев С.Н., Козлов Р.И., Ульянов С.А. Устойчивость многорежимных формаций // Доклады Академии наук. 2014. Т. 455, № 3. С. 269-274.
- 13 Ul'yanov S. Maksimkin N. Formation path-following control of multi-AUV systems with adaptation of reference speed // Mathematics in Engineering, Science and Aerospace. 2019. Vol. 10, № 3. P. 487-500.
- 14 Халил Х. К. Нелинейные системы. М.: РХД, 2009.
- 15 Харари Ф. Теория графов. М.: Мир, 1973.
- 16 Васильев С.Н., Лакеев А.В., Максимкин Н.Н. Исследование динамических свойств формаций и систем с переменной структурой // Гироскопия и навигация. 2006. № 4(55). С. 106.
- 17 Лакеев А.В. Внутренняя устойчивость формаций // Материалы конференции «Платоновские чтения» (Иркутск, 30 января 2019 г.). Иркутск: ИМИТ ИГУ, 2019.
- 18 Лакеев А.В. О внутренней устойчивости линейных формаций // Материалы конференции «Ляпуновские чтения» (Иркутск, 2–5 декабря 2019 г.). Иркутск: ИДСТУ СО РАН, 2019. С. 63-67.
- 19 Лакеев А. В. О внутренней устойчивости некоторых формаций // Динамические системы, оптимальное управление и математическое моделирование: Материалы Международного симпозиума, посвященного 100-летию матем. образования в Восточной Сибири и 80-летию со дня рождения проф. О.В. Васильева, Иркутск, 7–12 октября 2019 г. Иркутск: Иркутский гос. университет, 2019. С. 234-237.
- 20 Лакеев А. В. Необходимые и достаточные условия внутренней устойчивости линейных формаций // Доклады РАН. Математика, информатика, процессы управления. 2020. Т. 490, № 1. С. 85-90.

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СПУТНИКОВОЙ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ПОДЪЕМА ДЫМОВЫХ ШЛЕЙФОВ ОТ ВЫСОТНЫХ ТРУБ ТЭЦ<sup>1</sup>

А.А. Леженин, В.Ф. Рапуга

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

[lezhenin@ommfao.sccc.ru](mailto:lezhenin@ommfao.sccc.ru)

Газоаэрозольные выбросы, поступающие из высотных труб крупных ТЭЦ и промышленных предприятий, являются значимыми источниками загрязнения атмосферы. Метеорологические условия оказывают существенное влияние на характер распространения дымовых шлейфов. При этом высота их подъема может достигать нескольких сотен метров, а протяженность – десятков километров, что указывает на многообразие процессов переноса загрязняющих примесей и сложность определения приземных концентраций.

В докладе обсуждается задача определения характеристик подъема дымовых смесей от высотных труб ТЭЦ. В качестве базовых используются соотношения теории подобия, уравнения движения, притока тепла и турбулентной диффузии в атмосфере [1, 2]. Также привлекаются спутниковые снимки и аэрологическая информация.

Расчёты высоты подъема дымового шлейфа выполняются по формулам, основанным на «законе 2/3» [3, 4]. Согласно этому закону высота подъема шлейфа прямо пропорциональна расстоянию от трубы в степени 2/3. Применительно к условиям нейтральной стратификации температуры атмосферы подъем рассчитывается по следующей формуле:

$$\Delta h = 1,6 F^{1/3} (3,5 x)^{2/3} u^{-1}, \quad (1)$$

$$F = g w_s r^2 (1 - T_a/T_c), \quad (2)$$

где  $\Delta h$  – высота подъем выбросов от устья трубы, (м);  $u$  – средняя скорость ветра в слое распространения примеси, (м/с);  $F$  – параметр силы плавучести, ( $\text{м}^4 \text{с}^{-3}$ ),  $g$  – ускорение свободного падения, ( $\text{м}/\text{с}^{-2}$ );  $w_s$  – скорость газовой смеси на выходе из трубы, ( $\text{м}/\text{с}$ );  $r$  – радиус трубы, (м);  $T_c$  – температура смеси, ( $^\circ\text{К}$ );  $T_a$  – температура окружающего воздуха ( $^\circ\text{К}$ );  $x$  – расстояние, на котором дымовой шлейф переходит в стадию пассивного переноса горизонтальным ветром, (м):

$$x = 14 F^{5/8}, \quad \text{когда} \quad F < 55 \text{ м}^4 \text{с}^{-3}, \quad (3)$$

$$x = 34 F^{2/5}, \quad \text{когда} \quad F \geq 55 \text{ м}^4 \text{с}^{-3}. \quad (4)$$

Кроме того, использовался альтернативный подход для определения высот подъема и траекторий дымовых шлейфов, основанный на спутниковых снимках. Определение высоты подъема дымового факела по спутниковому снимку проводится в несколько этапов [2]:

1) устанавливается участок пассивного переноса шлейфа по направлению ветра. Этот участок определяется по расположению тени дымового шлейфа на поверхности земли;

2) на пассивном участке траектории дымовой струи по азимуту солнца измеряется расстояние от выбранной точки верхней части шлейфа до дальней кромки его тени. По сечению в этой точке определяется радиус дымовой струи;

3) по этому расстоянию с использованием угловой высоты солнца вычисляется высота верхней кромки факела, а по ней с вычетом радиуса дымовой струи находится эффективная высота подъема шлейфа.

Апробация предложенного подхода проводилась на примере Ново-Иркутской ТЭЦ, Гусиноозерской ГРЭС. Сравнение результатов расчетов дополнительных высот подъема

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования, грант 075-15-2020-787.

шлейфов, полученных с использованием соотношения (1) и по способу с применением спутниковой информации, показывает вполне удовлетворительное согласие.

Проведенное исследование показало, что применение базовых соотношений (1) – (4) позволяет получить стабильные оценки высот подъема дымовых смесей при близкой к нейтральной температурной стратификации. Это объясняется наличием связей, обусловленных соотношениями теории подобия. Спутниковые наблюдения создают возможности для осуществления эффективного контроля получаемых оценок. Для этого необходимо выполнение ряда условий, связанных как с метеорологическими факторами (малооблачная погода и соответствующее направление ветра), так и с состоянием подстилающей поверхности (слабая пересеченность местности и ее цветовая однородность).

1. Берлянд М.Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1975.
2. Рапута В.Ф., Леженин А.А. Оценка динамических и тепловых характеристик подъема дымового факела по спутниковой информации // Оптика атмосферы и океана. 2021. Т. 34, № 7. С. 530-534.
3. Ванкевич Р.Е., Ермакова Т.С., Софиев М.А. Сравнение результатов вычисления высоты подъема струи дыма от лесных пожаров по полуэмпирическим формулам и одномерной модели BUOYANT // Ученые записки. 2011. № 19. С. 61-70.
4. Chanady G.T. Some observations on smoke plumes // Int. J. Air Water Poll. 1961. Vol. 4. P. 47-51.

# ВЫСШИЕ КОЭФФИЦИЕНТНЫЕ ФУНКЦИИ В КАНОНИЧЕСКОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ФЕРМИОННОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Ю.А. Марков<sup>1</sup>, М.А. Маркова<sup>1</sup> и Н.Ю. Марков<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН

<sup>2</sup>Иркутский государственный университет

[markov@icc.ru](mailto:markov@icc.ru), [markova@icc.ru](mailto:markova@icc.ru), [karvedys1398@mail.ru](mailto:karvedys1398@mail.ru)

Целью данной работы является построение явного вида коэффициентных функций третьего порядка  $S_{q,q_1,q_2,q_3}^{(n)i_1 i_2 i_3}$ ,  $n = 1, \dots, 4$ , входящих в подинтегральное выражение канонического преобразования фермионной переменной  $\hat{b}_q^i$ . Данная переменная описывает фермионную степень свободы мягких возбуждений кварк-глюонной плазмы. Для решения этой задачи используется общий формализм построения теории волн в нелинейных средах, основанный на классической гамильтоновой теории систем с распределенными параметрами, предложенный в работах В.Е. Захарова [1, 2] и, в частности, подход В.П. Красицкого [3], развитый для систем с коллективными возбуждениями бозонного типа. В рамках данного подхода в [4-6] получены специальные канонические преобразования бозонной и фермионной переменных  $\hat{a}_k^a$  и  $\hat{b}_q^i$  в виде функционального разложения вплоть до третьего порядка по квазичастичным операторам рождения и уничтожения плазмонов  $\hat{c}_k^{\dagger a}$  и  $\hat{c}_k^a$  и плазминов  $\hat{f}_q^{\dagger i}$  и  $\hat{f}_q^i$ :

$$\begin{aligned} \hat{b}_q^i = & \hat{f}_q^i - \int \frac{d\mathbf{k}_1 d\mathbf{q}_1}{(2\pi)^6} \left[ F_{k_1, q_1, q}^{*(2) a_1 i_1 i} \hat{c}_{k_1}^{a_1} \hat{f}_{q_1}^{i_1} - 2F_{k_1, q, q_1}^{*(1) a_1 i_1 i} \hat{c}_{k_1}^{a_1} \hat{f}_{q_1}^{\dagger i_1} \dots + 2F_{k_1, q, q_1}^{(3) a_1 i_1 i} \hat{c}_{k_1}^{\dagger a_1} \hat{f}_{q_1}^{\dagger i_1} \right] \\ & + \int \frac{d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{q}_1}{(2\pi)^9} \left[ R_{q, k_1, k_2, q_1}^{(1) i a_1 a_2 i_1} \hat{c}_{k_1}^{a_1} \hat{c}_{k_2}^{a_2} \hat{f}_{q_1}^{i_1} + \dots + R_{q, k_1, k_2, q_1}^{(6) i a_1 a_2 i_1} \hat{c}_{k_1}^{\dagger a_1} \hat{c}_{k_2}^{\dagger a_2} \hat{f}_{q_1}^{\dagger i_1} \right] + \\ & + \int \frac{d\mathbf{q}_1 d\mathbf{q}_2 d\mathbf{q}_3}{(2\pi)^9} \left[ S_{q, q_1, q_2, q_3}^{(1) i i_1 i_2 i_3} \hat{f}_{q_1}^{i_1} \hat{f}_{q_2}^{i_2} \hat{f}_{q_3}^{i_3} + \dots + S_{q, q_1, q_2, q_3}^{(4) i i_1 i_2 i_3} \hat{f}_{q_1}^{\dagger i_1} \hat{f}_{q_2}^{\dagger i_2} \hat{f}_{q_3}^{\dagger i_3} \right] \end{aligned}$$

и аналогично для бозонной переменной  $\hat{a}_k^a$ . Данные преобразования позволили упростить исходный гамильтониан взаимодействия мягких кварк-антикварковых и глюонных возбуждений, исключив из него «несущественный» вклад третьего порядка  $\hat{H}_3$  и тем самым определить новый эффективный гамильтониан четвертого порядка  $\hat{H}_4$ , описывающий процессы упругого рассеяния плазминов друг на друге:

$$\begin{aligned} \hat{H}_4 = & \frac{1}{2} \int \frac{d\mathbf{q} d\mathbf{q}_1 d\mathbf{q}_2 d\mathbf{q}_3}{(2\pi)^{12}} \hat{f}_q^{\dagger i} \hat{f}_{q_1}^{\dagger i_1} \hat{f}_{q_2}^{i_2} \hat{f}_{q_3}^{i_3} \times \\ & \times \left\{ (\omega_q^- + \omega_{q_1}^- - \omega_{q_2}^- - \omega_{q_3}^-) S_{q, q_1, q_2, q_3}^{(2) i i_1 i_2 i_3} + \tilde{T}_{q, q_1, q_2, q_3}^{(2) i i_1 i_2 i_3} (2\pi)^3 \delta(\mathbf{q} + \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3) \right\}, \end{aligned}$$

где эффективная амплитуда упругого рассеяния плазмона на плазмине  $\tilde{T}_{q, q_1, q_2, q_3}^{(2) i i_1 i_2 i_3}$  имеет следующий вид:

$$\tilde{T}_{q, q_1, q_2, q_3}^{(2) i i_1 i_2 i_3} = T_{q, q_1, q_2, q_3}^{(2) i i_1 i_2 i_3} + 2 \frac{\mathcal{G}_{q+q_1, q, q_1}^{a i i_1} \mathcal{G}_{q_2+q_3, q_2, q_3}^{* a i_2 i_3}}{\omega_{q_2+q_3}^l - \omega_{q_2}^- - \omega_{q_3}^-} + 2 \frac{\mathcal{K}_{-q_2-q_3, q_2, q_3}^{a i_2 i_3} \mathcal{K}_{-q-q_1, q, q_1}^{* a i i_1}}{\omega_{q_2+q_3}^l - \omega_{q_2}^- - \omega_{q_3}^-} + \dots,$$

а функции  $\mathcal{G}_{k, q, q_1}^{a i i_1}$ ,  $\mathcal{K}_{k, q, q_1}^{a i i_1}$  и  $\mathcal{P}_{k, q, q_1}^{a i i_1}$  представляют собой заданные эффективные вершины взаимодействия между плазмоном и двумя плазмонами. Исключение гамильтониана  $\hat{H}_3$ , кроме того, позволило определить коэффициентные функции второго порядка  $F_{k_1, q, q_1}^{(1,2,3) a_1 i_1 i}$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{k_1, q, q_1}^{(1) a_1 i i_1} = \frac{\mathcal{G}_{k_1, q, q_1}^* a_1 i i_1}{\omega_{k_1}^l - \omega_q^- - \omega_{q_1}^-} (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k}_1 - \mathbf{q} - \mathbf{q}_1), \\ F_{k_1, q, q_1}^{(2) a_1 i i_1} = -\frac{\mathcal{P}_{k_1, q_1, q}^* a_1 i i_1}{\omega_{k_1}^l - \omega_{q_1}^- + \omega_q^-} (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k}_1 - \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}), \\ F_{k_1, q, q_1}^{(3) a_1 i i_1} = \frac{\mathcal{K}_{k_1, q, q_1}^* a_1 i i_1}{\omega_{k_1}^l + \omega_q^- + \omega_{q_1}^-} (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{q} + \mathbf{q}_1). \end{array} \right.$$

Коэффициентные функции  $S_{q, q_1, q_2, q_3}^{(1,3,4) i_1 i_2 i_3}$  более высокого, третьего порядка, в каноническом преобразовании переменной  $\hat{b}_q^i$  однозначно определены из требования равенства нулю так называемых «индуцированных» нерезонансных вкладов четвертого порядка в эффективный гамильтониан взаимодействия, возникающих из гамильтониана свободного поля  $\hat{H}_0$  и гамильтониана третьего порядка  $\hat{H}_3$ . Явный вид высших коэффициентных функций  $S_{q, q_1, q_2, q_3}^{(1) i_1 i_2 i_3}$  и  $S_{q, q_1, q_2, q_3}^{(4) i_1 i_2 i_3}$  в каноническом преобразовании определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} S_{q, q_1, q_2, q_3}^{(1) i_1 i_2 i_3} &= -\frac{1}{\omega_q^- - \omega_{q_1}^- - \omega_{q_2}^- - \omega_{q_3}^-} \tilde{T}_{q, q_1, q_2, q_3}^{(1) i_1 i_2 i_3} (2\pi)^3 \delta(\mathbf{q} - \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3), \\ S_{q, q_1, q_2, q_3}^{(4) i_1 i_2 i_3} &= -\frac{1}{\omega_q^- + \omega_{q_1}^- + \omega_{q_2}^- + \omega_{q_3}^-} \tilde{T}_{q, q_1, q_2, q_3}^{*(4) i_1 i_2 i_3} (2\pi)^3 \delta(\mathbf{q} + \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 + \mathbf{q}_3). \end{aligned}$$

Коэффициентная функция  $S_{q, q_1, q_2, q_3}^{(3) i_1 i_2 i_3}$ , в свою очередь, определяется посредством  $S_{q, q_1, q_2, q_3}^{(1) i_1 i_2 i_3}$  с помощью одного из интегральных соотношений условий каноничности преобразований, а именно:

$$3S_{q, q_1, q_2, q_3}^{(1) i_1 i_2 i_3} + S_{q_3, q_2, q_1, q}^{*(3) i_3 i_2 i_1 i} - \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \left[ F_{k, q_3, q_2}^{(1) a i_3 i_2} F_{k, q_1, q}^{*(2) a i_1 i} + \dots - F_{k, q, q_2}^{(2) a i i_2} F_{k, q_3, q_1}^{*(3) a i_3 i_1} \right] = 0,$$

где  $F_{k, q_1, q_2}^{(1,2,3) a i_1 i_2}$  – найденные коэффициентные функции второго порядка. Эффективная амплитуда  $\tilde{T}_{q, q_1, q_2, q_3}^{(1) i_1 i_2 i_3}$  в выражении для коэффициентной функции  $S_{q, q_1, q_2, q_3}^{(1) i_1 i_2 i_3}$  имеет вид

$$\tilde{T}_{q, q_1, q_2, q_3}^{(1) i_1 i_2 i_3} = T_{q, q_1, q_2, q_3}^{(1) i_1 i_2 i_3} + \frac{1}{3} \left[ \frac{\mathcal{P}_{q-q_1, q, q_1}^a i i_1 \mathcal{G}_{q_2+q_3, q_2, q_3}^* a i_2 i_3}{\omega_{q_2+q_3}^l - \omega_{q_2}^- - \omega_{q_3}^-} - \frac{\mathcal{P}_{q-q_2, q, q_2}^a i i_2 \mathcal{G}_{q_1+q_3, q_1, q_3}^* a i_1 i_3}{\omega_{q_1+q_3}^l - \omega_{q_1}^- - \omega_{q_3}^-} + \dots \right].$$

Аналогичное выражение получено для второй эффективной амплитуды  $\tilde{T}_{q, q_1, q_2, q_3}^{(4) i_1 i_2 i_3}$ , определяющей коэффициентную функцию  $S_{q, q_1, q_2, q_3}^{(4) i_1 i_2 i_3}$ .

Коэффициентная функция  $S_{q, q_1, q_2, q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3}$  входит в выражение для эффективного гамильтониана четвертого порядка  $\hat{\mathcal{H}}_4$ , описывающего процесс упругого рассеяния плазмона на плазмине. Её роль сводится к полной *симметризации* эффективной амплитуды рассеяния  $\tilde{T}_{q, q_1, q_2, q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3}$  в подынтегральном выражении в  $\hat{\mathcal{H}}_4$ , в то время как коэффициентные функции  $S_{q, q_1, q_2, q_3}^{(1,3,4) i_1 i_2 i_3}$  не несут какой-либо динамической информации. Данная функция удовлетворяет двум условиям каноничности, которые фактически представляют собой два функциональных уравнения

$$S_{q, q_1, q_2, q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3} + S_{q_1, q, q_2, q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3} = \Phi_{q, q_1, q_2, q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3}, \quad S_{q, q_1, q_2, q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3} + S_{q_3, q_2, q_1, q}^{*(2) i_3 i_2 i_1 i} = \Phi_{q, q_1, q_2, q_3}^{(22) i_1 i_2 i_3},$$

где  $\Phi_{q,q_1,q_2,q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3}$  и  $\Phi_{q,q_1,q_2,q_3}^{(22) i_1 i_2 i_3}$  – заданные функции, зависящие от трехточечных эффективных вершин. Первое уравнение в системе определяет правило перестановки первых двух индексов и соответствующих им импульсных аргументов функции  $S_{q,q_1,q_2,q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3}$ , а второе – правило сопряжения. Наиболее общее решение данной функциональной системы имеет вид

$$S_{q,q_1,q_2,q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3} = \Lambda_{q,q_1,q_2,q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3} + \left\{ \frac{\mathcal{G}_{q+q_1,q,q_1}^a i_1 \mathcal{G}_{q_2+q_3,q_2,q_3}^{*a} i_2 i_3}{(\omega_{q+q_1}^l - \omega_q^- - \omega_{q_1}^-)(\omega_{q_2+q_3}^l - \omega_{q_2}^- - \omega_{q_3}^-)} + \dots \right\},$$

где  $\Lambda_{q,q_1,q_2,q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3}$  – произвольная функция, удовлетворяющая условиям симметрии:

$$\Lambda_{q,q_1,q_2,q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3} = -\Lambda_{q_1,q,q_2,q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3} = -\Lambda_{q,q_1,q_3,q_2}^{(2) i_1 i_2 i_3} = -\Lambda_{q_3,q_2,q_1,q}^{*(2) i_3 i_2 i_1 i}.$$

Найденное выражение для  $S_{q,q_1,q_2,q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3}$  позволяет определить *полную эффективную амплитуду* для процесса рассеяния плазмона на плазмоне:

$$\mathcal{T}_{q,q_1,q_2,q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3} (2\pi)^3 \delta(\mathbf{q} + \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3) \stackrel{\text{def}}{=} (\omega_q^- + \omega_{q_1}^- - \omega_{q_2}^- - \omega_{q_3}^-) S_{q,q_1,q_2,q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3} + \tilde{T}_{q,q_1,q_2,q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3} (2\pi)^3 \delta(\mathbf{q} + \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_3).$$

Используя найденные коэффициентную функцию  $S_{q,q_1,q_2,q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3}$  и эффективную амплитуду  $\tilde{T}_{q,q_1,q_2,q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3}$ , получаем

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{q,q_1,q_2,q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3} &= T_{q,q_1,q_2,q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3} + \\ &+ \left( \frac{1}{\omega_{q+q_1}^l - \omega_q^- - \omega_{q_1}^-} + \frac{1}{\omega_{q_2+q_3}^l - \omega_{q_2}^- - \omega_{q_3}^-} \right) \mathcal{G}_{q+q_1,q,q_1}^a i_1 \mathcal{G}_{q_2+q_3,q_2,q_3}^{*a} i_2 i_3 \\ &+ \left( \frac{1}{\omega_{-q-q_1}^l + \omega_q^- + \omega_{q_1}^-} + \frac{1}{\omega_{-q_2-q_3}^l + \omega_{q_2}^- + \omega_{q_3}^-} \right) \mathcal{K}_{-q_2-q_3,q_2,q_3}^{*a} i_2 i_3 \mathcal{K}_{-q-q_1,q,q_1}^{*a} i_1 + \dots \end{aligned}$$

Показано, что полная эффективная амплитуда  $\mathcal{T}_{q,q_1,q_2,q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3}$  удовлетворяет требуемым условиям симметрии

$$\mathcal{T}_{q,q_1,q_2,q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3} = -\mathcal{T}_{q_1,q,q_2,q_3}^{(2) i_1 i_2 i_3} = -\mathcal{T}_{q,q_1,q_3,q_2}^{(2) i_1 i_2 i_3}, \quad \mathcal{T}_{q,q_1,q_2,q_3}^{*(2) i_1 i_2 i_3} = \mathcal{T}_{q_2,q_3,q,q_1}^{(2) i_2 i_3 i_1 i}$$

без необходимости использования четырёх-волнового резонансного уравнения

$$\omega_q^- + \omega_{q_1}^- = \omega_{q_2}^- + \omega_{q_3}^-.$$

1. Захаров В. Е. Гамильтоновский формализм для волн в нелинейных средах с дисперсией // Известия Вузов. Радиофизика. 1974. Т. 17. С. 431-453.
2. Захаров В. Е., Кузнецов Е.А. Гамильтоновский формализм для нелинейных волн // Успехи физических наук. 1997. Т. 167, № 11. С. 1137-1167.
3. Красицкий В.П. Каноническое преобразование в теории слабонелинейных волн с нераспадным законом дисперсии // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1990. Т. 98. С.1644-1655.
4. Марков Ю.А., Маркова М.А., Марков Н.Ю., Гитман Д.М. Гамильтонов формализм для бозе-возбуждений в плазме с неабелевым типом взаимодействия // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2020. Т. 157, вып. 2. С. 327-341.
5. Markov Yu.A., Markova M.A., Markov N.Yu. Hamiltonian formalism for Fermi excitations in a plasma with a non-Abelian interaction // e-print ArXiv of Cornell University Library: hep-th/2108.07563, 68 p.
6. Марков Ю. А., Маркова М.А., Марков Н.Ю. Гамильтонов формализм для коллективных фермионных волн в кварк-глюонной плазме // Известия вузов. Физика. 2021. Т. 64, № 12. С. 68-78.

# АВТОМАТИЧЕСКАЯ РАЗМЕТКА ДАННЫХ ДЛЯ СЕГМЕНТАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДОКУМЕНТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГЛУБОКИХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

А.А. Михайлов

Институт динамики систем и теории управления имени В.М Матросова СО РАН

[mikhailov@icc.ru](mailto:mikhailov@icc.ru)

В работе предложен новый метод автоматической аннотации данных для решения задачи сегментации изображений документов с помощью глубоких нейронных сетей обнаружения объектов [1]. В качестве исходных данных для разметки рассматривается формат помеченных файлов PDF. Особенность данного формата заключается в том, что он включает в себя скрытые метки, которые описывают логическую и физическую структуру документа. Для их извлечения разработано инструментальное средство, которое имитирует работу стековой машины вывода на печать согласно спецификации формата PDF. Для каждой страницы документа генерируется изображение и аннотация в формате PASCAL VOC [2]. Классы и координаты ограничивающих рамок вычисляются в процессе интерпретации помеченного PDF-файла на основе меток. Для тестирования метода была сформирована коллекция размеченных PDF-файлов, из которой в автоматическом режиме получены изображения страниц документов и аннотации для трех классов сегментации (текст, таблица, рисунок). На основе этих данных обучена нейронная сеть архитектуры EfficientDet D2 [3]. Произведено тестирование модели на данных из того же домена, размеченных вручную, которое подтвердило эффективность применения автоматически сгенерированных данных для решения прикладных задач.

1. Zhao Z. Q. et al. Object detection with deep learning: A review // IEEE transactions on neural networks and learning systems. 2019. Vol. 30, № 11. P. 3212–3232.
2. Vicente S. et al. Reconstructing pascal voc // Proc. of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition. 2014. P. 41-48.
3. Tan M., Pang R., Le Q. V. Efficientdet: Scalable and efficient object detection // Proc. of the IEEE/CVF conference on computer vision and pattern recognition. 2020. P. 10781-10790.

## ПРОБЛЕМЫ КАЧЕСТВА ИНФОРМАЦИИ О ЗООПЛАНКТОНЕ В СИСТЕМЕ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА ОЗЕРА БАЙКАЛ\*

Е.Ю. Наумова  
ФГБУН Лимнологический институт СО РАН  
elena.baikalensis@gmail.com

Важнейшей целью экологического мониторинга является возможность построения прогностических моделей. К сожалению, в настоящее время такие модели для озера Байкал публикуются в основном зарубежными учеными [1], и основаны они на очень ограниченных данных.

Важным фактом является чувствительность моделей к исходным данным. Байкал – одно из самых исследованных озер в мире, и недостатка в количественных данных по биологии озера нет, но только ограниченная часть этих данных пригодна и доступна к использованию. Техническое совершенствование методов измерения различных показателей несет не только плюсы. Смена приборной базы приводит к изменению точности измерений и некоторых других параметров. Расчет коэффициентов и прогноз возможных ошибок при обработке имеющихся данных является также математической задачей.

В настоящее время высока востребованность модели пространственного распределения зоопланктона в связи с физическими параметрами среды. В конце прошлого века предпринимались попытки реализации таких моделей. Она важна для прогнозирования количественных показателей планктона – ключевого звена в экосистеме озера Байкал. Однако многие проблемы на пути к такой модели не решены до сих пор.

В настоящее время введутся работы по нескольким направлениям. Во-первых, это экспериментальные исследования с барометрическими датчиками глубины и планктонными сетями. Второе направление – это сведение вместе данных о вертикальном распределении зоопланктона, полученных разными методами, в частности, акустическими [3]. Кроме того, ведутся работы по совершенствованию методов учета планктона (применение голографических установок) [2]. В каждом из этих направлений требуется применять математическую обработку данных.

Опираясь на понимание необходимости получения данных для дальнейшего использования в моделях, мы планируем исследования с минимальными и учтенными ошибками обработки данных и с использованием дополнительного оборудования.

- 1 Bowman L.L., Wiczynski D.J., Yampolsky L.Y., Post D.M. Warming overcomes dispersal-limitation to promote non-native expansion in Lake Baikal // *Journal of Great Lakes Research*. URL: <https://doi.org/10.1016/j.jglr.2022.07.006>.
- 2 Dyomin V., Davydova A., Kirillov N., Morgalev S., Naumova E., Olshukov A., Polovtsev I. In situ measurements of plankton biorhythms using submersible holographic camera // *Sensors*. 2022. Vol. 22, № 17. P. 1-17.
- 3 Makarov M.M., Zaydykov I.Yu., Tolstikova L.I., Naumova E.Yu. Account of the population and distribution of macrohæctopus in the barguzinsky bay of Lake Baikal by the acoustic method // *Материалы V Междунар. конф. «Ресурсы, окружающая среда и региональное устойчивое развитие в Северо-Восточной Азии» (23–26 августа 2022 г.)*. Иркутск: Изд-во Института географии им В.Б. Сочавы СО РАН. 2022. С. 26.

\* Работа выполнена при поддержке проекта № 0279-2021-0005.

## О СТАЦИОНАРНЫХ ДВИЖЕНИЯХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ЧАСТНЫМ ИНТЕГРАЛОМ ГОРЯЧЕВА-ЧАПЛЫГИНА

М.А. Новиков

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
nma@icc.ru

В докладе рассматривается задача о вращении твердого тела вокруг неподвижной точки [1]. Движение тела описывается известными дифференциальными уравнениями

$$\begin{aligned} A\dot{p} &= (B - C)qr + m(y_0\gamma_3 - z_0\gamma_2), & \dot{\gamma}_1 &= r\gamma_2 - q\gamma_3, \\ B\dot{q} &= (C - A)rp + m(z_0\gamma_1 - x_0\gamma_3), & \dot{\gamma}_2 &= p\gamma_3 - r\gamma_1, \\ C\dot{r} &= (A - B)rq + m(x_0\gamma_2 - y_0\gamma_1), & \dot{\gamma}_3 &= q\gamma_1 - p\gamma_2, \end{aligned} \quad (1)$$

В этой задаче существуют три общих автономных интеграла [1]:

$$V_0 = Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 - 2m(x_0\gamma_1 + y_0\gamma_2 + z_0\gamma_3) = c_0 = const,$$

$$V_1 = Ap\gamma_1 + Bq\gamma_2 + Cr\gamma_3 = c_1 = const,$$

$$V_2 = \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1.$$

В частном случае при  $A = B = 4C$ ,  $y_0 = 0 = z_0$ ,  $c_1 = 0$  [1] существует дополнительно первый интеграл Горячева–Чаплыгина, который при обозначении  $a = \frac{mx_0}{C}$  можно записать как

$$V_3 = r(p^2 + q^2) + ap\gamma_3 = const.$$

Методом Рауса–Ляпунова [2–4] проведено исследование стационарных движений системы [1]. По известной методике [4] они ищутся экстремумом  $V_0(x)$  для обозначения  $x = (p, q, r, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$  при выполнении остальных интегралов. При этом находятся все решения стационарности для функции Лагранжа

$$K(V, \lambda) = V_0 - \lambda_1 V_1 - \lambda_2 V_2 - \lambda_3 V_3$$

с вещественными множителями  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , получаемыми из системы алгебраических уравнений  $\partial K / \partial x_i = 0$  ( $i = 1 - 6$ ),  $\partial K / \partial \lambda_j = 0$  ( $j = 1, 2, 3$ ).

В результате получены три вида решений стационарности: постоянные решения, зависящие от одного промежуточного параметра и зависящие от двух параметров решения.

Вместе с уравнениями движения (1) из них получены два стационарных движения, являющихся положениями покоя.

1. Голубев В.В. Лекции по интегрированию уравнений движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки. М.: ГИТТЛ, 1953.
2. Routh E.J. A treatise on the stability of a given state of motion, particularly steady motion. L.: McMillan, 1877. 108 p.
3. Routh E.J. The advanced part of a treatise on the dynamics of a system of rigid bodies. L.: McMillan, 1884. 343 p.
4. Ляпунов А.М. О постоянных винтовых движениях твердого тела в жидкости // Собрание сочинений. Т. 1. М.: Изд-во АН СССР, 1954. С. 276–319.

## РАЗВИТИЕ ГЕОПОРТАЛА ИДСТУ СО РАН

И.Е. Новоселов<sup>1</sup>

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[ilya.novoselov.ilya@mail.ru](mailto:ilya.novoselov.ilya@mail.ru)

Работа направлена на развитие действующего в ИДСТУ СО РАН геопортала, обеспечивающего поддержку деятельности исследователей из разных предметных областей в части сбора, обработки и представления научных данных. В докладе будут рассмотрены три задачи по модернизации геопортала:

1. «Оптимизация запросов на поиск точек по регионам и районам».

На геопортале хранятся данные с географической привязкой (координаты). Часто пользователям необходимо выбрать данные по определенной географической территории (например, район области). Методы PostGIS [1] позволяют выполнять пространственные запросы: делать выборки записей с координатами, попадающими в определенный регион, но в существовавшей структуре данных такие запросы выполняли очень долго. Так для 50000 точек выполнение запроса на их сортировку по указанному региону или району занимало около 20 секунд.

Мною было предложено создать дополнительные два столбца в таблице этих точек и загрузить в них восьмизначные идентификаторы регионов и районов соответственно. Данные идентификаторы рассчитываются при изменении или добавлении записи за счет триггера, вызывающего соответствующие методы PostGIS. Предложенная модернизация позволила уменьшить время выполнения запросов с фильтрацией по региону в 10 раз. Кроме того, чтобы оптимизировать расчет идентификаторов всех точек в базе данных, которые были созданы до этого, был использован алгоритм минимального ограничивающего прямоугольника.

2. «Использование временных рядов для ускорения обработки запросов».

Для решения этой задачи была выбрана технология TimescaleDB [2] – расширение для PostgreSQL, в котором дополнительные функции SQL и структуры таблиц обеспечивают поддержку данных временных рядов, ориентированных на средства хранения, производительности и анализа данных в масштабе. Разделение данных на основе времени обеспечивает улучшенное выполнение запросов и производительность при использовании для приложений, ориентированных на время.

После проведенных тестов оказалось, что время запросов стало нестабильно, оно могло как быть быстрее среднего, так и намного дольше и мы решили отказаться от такой технологии.

3. «Поиск взаимосвязей отклонений данных от нормы».

На геопортале собраны данные наблюдений по разным видам мониторинга природных явлений (землетрясения, химический состав воды, воздуха и т.д.). Часто исследователям необходимо сопоставить данные разных наблюдений с целью нахождения взаимосвязей между ними и определения, как влияет один показатель на другой. Разработка инструмента для нахождения таких взаимосвязей позволит исследователям понять природу происходящих явлений и, возможно, строить прогнозы.

1. Timescale Docs [Электронный ресурс] URL: <https://docs.timescale.com/> (дата обращения: 28.11.2022).
2. About PostGIS [Электронный ресурс] URL: <https://postgis.net/> (дата обращения: 28.11.2022).
3. PostgreSQL: The world's most advanced open source database [Электронный ресурс] URL: <https://www.postgresql.org/> (дата обращения: 28.11.2022).

# ГЕОЭКОЛОГИЧЕСКИЙ МОНИТОРИНГ ОПОЛЗНЕВЫХ ЛАНДШАФТОВ БЕРЕГОВОЙ ЗОНЫ ОЛЬХОНСКОГО ЭКЗОГЕОДИНАМИЧЕСКОГО ПОЛИГОНА\*

В.А. Пеллинен, Т.Ю. Черкашина  
Институт земной коры СО РАН  
vadim.a.pellinen@ya.ru

В рамках комплексного мониторинга Байкальской природной территории на полигоне «Прибайкалье» объектом исследований была геологическая среда береговой зоны залива Баян-Шунген. Главной целью данного исследования является изучение влияния гравитационных геологических процессов (оползней) на миграцию тяжелых металлов, а также геоэкологическая оценка данной территории.

Исследования проводились в пределах оползневого участка в заливе Баян-Шунген, который был разделен на три ландшафтные зоны: первая зона (поле), включающая сельскохозяйственные поля и систему грунтовых дорог (участки S1 и S2); вторая зона (оползнь), включающая основной уступ, уступы оползней и оползневой язык (участки S3 – S6); и третья зона (пляж), включающая пляж и береговую линию (участки S7 и S8). Всего было отобрано 80 образцов грунта из трех ландшафтных зон следующим образом: образцы для многоэлементного анализа отбирались в сентябре 2020 г., образцы для определения общего содержания органического углерода ( $C_{\text{орг.общ.}}$ ) – в сентябре–ноябре 2014–2020 гг. во время ежегодного мониторинга оползневых процессов. С каждого участка (S1 – S8) было отобрано по 10 проб с использованием классического метода конверта с шагом 25 м. (рис. 1) [1].

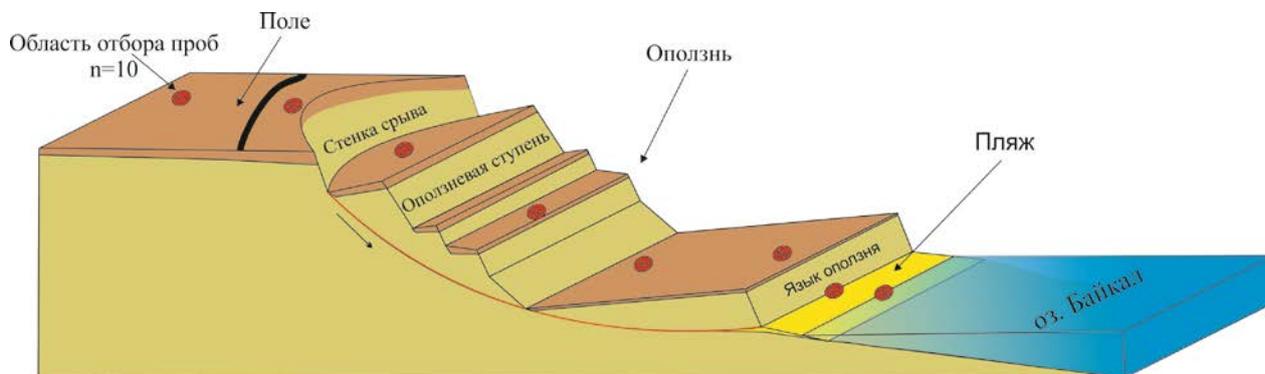


Рис. 1. Объемная схема участка

В ходе этого исследования изучены концентрации Hg, Cd, Pb, Cu и  $C_{\text{орг.общ}}$  в мелкозернистой фракции (< 100 мкм) грунтов с использованием рентгено-флуоресцентного анализа с волновой дисперсией (WDXRF), метода атомной абсорбции (ААС) и УФ-спектрофотометрии. При помощи различных геохимических индексов изучен уровень антропогенного загрязнения грунтов тяжелыми металлами в зонах поля, оползня и пляжа. Определены возможные источники Hg, Cd, Pb и Cu в качестве антропогенных, включая туристические и рекреационные мероприятия, существующую дорожную систему, унаследованное загрязнение сельскохозяйственных полей фосфорными удобрениями и инсектицидами. Возможное повышение уровня экологической опасности прибрежной экосистемы произошло вследствие повышения концентрации исследуемых тяжелых металлов в почве.

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (грант № 075-15-2020-787).



Кроме того, отдельно были проведены исследования по уровню загрязнения песков тяжелыми металлами на побережье данной территории. В ходе исследований установлено, что уровень загрязнения берега варьируется от умеренного до значительного для Hg, As, Cd, Pb и Cu. Такие элементы, как Co, Cr, Zn, Ni и частично Cd и Cu, имеют минимальный уровень накопления в отложениях. Расчет индексов EF и  $I_{geo}$  показал, что источники поступления Hg, Cd, Pb и Cu с большой вероятностью были антропогенными, а As, Cr, Co, Ni и Zn – природного генезиса.

1. Фундаментальные основы, методы и технологии цифрового мониторинга и прогнозирования экологической обстановки Байкальской природной территории. Новосибирск: СО РАН, 2022. 345 с.
2. Pellinen V.A., Cherkashina T.Y., Gustaytis M.A. Assessment of metal pollution and subsequent ecological risk in the coastal zone of Olkhon Island, Lake Baikal, Russia. *Sci. Tot. Environ.* 2021. Vol. 786, issue 147441.

# АЛГОРИТМЫ АНАЛИЗА ЭФФЕКТИВНОСТИ ГЕТЕРОГЕННЫХ СИСТЕМ МОНИТОРИНГА КАЧЕСТВА ВОЗДУХА НА ОСНОВЕ ОПЕРАТОРОВ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ИСТОЧНИКОВ\*

А.В. Пененко, В.В. Пененко, Е.А. Цветова, А.В. Гочаков, Е.В. Русин,  
Э.А. Пьянова, В.С. Скорик

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН  
[aleks@ommgp.sccc.ru](mailto:aleks@ommgp.sccc.ru)

Использование данных мониторинга различных типов позволяет повысить точность систем анализа и прогнозирования качества воздуха. Так как одним из основных параметров при моделировании качества воздуха является информация об источниках, то эффективность системы мониторинга мы оцениваем на основе возможности идентифицировать основные источники в области по получаемым данным мониторинга. Для идентификации источников применяются алгоритмы на основе операторов чувствительности. Ансамблевая конструкция операторов чувствительности позволяет естественно комбинировать различные типы данных измерений в одном операторном уравнении [1, 2] и распараллеливать его вычисление [3]. В работе рассматривается комбинированное использование данных измерений типа изображения, интегрального типа, контактных измерений и данных типа временных рядов. Подход проиллюстрирован на сценарии обратного моделирования качества воздуха для Байкальского региона и действующих в нем систем мониторинга.

Структура операторного уравнения позволяет анализировать информативность данных измерений без непосредственного решения обратной задачи. Проведены численные эксперименты с различными компоновками системы мониторинга. Изучена возможность оценивать информативность данных различными способами без непосредственного решения обратной задачи [2].

Разработана MPI-версия алгоритма решения обратной задачи и исследования информативности данных мониторинга, позволяющая использовать не только машины с общей памятью, но и кластер из нескольких вычислительных узлов [3]. Проведено исследование эффективности распараллеливания.

1. Penenko A., Penenko V., Tsvetova E., Gochakov A., Pyanova E., Konopleva V. Sensitivity Operator-Based Approach to the Interpretation of Heterogeneous Air Quality Monitoring Data // Large-Scale Scientific Computing. Springer International Publishing, 2022. P. 164-171.
2. Penenko A., Penenko V., Tsvetova E., Gochakov A., Pyanova E., Konopleva V. Sensitivity Operator Framework for Analyzing Heterogeneous Air Quality Monitoring Systems // Atmosphere. 2021. Vol. 12, № 12. MDPI AG P. 1697.
3. Penenko A., Rusin E. Parallel Implementation of a Sensitivity Operator-Based Source Identification Algorithm for Distributed Memory Computers // Mathematics, accepted.

\* Работа выполнена при поддержке гранта № 075-15-2020-787 в форме субсидии на крупный научный проект Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

## УПРАВЛЕНИЕ КУРСОРОМ НА ОСНОВЕ ОЦЕНКИ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ В ВИДЕОПОТОКЕ

П.В. Пересунько, Е.О. Пересунько  
Сибирский федеральный университет  
[pperesunko@sfu-kras.ru](mailto:pperesunko@sfu-kras.ru), [eperesunko@sfu-kras.ru](mailto:eperesunko@sfu-kras.ru)

В работе рассматривается управление компьютером с ограничениями. Примером такого человеко-компьютерного взаимодействия может служить процесс управления курсором компьютера человеком с неврологическими нарушениями, не позволяющими использовать физические устройства ввода.

Постановку задачи управления курсором можно сформулировать следующим образом. Необходимо переместить курсор  $C$  на позицию  $(x_s, y_s)$  в зависимости от двумерного дискретного управляющего воздействия  $u_s$ , где  $x_s = \overline{0, N_s - 1}$ ,  $y_s = \overline{0, M_s - 1}$ ,  $N_s$  – количество пикселей экрана в ширину,  $M_s$  – высота экрана в пикселях.

Большой интерес представляют системы машинного зрения, использующие в качестве управляющего воздействия функцию, описывающую передвижение зрачка пользователя в кадре видеопотока. В работах [1, 2] приводятся результаты, демонстрирующие высокую точность и производительность в определенных условиях, но при наличии нарушений глазодвигательных функций возникают помехи. Это требует адаптации широко используемых алгоритмов под конкретного пациента посредством закупки специализированного оборудования, что не позволяет применять данный подход для массового использования и восстановления мелкой и крупной моторики.

В работе [3] приведен подход на основе использования акселерометра и гироскопа. Подобные системы удобны тем, что имеют существенно более низкую стоимость, чем ранее упомянутые подходы, а также не требуют высококвалифицированного персонала для реализации и подходят для распространения в виде оборудования, сборка которого возможна конечным пользователем по инструкции. Несмотря на то, что подобный подход позволяет с высокой точностью анализировать широкий спектр совершаемых пользователем движений, существует ряд ограничений. К недостаткам подхода можно отнести необходимость закрепления устройства на теле пациента и последующего непрерывного контроля корректного расположения оборудования. Кроме этого, возникают проблемы сертификации медицинского изделия, связанные с ограничениями, накладываемыми на материалы и технические характеристики оборудования при разработке устройств, имеющих прямой контакт с пациентом.

Помимо рассмотренных подходов можно говорить о решении, являющемся комбинацией их основных сильных сторон – применении алгоритмов компьютерного зрения для видеоанализа движений, совершаемых различными частями тела [4-6].

Таким образом, получение управляющего воздействия сводится к оценке перемещения некоторого произвольного объекта в видеопотоке. Видеопоток можно представить как упорядоченный набор кадров  $I_t$ . Под маркером  $m_t$  будем понимать точку на кадре  $I_t$  в момент времени  $t$ , которая используется для позиционирования курсора. В общем виде получение  $k$  маркеров  $m_t^1, m_t^2, \dots, m_t^k$  можно представить как

$$m_t^1, m_t^2, \dots, m_t^k = M(I_t),$$

где  $M$  – функция, которая принимает кадр  $I_t$  и возвращает набор положений маркера.

Для управления курсором было разработано программное обеспечение на языке программирования Python, где в качестве управляющего воздействия использовалась функция оценки угла между большим и указательным пальцем правой и левой руки для смещения по осям X и Y, соответственно. Было разработано программное обеспечение

для проведения серии экспериментов с целью оценки удобства человеко-компьютерного взаимодействия в соответствии с законом Фиттса

$$T = a + b \times \log_2 \left( \frac{D}{W} + 1 \right),$$

где  $T$  – среднее время, затраченное на совершение действия,  $a$  – среднее время запуска или остановки движения,  $b$  – величина, зависящая от скорости движения,  $D$  – расстояние от стартовой точки до центра цели,  $W$  – ширина цели по оси движения.

На рисунке показан усредненный результат серии экспериментов по управлению курсором с помощью разработанного программного обеспечения. В качестве фокус-группы были выбраны опытные пользователи ПК в возрасте от 16 до 22 лет.

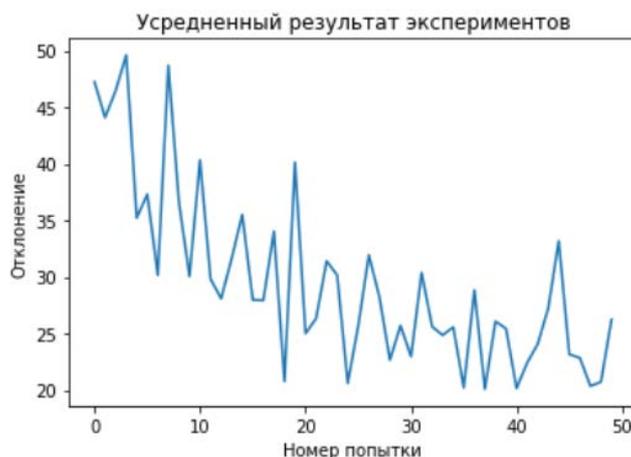


График демонстрирует наличие убывающего тренда, что говорит о том, что с течением времени пользователи адаптируются к данному способу ввода.

В результате был реализован и апробирован подход, основанный на компьютерном зрении и обладающий следующим набором преимуществ:

- отсутствие необходимости закупки дорогостоящего высокоспециализированного оборудования;

- наличие большого числа вариантов использования, так как в качестве управляющего элемента может быть использован произвольный объект в кадре.

1. Gibaldi A. Evaluation of the Tobii EyeX Eye tracking controller and Matlab toolkit for research // Behavior Research Methods. 2016. Vol. 49.
2. Rawlani S. Eye Tracking – An Extensive Evaluation of a Contemporary and Ingenious Technology // Intern. Journal of Computer Applications. Vol. 179. P. 5-11.
3. Cursor Click Modality in an Accelerometer-Based Computer Access Device / M.D. Groll [и др.] // IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering. 2020. Vol. 28, № 7.
4. Kulkarni D.S. Gesture Based Efficient Cursor Controller Using Human Computer Interaction Technique // Intern. Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering. 2017. Vol. 6, № 4. P. 2716-2723.
5. Perales F.J. et all. Observing the use of an input device for rehabilitation purposes // Behaviour and Information Technology, 2013.
6. Niyazi K. et all. Mouse Simulation Using Two Coloured Tapes // Intern. Journal of Information Sciences and Techniques. Vol. 2, № 2. P. 57-63.

# О РОБАСТНОЙ УПРАВЛЯЕМОСТИ ИНТЕРВАЛЬНОГО СЕМЕЙСТВА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ\*

П.С. Петренко

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН

[petrenko\\_p@mail.ru](mailto:petrenko_p@mail.ru)

Рассматривается система обыкновенных дифференциальных уравнений

$$Ax'(t) + Bx(t) + Uu(t) = 0, \quad t \in T = [0, +\infty), \quad (1)$$

где  $A, B, U$  – заданные вещественные матрицы размеров  $n \times n, n \times n$  и  $n \times l$  соответственно, при этом  $\det A = 0$ ,  $x(t) \in C^1(T)$  –  $n$ -мерная искомая функция состояния системы,  $u(t)$  –  $l$ -мерная функция управления. Такие системы принято называть дифференциально-алгебраическими уравнениями (ДАУ). Мерой неразрешенности ДАУ относительно производной служит целочисленная величина, называемая индексом.

Рассмотрим интервальное семейство

$$(A + \gamma \Delta_A x'(t) + (B + \gamma \Delta_B)x(t) + (U + \gamma \Delta_U)u(t) = 0, \quad (2)$$

где  $\Delta_A, \Delta_B, \Delta_U$  – матрицы неопределенностей, такие что:

$$\alpha \leq \Delta_A \leq \bar{\alpha}, \quad \underline{\beta} \leq \Delta_B \leq \bar{\beta}, \quad \underline{\nu} \leq \Delta_U \leq \bar{\nu}, \quad (3)$$

а  $\gamma$  – величина, определяющая размах неопределенностей. Пусть ДАУ (1) обладают свойством управляемости (полной,  $R$ -управляемости и др.) на некотором интервале. Задача робастной управляемости ДАУ (1) заключается в нахождении условий, при которых возмущенная система (2), (3) останется по-прежнему управляемой на этом интервале [1].

Анализ основывается на преобразовании интервального семейства (2), (3) к структурной форме с разделенными дифференциальной и алгебраической подсистемами [2]:

$$\begin{pmatrix} O & O \\ E_{n-d} & O \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1'(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{J}_1 & E_d \\ \tilde{J}_2 & O \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} \bar{u}(t) = 0, \quad (4)$$

где  $\tilde{J}_1, \tilde{J}_2, U_1, U_2$  – некоторые матрицы соответствующих размеров,  $(x_1(t), x_2(t)) = Q^{-1}x(t)$ ,  $\bar{u}(t) = (u(t), u'(t), \dots, u^{(r)}(t))$ ,  $Q$  – матрица перестановок,  $r$  – индекс неразрешенности. При этом множества решений систем (2), (3) и (4) совпадают.

Получены достаточные условия робастной полной и  $R$ -управляемости ДАУ (1) с интервальной неопределенностью.

1. Петренко П.С. Робастная управляемость линейных дифференциально-алгебраических уравнений с неструктурированной неопределенностью // Сибирский журнал индустриальной математики. 2018. Т. 21, № 3. С. 104-115.
2. Щеглова А.А. К вопросу о сверхустойчивости интервального семейства дифференциально-алгебраических уравнений // Автоматика и телемеханика. 2021. № 2. С. 55-70.

\* Результаты получены в рамках госзадания Минобрнауки России по проекту «Теория и методы исследования эволюционных уравнений и управляемых систем с их приложениями», № гос. регистрации 121041300060-4.

## ПРОВЕРКА СООТВЕТСТВИЯ ТИПОВ КОНСТРУКЦИЙ ДИНАМИЧЕСКОГО ЯЗЫКА ПРОГРАММИРОВАНИЯ НА ОСНОВАНИИ ПОСТРОЕНИЯ AST

В.А. Попова

Иркутский государственный университет  
[victorypopova1@gmail.com](mailto:victorypopova1@gmail.com)

Языки программирования с динамической типизацией нашли широкое применение в области разработки программного обеспечения различной степени сложности. Одной из причин выбора динамически типизированного языка программирования является отсутствие необходимости явно декларировать типы и затрачивать время на изучение правил преобразования конструкций. Но при этом в отличие от программ, написанных на статически типизированных языках программирования, динамическая типизация снижает качество и надежность программного обеспечения. Это связано с тем, что типы переменных вычисляются в процессе выполнения программы, что может приводить к ошибкам, которые способны приостановить рабочие процессы, делая невозможным выполнить ту или иную операцию. Поэтому на этапе разработки программ требуется использовать инструменты, которые позволяют сводить к минимуму ошибки, связанные с несоответствием типов.

Для таких динамически типизированных языков программирования, как Haskell, OCaml, Standart ML, JavaScript, Python, уже существуют инструменты для проверки соответствия типов. На данный момент подобного механизма не существует для динамически типизированного языка программирования «1С: Предприятие». Для того чтобы разработать такой механизм, требуется:

1. проанализировать систему типов языка программирования «1С: Предприятие»;
2. определить правила проверки соответствия типов;
3. разработать механизм программной проверки типов конструкций.

Результаты анализа системы типов «1С:Предприятия» представлены в [1, 2]. В рамках работы по разработке механизма статического анализа был создан формат для описания объектов конфигурации и типов платформы «1С:Предприятие». Такой формат был назван «Дерево типов конфигурации» (ДТК).

Далее, для того чтобы выполнять проверку соответствия типов, требуется построить AST (Abstract Syntax Tree) для каждого метода конфигурации на основе структур данных, полученных в результате синтаксического анализа программного кода, который сопоставляет лексемы в соответствии грамматике, определенной для используемого языка программирования. Для методов конфигураций «1С:Предприятия» построение AST реализовано в рамках работы, описанной в [3]. Спроектированный механизм статического анализа представлен в [4].

После анализа системы типов, построения AST и проектирования механизма статического анализа требовалось определить правила проверки соответствия типов и реализовать программное вычисление типов конструкций языка программирования «1С:Предприятие».

Поскольку в динамически типизированном языке программирования конструкция может принимать более одного типа значения, необходимо определять множество допустимых типов. Для некоторых структур данных языка «1С:Предприятие» можно без выполнения вычислений определить множество допустимых типов значений, которым они могут обладать. Так, для литералов, имена которых определены в рамках работы: **null\_literal**, **undefined\_literal**, **number\_literal**, **date\_literal**, **bool\_literal** и **string\_literal**, множество состоит из одного элемента, который является примитивным типом Null, Неопределено, Число, Дата, Булево и Строка соответственно.

Также реализована работа по определению типов выражений, которые используют бинарные операции:

- **binop\_expr\_add** — сложение;
- **binop\_expr\_sub** — вычитание;
- **binop\_expr\_mul** — умножение;
- **binop\_expr\_div** — деление;
- **binop\_expr\_rem** — нахождение остатка от деления;
- **binop\_expr\_and** — конъюнкция;
- **binop\_expr\_or** — дизъюнкция;
- **binop\_expr\_eq** — проверка равенства;
- **binop\_expr\_ne** — проверка неравенства;
- **binop\_expr\_lt** — операция >=;
- **binop\_expr\_le** — операция >;
- **binop\_expr\_gt** — операция <=;
- **binop\_expr\_ge** — операция <.

На текущий момент продолжается разработка правил проверки типов конструкций. Требуется реализовать формирование множества допустимых типов для каждого метода любой произвольной конфигурации «1С:Предприятия», а также поддерживать проверку вызовов методов, циклических конструкций, коллекций значений: массивов, структур, списков значений и т.д.

Исследование проведено при финансовой поддержке гранта Иркутского государственного университета для молодых ученых № 091-22-303 «Разработка программного комплекса для статической проверки типов в языках программирования с динамической типизацией».

1. Balyuk A.S., Popova V.A. Static type-checking for programs developed on the platform 1С:Enterprise // CEUR Workshop Proceedings: Irkutsk, 14 September 2021, С. 101–111.
2. Балук А.С., Попова В.А. Разработка программного комплекса для конвертации конфигурации платформы «1С:Предприятие» в UML-модель // Сложные системы модели, анализ и управление. 2021. № 4. С. 137–145.
3. Попова В.А. Вывод типов выражений во встроенном языке программирования «1С:Предприятие» // Синтаксис и семантика логических систем: Материалы 7-ой Международной школы-семинара, Владивосток, 1–5 августа 2022 г. Владивосток: Изд-во Дальневосточного федерального университета, 2022. С. 3.
4. Попова В.А. Проектирование механизма статического анализа для выявления ошибок несоответствия типов в программах на динамических языках программирования // Динамические системы и компьютерные науки: теория и приложения (DYSC 2022): Материалы 4-й Международной конф. Иркутск, 19–22 сентября 2022 г. Иркутск: Изд-во ИГУ, 2022. С. 142–145.

# ДВУХФОТОННЫЙ ФОРМ-ФАКТОР АКСИАЛЬНО-ВЕКТОРНОГО МЕЗОНА В НЕЛОКАЛЬНОЙ КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ

А.Е. Раджабов<sup>1</sup>, Н.А. Савкова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН

<sup>2</sup>Иркутский государственный университет  
[aradzh@icc.ru](mailto:aradzh@icc.ru), [nadejda\\_savkova@outlook.com](mailto:nadejda_savkova@outlook.com)

Целью данной работы является оценка двухфотонного форм-фактора аксиально-векторного мезона в рамках нелокальной кварковой модели.

Для вычисления форм-фактора используется  $SU(2) \times SU(2)$  киральная кварковая модель с псевдоскалярно-скалярным и векторно-аксиально-векторным секторами взаимодействий. Лагранжиан нелокальной модели имеет вид [1-3]

$$L = L_{free} + L_{S,PS} + L_{V,AV}, \quad L_{free} = \bar{q}(x)(i\hat{\partial} - m_c)q(x)$$

$$L_{S,PS} = \frac{G_1}{2} [J_S^a(x)J_S^a(x) + J_{PS}^a(x)J_{PS}^a(x)], \quad L_{V,AV} = \frac{G_2}{2} [J_V^a(x)J_V^a(x) + J_{AV}^a(x)J_{AV}^a(x)],$$

где  $m_c$  – матрица токовых масс кварков с диагональными элементами  $m_c^u = m_c^d$ ,  $G_1$  и  $G_2$  являются константами связями в псевдоскалярно-скалярном и векторно-аксиально-векторном секторах. Нелокальные кварковые токи имеют вид

$$J_M^a(x) = \int d^4x_1 d^4x_2 f(x_1)f(x_2)\bar{q}(x-x_1)\Gamma_M^a q(x+x_2),$$

спин-флейворные матрицы для различных каналов  $\Gamma_S^a = \tau^a$ ,  $\Gamma_{PS}^a = i\gamma_5\tau^a$ ,  $\Gamma_V^a = i\gamma_\mu\tau^a$ ,  $\Gamma_{AV}^a = i\gamma_5\gamma_\mu\tau^a$ ,  $\tau^a$  – матрицы Паули и  $\tau^0 = 1$ . Спонтанное нарушение симметрии приводит к появлению динамической массы кварка, зависящей от импульса<sup>1</sup>

$$m(p) = m_c + G_1 \frac{8N_c}{(2\pi)^4} \int d^4k \frac{f(k)m(k)}{k^2 + m^2(k)}.$$

Вершинные функции мезонов имеют вид

$$V_M = g_M(k) \Gamma_M^a f(p_+)f(p_-),$$

$g_M(k)$  – константа перенормировки мезона,  $p_\pm, k$  – импульсы кварков и мезона. Псевдоскалярная вершинная функция модифицируется ввиду взаимодействия с продольной компонентой аксиально-векторного мезона [2]. Нелокальность приводит к появлению дополнительных вершин взаимодействия с внешним сохраняющимся током. Однозначным образом определяются продольные проекции вершин с участием внешних полей, поскольку они связаны с тождествами Уорда. Для получения поперечных компонент требуется дополнительно доопределить методику работы с контурным интегралом в фазовом множителе. Нами использовалась схема, основанная на правилах, согласно которым производная контурного интеграла не зависит от формы пути и явный вид пути оказывается не важным. В результате полный набор диаграмм Фейнмана, соответствующий процессу с участием аксиально-векторного мезона и двух фотонов представлен на рис. 1.

<sup>1</sup> Для фурье-образов функций используются те же символы, что и для исходных функций.

Проведена проверка калибровочной инвариантности полного набора диаграмм и проведены численные оценки.

- 1 Dorokhov A.E., Radzhabov A. ., Zhevlakov A.S. Dynamical quark loop light-by-light contribution to muon  $g-2$  within the nonlocal chiral quark model // Eur. Phys. J. 2015. Vol. C75, № 9. P. 417.
- 2 Plant R.S., Birse M.C. Meson properties in an extended nonlocal NJL model // Nucl.Phys. 1998. Vol. A628. P. 607–644.
- 3 Dorokhov A.E., Martynenko A.P., Martynenko F.A., Radzhabov A.E., Zhevlakov A.S. The LbL contribution to the muon  $g-2$  from the axial-vector mesons exchanges within the nonlocal quark model // EPJ Web Conf. 2019. Vol. 212. P. 05001.
- 4 Terning J. Gauging nonlocal lagrangians // Phys. Rev. 1991. Vol. D44. P. 887–897.

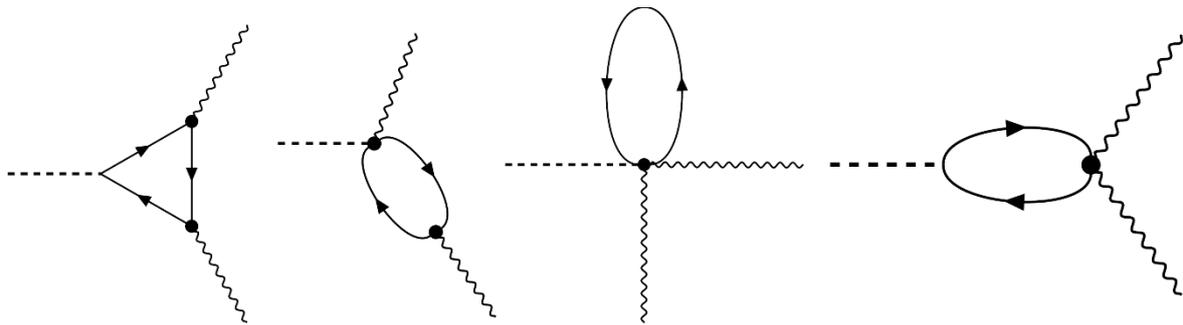


Рис 1. Диаграммы, соответствующие процессу с участием аксиально-векторного мезона и двух фотонов

# МОДЕЛИ И МЕТОДЫ МАЛОПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ РЕКОНСТРУКЦИИ ЛОКАЛЬНОГО И РЕГИОНАЛЬНОГО ЗАГРЯЗНЕНИЯ БАЙКАЛЬСКОЙ ПРИРОДНОЙ ТЕРРИТОРИИ \*

В.Ф. Рапута, А.А. Леженин, Т.В. Ярославцева, Р.А. Амикишиева  
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН  
[raputa@sscc.ru](mailto:raputa@sscc.ru)

Для объективной оценки состояния и динамики изменений загрязнения воздушного бассейна необходимы как экспериментальные, так и численные исследования процессов переноса и диффузии примесей. Эти исследования позволяют определить координаты точек и время наблюдения в целях построения надежной системы контроля состояния загрязнения атмосферного воздуха, почвенного и растительного покрова, водных объектов. Изучение особенностей их пространственно-временного распределения является основой для разработки мероприятий по оптимальному снижению негативного воздействия загрязнений на окружающую среду.

К настоящему времени разработаны основные подходы к количественному описанию процессов, протекающих в приземном и пограничном слоях атмосферы. С использованием математических моделей получены существенные результаты в комплексном анализе данных натуральных измерений, сетевых наблюдений в рамках систем мониторинга. Однако и сегодня многие проблемы не решены. В первую очередь это относится к задачам количественного описания в атмосфере процессов трансформации газо-аэрозольных примесей, взаимодействия их с поверхностью земли, что приводит к необходимости получения и использования больших объемов труднодоступной информации [1]. При моделировании процессов длительного загрязнения территорий также возникают трудности информационного обеспечения. Требуется в больших объемах разнообразная информация о параметрах атмосферной диффузии, а также временной и пространственной динамике выбросов источников примеси [2]. Такая ситуация приводит к необходимости разработки достаточно адекватных моделей реконструкции полей атмосферного загрязнения территорий, замкнутых по отношению к имеющимся данным экологического мониторинга [3–5].

В основу создания мало-параметрических моделей реконструкции положен оптимизационный подход, позволяющий устанавливать компромисс между модельными описаниями процессов распространения примеси и данными натуральных наблюдений. При построении моделей оценивания учитывалась специфика наземных и дистанционных систем наблюдений, возможность реального использования крайне ограниченной и нерегулярной экспериментальной информации о состоянии загрязнения атмосферного воздуха, почвенного, растительного и снегового покрова. В моделях переноса и диффузии примеси проводилось соответствующее временное и пространственное осреднение, использовались методы теории подобия, асимптотические методы, учитывались априорные сведения о характеристиках источников примеси и протекающих атмосферных процессах, что позволило существенно снизить степень неопределенности и соответственно требования к объему необходимой экспериментальной информации. В значительной степени использовались аналитические методы математической физики, аппарат теории планирования оптимального эксперимента [6].

Апробация предложенных моделей реконструкции проводилась на данных биомониторинга ртути в окрестностях промышленной площадки «Усольехимпром» и на территории г. Усолье-Сибирское, на данных мониторинга загрязнения снежного покрова фторидами в окрестностях Иркутского алюминиевого завода, региональных выносов

\* Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования, грант 075-15-2020-787.

тяжелых металлов и полиароматических углеводородов с территорий гг. Иркутска и Шелехова [7, 8]. В условиях весьма ограниченной экспериментальной информации, полученной на станции «ЕАНЕТ» [9], расположенной в п. Листвянка, проведено численное восстановление полей концентраций окислов серы и азота, поступающих от Ново-Иркутской ТЭЦ. На рис. 1 и 2 представлены результаты численного восстановления содержания ртути в листьях тополя в районе промплощадки «Усольехимпром» и на территории г. Усолье-Сибирское по данным биомониторинга ртути, выполненного в 2019 году [10].

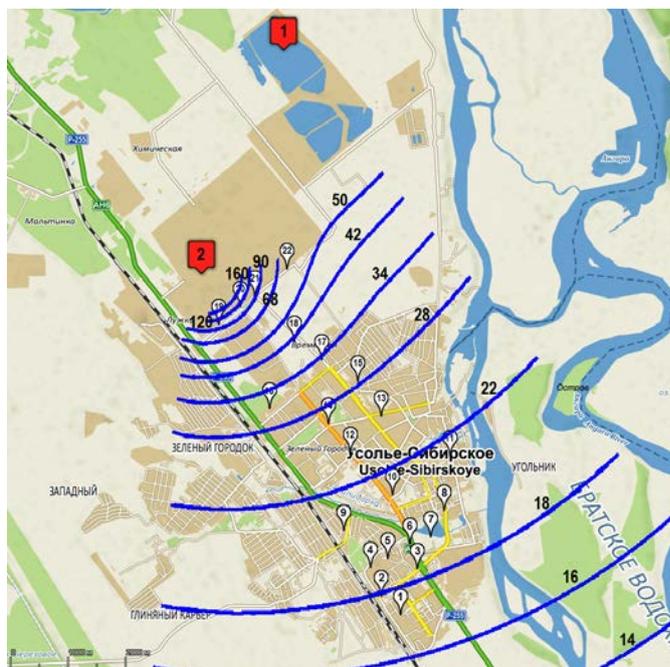


Рис. 1. Восстановленное по модели реконструкции суммарное поле концентрации ртути (нг/г) в южной окрестности предприятия «Усольехимпром» и на территории г. Усолье-Сибирское за летний сезон 2019 г.

- 📍 – положение точек отбора проб,
- 1 – шламохранилище завода,
- 2 – цех ртутного электролиза

Основными очагами атмосферных поступлений ртути являются шламохранилище завода и цех ртутного электролиза. Для проведения оценивания параметров в моделях реконструкции было использовано данные наблюдений в трех точках с номерами 1, 18 и 20.

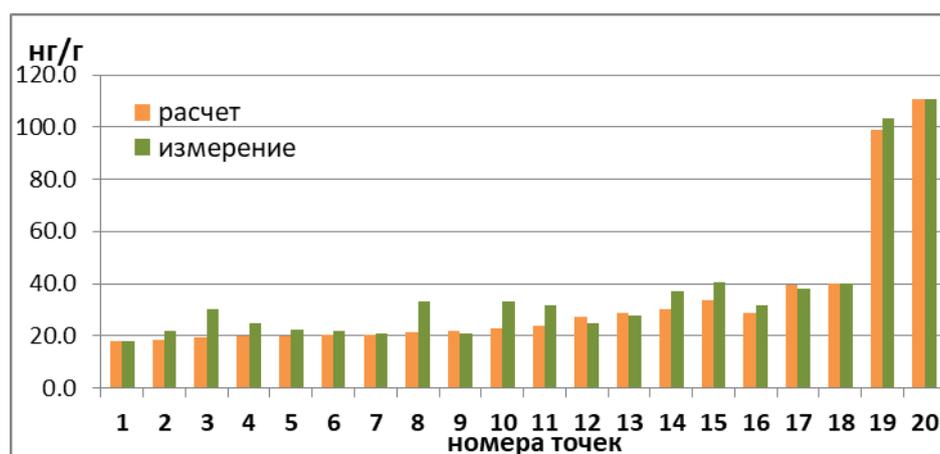


Рис. 2. Измеренные и численно восстановленные концентрации ртути (нг/г) в точках отбора проб

Сравнение расчетов с результатами измерений содержания ртути в листьях тополя показало вполне удовлетворительное согласие модельных и экспериментальных данных (рис. 2). Выполнена оценка вкладов основных очагов поступления ртути в за-

грязнение территорий г. Усолье-Сибирское. Разработанные модели и методы реконструкции могут быть использованы для оценок эффективности проводимых в настоящее время реабилитационных мероприятий на промплощадке «Усольехимпром» и рисков здоровью населения.

Метеорологические условия являются важным фактором в формировании уровня загрязнения атмосферы. Режим ветра над территорией, распределение температуры с высотой являются определяющими в процессах переноса и диффузии атмосферных примесей. Слабые ветра и штили в значительной степени способствуют их накоплению в нижней части атмосферы.

Штили являются информативной характеристикой, связанной с загрязнением атмосферного воздуха в городах Байкальской природной территории. На рис. 3 представлены результаты корреляционного анализа связей среднемесячных концентраций бенз(а)пирена (БП) на постах Росгидромета (ПНЗ) гг. Усолье-Сибирское, Ангарск, Иркутск, Шелехов в 2018, 2019 гг.

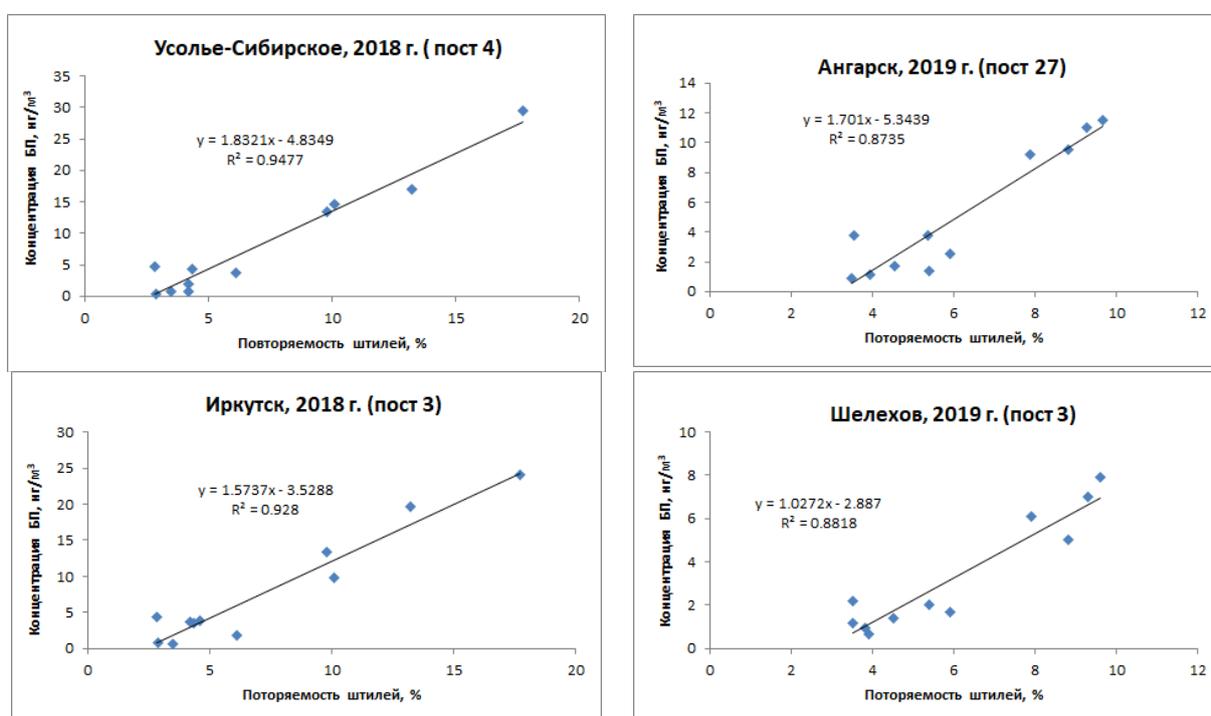


Рис. 3. Корреляционные связи между измеренными концентрациями БП ( $\mu\text{г}/\text{м}^3$ ) на постах гг. Усолье-Сибирское, Ангарска, Иркутска, Шелехова и повторяемостью штилей (%) в 2018, 2019 гг.

Анализ рис. 3 показывает, что в целом уровень связей между концентрациями БП на постах рассматриваемых городов и повторяемостями штилей на метеостанции Хомутово достаточно высокий. Пересечение линии регрессии с осью абсцисс на представленных рисунках происходит заметно правее начала координат. Это означает, что при достаточно низких значениях повторяемостей штилей концентрации БП на постах будет слабо меняться. Вследствие этого может наблюдаться эффект расползания концентраций БП вдоль оси абсцисс, связанный с различной высотой слоя перемешивания – «буферной» емкостью нижнего слоя атмосферы.

Развиваемый метод сравнительного анализа дает возможность проводить независимый контроль результатов измерений концентраций БП на постах Росгидромета и обнаруживать появление дополнительных источников эмиссии. Этот метод также позволяет устанавливать связи между высокими концентрациями БП и аномальными метеорологическими условиями.

- 1 Алоян А.Е. Моделирование динамики и кинетики газовых примесей и аэрозолей в атмосфере. М.: Наука, 2008. 405 с.
- 2 Генихович Е.Л., Берлянд М.Е., Грачева И.Г., Елисеев В.С., Зив А.Д., Оникул Р.И., Филатова Е.Н., Хуршудян Л.Г., Чичерин С.С., Яковлева Е.А. Оперативная модель расчета концентраций, осредненных за длительный период // Труды ГГО. 1998. Вып. 549. С. 11–31.
- 3 Седунов Ю.С., Борзилов В.А., Клепикова Н.В. и др. Физико-математическое моделирование регионального переноса в атмосфере радиоактивных веществ в результате аварии на Чернобыльской АЭС // Метеорология и гидрология. 1989. № 9. С. 5–10.
- 4 Рапута В.Ф., Олькин С.Е., Резникова И.К. Методы численного анализа данных наблюдений регионального загрязнения территорий площадным источником // Оптика атмосферы и океана. 2008. Т. 21, № 06. С. 558–562.
- 5 Рапута В.Ф., Симоненков Д.В., Белан Б.Д., Ярославцева Т.В. Оценка выбросов диоксида серы в атмосферу Норильского промышленного района // Оптика атмосферы и океана. 2019. Т. 32, № 6. С. 465–470.
- 6 Ермаков С.М., Жиглявский А.А. Математическая теория оптимального эксперимента. М.: Наука, 1987. 320 с.
- 7 Пастухов М.В., Полетаева В.И., Бутаков Е.В. Распределение ртути в шламонакопителе «Усольехимпром» и его влияние на окружающую среду // Географические основы и экологические принципы региональной политики природопользования: Материалы междунар. науч.-практ. конф. Иркутск: Изд-во Ин-та географии СО РАН, 2019. С. 553–556.
- 8 Белозерцева И.А. Мониторинг загрязнения окружающей среды в зоне воздействия Ирка-За // Вода: химия и экология. 2013. № 10. С. 33–38.
- 9 Оболкин В.А., Потемкин В.Л., Макухин В.Л., Ходжер Т.В., Чипанина Е.В. Дальний перенос шлейфов атмосферных выбросов региональных угольных ТЭЦ на акваторию Южного Байкала // Оптика атмосферы и океана. 2017. Т. 30, № 1. С. 60–65.
- 10 Рапута В.Ф., Амикишиева Р.А., Ярославцева Т.В. Анализ выносов ртути с промплощадки «Усольехимпрома» // Интерэкспо Гео-Сибирь. 2021. Т. 4, № 1. С. 193–198.

# ОПТИМАЛЬНОЕ ИМПУЛЬСНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМОЙ С ГИСТЕРЕЗИСОМ\*

О.Н. Самсонык

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[olga.samsonyuk@icc.ru](mailto:olga.samsonyuk@icc.ru)

В докладе рассматривается задача оптимального импульсного управления системой с гистерезисной нелинейностью

$$J = \int_a^b f_0(t, x(t), y(t)) dt \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$dx(t) = f(t, x(t), y(t)) dt + G(t, x(t)) dw(t), \quad x(a) = x_0, \quad (2)$$

$$q(t) = Ax(t), \quad (3)$$

$$y(t) = F(q(t), y_0), \quad t \in T. \quad (4)$$

Здесь  $T = [a, b]$  – заданный отрезок времени,  $x(\cdot)$ ,  $y(\cdot)$ ,  $w(\cdot)$  – вектор-функции ограниченной вариации, непрерывные справа на  $(a, b]$ ,  $x(t) \in R^n$ ,  $y(t) \in R^r$ ,  $w(t) \in R^m$ ,  $A$  – постоянная матрица размерности  $(r \times n)$ . Импульсное управление описывается мерой  $dw \in C^*(T, K)$ , где  $K$  – выпуклый замкнутый конус в  $R^m$ . Функции  $f(t, x, y)$ ,  $G(t, x)$  непрерывны по всем аргументам и локально липшицевы по  $x, y$ , а также удовлетворяют условию не более чем линейного роста по  $x, y$ .

Оператор гистерезиса  $F$  (play оператор) описан в [1, 2], он является расширением классического play оператора на разрывные входы ограниченной вариации [3-5]. Для абсолютно непрерывного входа  $q(\cdot)$  функция  $y(\cdot)$  определяется как решение дифференциального вариационного неравенства

$$\langle \rho - q(t) + y(t), \dot{y}(t) \rangle \leq 0 \quad \text{при всех } \rho \in Z, \\ q(t) - y(t) \in Z, \quad t \in T, \quad y(a) = y_0,$$

где  $Z$  – заданное замкнутое выпуклое множество из  $R^r$ .

В докладе представлены результаты по описанию процессов и существованию решения для задачи (1)–(4), обсуждаются вопросы получения условий оптимальности и численного решения задачи. Рассматриваются примеры задач оптимального импульсного управления с гистерезисом из математической экономики и экологии.

1. Samsonyuk O.N., Timoshin S.A. Optimal control problems with states of bounded variation and hysteresis // J. Global Optim. 2019. Vol. 74, № 3. P. 565–596.
2. Samsonyuk O.N., Timoshin S.A. BV solutions of rate independent processes driven by impulsive controls // IFAC-Papers OnLine. 2018. Vol. 51, № 32. P. 361–366.
3. Krejci P. Vector hysteresis models // European J. Appl. Math. 1991. Vol. 2. P. 281–292.
4. Krejci P., Recupero V. Comparing BV solutions of rate independent processes // J. Convex. Anal. 2014. Vol. 21. P. 121–146.
5. Kopfova J., Recupero V. BV-norm continuity of sweeping processes driven by a set with constant shape // J. Differential Eq. 2016. Vol. 261, № 10. P. 5875–5899.

\* Результаты получены в рамках госзадания Минобрнауки России по проекту «Теория и методы исследования эволюционных уравнений и управляемых систем с приложениями» (номер гос. регистрации 121041300060-4).

## ТЕМПЕРАТУРА КАК ФАКТОР РАЗВИТИЯ ЭКЗОГЕННЫХ ПРОЦЕССОВ (на примере о. Ольхон)

А.А. Светлаков, В.А. Пеллинен  
Институт земной коры СО РАН, Иркутск  
svetlakov@crust.irk.ru

Изменение климата в пределах Байкальской природной территории окажет влияние на температурное состояние пород, что может спровоцировать изменение экологической обстановки. Особенно ярко это будет проявлено на участках развития многолетнемерзлых пород, которые имеют островное распространение, и изменение температуры будет одним из триггеров развития экзогенных процессов.

Исследования проводились на территории о. Ольхон в пределах залива Харалдайский вблизи от п. Харанцы. Объектом исследования являются оползни разной степени активности. В геокриологическом отношении участок относится к области развития редких линз многолетнемерзлых пород, мощность их не превышает 10–15 м, а среднегодовая температура изменяется в пределах от  $-0.1$  до  $-0.2^{\circ}\text{C}$  [1]. Изменение температуры приведет к деградации мерзлых пород и активизации оползневых процессов, а также смещению пород.

Температура пород в пределах сезонно-талого слоя напрямую зависит от температуры воздуха, которая в пределах участка исследования имеет положительное значение, изменяется в пределах от  $0.2$  до  $1.7^{\circ}\text{C}$ . На момент бурения были вскрыты многолетнемерзлые породы со среднегодовой температурой на кровле  $-0.1^{\circ}\text{C}$ , но в ходе мониторинга температура перешла в положительный диапазон и продолжает повышаться. В период наблюдений за 2012 – 2022 гг. во всех скважинах в пределах искомого участка отмечены положительные среднегодовые показатели температуры в пределах сезонно-талого слоя.

На начальном этапе исследования в 2012 г. среднегодовая температура пород на глубине 3.6 м была отрицательной и составляла  $-0.1^{\circ}\text{C}$ , что соответствовало фондовым материалам, но уже в 2020 – 2022 гг. отрицательные значения температуры не зафиксированы. Диапазон колебаний изменяется в пределах от  $0.1$  до  $2.3^{\circ}\text{C}$ , среднегодовая температура в 2020–2022 гг. составила  $0.6$ – $0.7^{\circ}\text{C}$ . Многолетнемерзлые породы на данном участке перешли в талое состояние, о чем свидетельствует температура пород по всей мощности разреза.

Изменение температуры по массиву сезонно-талого слоя указывает на прямое участие многолетнемерзлых пород в активизации оползневого процесса. Наиболее активная фаза развития оползня приходилась в период, когда происходил переход от отрицательных температур к положительным. С момента перехода к положительным значениям происходит затухание процесса и стабилизация оползня.

- 1 Лещиков Ф.Н. Мерзлые породы Приангарья и Прибайкалья. Новосибирск: «Наука», 1978. 142 с.

# О СВЯЗИ НЕКОТОРЫХ ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ С ИНТЕГРИРУЕМЫМИ УРАВНЕНИЯМИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ\*

А.К. Свинин

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[svinin@icc.ru](mailto:svinin@icc.ru)

Мы рассматриваем целочисленные последовательности  $(T_n)_{n \geq 0}$ , определяемые линейным рекуррентным соотношением второго порядка,

$$T_{n+2} = P_n T_{n+1} + Q T_n, \quad P_{n+2} = P_n. \quad (1)$$

Примерами подобных целочисленных последовательностей могут служить числа Фибоначчи, числа Мерсенна, целочисленные решения уравнения Пелля или других диофантовых уравнений.

Как нетрудно убедиться, общее решение уравнения (1), определяемое начальными условиями  $(T_0, T_1)$  и коэффициентами  $(P_0, P_1, Q)$ , можно записать в виде

$$T_n = T_0 Q \frac{P_n}{P_0} D_{n-1} + T_1 D_n,$$

где  $(D_n)_{n \geq 0}$  – частное решение (1) с начальным условием  $D_0 = 0, D_1 = 1$ .

**Теорема 1.** Последовательность  $(T_n)_{n \geq 0}$  удовлетворяет билинейному уравнению

$$T_{n-m} T_{n+m} - \frac{P_n^2}{P_0^2} \frac{D_m^2}{(-Q)^{m-1}} T_{n-1} T_{n+1} + \frac{D_{m-1} D_{m+1}}{(-Q)^{m-1}} T_n^2 = 0, \quad (2)$$

если  $m$  четное и

$$T_{n-m} T_{n+m} - \frac{D_m^2}{(-Q)^{m-1}} T_{n-1} T_{n+1} + \frac{P_{n+1}^2}{P_0^2} \frac{D_{m-1} D_{m+1}}{(-Q)^{m-1}} T_n^2 = 0, \quad (3)$$

если  $m$  нечетное.

Доказательство этой теоремы фактически сводится к доказательству справедливости некоторых тождеств для последовательности  $(D_n)_{n \geq 0}$ . Как известно, эта последовательность обладает свойством делимости. Тождества (2) и (3) показывают схожесть последовательности  $(D_n)_{n \geq 0}$  с эллиптической делимой последовательностью  $(W_n)_{n \geq 0}$ , определенной в работе [3], которая удовлетворяет соотношению

$$W_{n-m} W_{n+m} = W_m^2 W_{n-1} W_{n+1} - W_{m-1} W_{m+1} W_n^2 = 0.$$

В докладе обсуждается установленная недавно связь последовательностей, определяемых соотношением (1) с интегрируемыми уравнениями математической физики, а именно в работе [1] доказана следующая теорема.

**Теорема 2.** Пусть  $z_n = \frac{T_n T_{n+2}}{(T_{n+1} T_{n+3})}$ . Последовательность  $(z_n)_{n \geq 0}$  удовлетворяет уравнению

$$z_{n+1} \left( \sum_{j=0}^{s-1} z_{n+j} - H^{(s)} \right) = z_{n+s} \left( \sum_{j=0}^{s-1} z_{n+j+2} - H^{(s)} \right), \quad (4)$$

для любого  $s \geq 2$ . При этом значения параметров  $H^{(s)}$  определяются рекуррентным соотношением

$$H^{(s+1)} = H^{(s)} + \frac{D_{s-2} D_{s+1}}{D_{s-1} D_s}, \quad H^{(2)} = \frac{2Q - P_0 P_1}{Q}.$$

\* Работа выполнена в рамках базового проекта 121041300058-1.

Уравнения вида (4) обладают так называемым представлением Лакса, которое дает некоторый набор первых интегралов [2]. Наиболее удобно записать определяющее соотношение для этих интегралов в неявной форме

$$\sum_{j=0}^r (-1)^j S_{s-j}^{r-j} (n+j) H_j^{(s)} = 0, \quad s \geq r, \quad r \geq 2,$$

где

$$S_s^r(n) = \sum_{0 \leq \lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_r \leq s-1} z_{n+\lambda_1+r-1} \dots z_{n+\lambda_r+1} z_{n+\lambda_r}$$

и для удобства положено  $H_0^{(s)} = 1$  и  $H_1^{(s)} = H^{(s)}$ .

1. Svinin A.K. On solutions for some class of integrable difference equations // J. Differ. Equ. Appl. 2022. Vol. 15, № 12. P. 1-17.
2. Svinin A.K. On integrals for some class of ordinary difference equations admitting a Lax representation // J. Phys. A: Math. Theor. 2016. Vol. 49. Art. № 095201.
3. Ward M. Memoir on elliptic divisibility sequences // Amer. J. Math. 1948. Vol. 70. P. 31-74.

# О КОНЦЕПЦИИ ДЕКОМПОЗИЦИОННОЙ ТРУДНОСТИ NP-ТРУДНЫХ ЗАДАЧ В ОГРАНИЧЕНИЯХ НА ПРИМЕРЕ SAT\*

А.А. Семенов

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[biclop Rambler@yandex.ru](mailto:biclop Rambler@yandex.ru)

Для современных алгоритмов решения комбинаторно трудных задач весьма часто важной оказывается следующая проблема: для конкретного алгоритма  $A$  и конкретной (индивидуальной) задачи  $I$  требуется понять, насколько задача  $I$  трудна для алгоритма  $A$ . Такого рода оценки трудности могут быть полезны при разработке параллельных способов решения рассматриваемых задач, а также для сравнения эффективности различных комбинаторных алгоритмов либо же различных эвристических техник, дополняющих некоторый базовый комбинаторный алгоритм. Ниже будет кратко описан подход к оцениванию трудности булевых формул относительно полных алгоритмов решения проблемы булевой выполнимости (SAT). Данный подход может быть естественным образом перенесен на любую комбинаторную задачу в ограничениях (Constraint Satisfaction Problem) с конечными доменами.

Как было отмечено в работе [1], весьма естественный способ получения оценок трудности булевых формул в КНФ дают так называемые «лазейки» (в англ. «Backdoors»). Само по себе понятие лазейки было введено в работе [2], причем в оригинальном определении для решения ослабленных вариантов исходной комбинаторной задачи использовался полиномиальный алгоритм. Нас будет интересовать только понятие сильной лазейки (Strong Backdoor Set).

**Определение 1.** Пусть  $C$  — булева формула в КНФ над множеством переменных  $X$  и  $A$  — некоторый полиномиальный алгоритм. Сильной лазейкой (Strong Backdoor Set, SBS) для  $C$  относительно  $A$  называется такое множество  $B, B \subseteq X$ , что SAT в отношении формулы вида  $C[\beta/B]$  разрешима алгоритмом  $A$  для любого  $\beta \in \{0,1\}^{|B|}$ .

В данном определении через  $\{0,1\}^{|B|}$  обозначено множество всевозможных наборов значений переменных из  $B$ , а через  $C[\beta/B]$  обозначена формула, являющаяся результатом подстановки в  $C$  набора  $\beta$ .

В [1] был отмечен следующий (впрочем, вполне очевидный) факт: если  $B$  некоторая сильная лазейка (далее «лазейка») для  $C$ , то величину  $2^{|B|} \cdot \text{poly}(|C|)$  ( $\text{poly}(\cdot)$  — некоторый полином) можно считать верхней оценкой трудности формулы  $C$ . Действительно, используя  $B$  и алгоритм  $A$ , мы можем построить алгоритм с указанной верхней оценкой сложности, который выдаст верное решение SAT в отношении  $C$ .

Сказанное означает, что в отношении произвольной формулы  $C$  и некоторого полиномиального алгоритма  $A$  (например, алгоритма решения SAT для 2-КНФ или хоровской КНФ) интересно найти лазейку наименьшей мощности. Соответственно, мы можем дать следующее определение трудности формулы  $C$  относительно  $A$ .

**Определение 2.** Для некоторого полинома  $\text{poly}(\cdot)$  назовем  $b$ -трудностью  $C$  (backdoor-hardness) относительно полиномиального алгоритма  $A$  следующую величину:

$$\mu_A^b(C) = \min_{\substack{B \subseteq X: \\ B \text{ is SBS}}} (2^{|B|} \cdot \text{poly}(|C|))$$

\* Исследование выполнено в рамках госзадания Минобрнауки России по проекту «Теоретические основы, методы и высокопроизводительные алгоритмы непрерывной и дискретной оптимизации для поддержки междисциплинарных научных исследований», № 121041300065-9.

К сожалению, проблема поиска SBS наименьшей мощности сама по себе NP-трудна [3], а единственный известный алгоритм, подходящий для ее решения – это алгоритм из статьи [2], который, как нетрудно показать, имеет на данной задаче сложность  $3^{|X|} \cdot \text{poly}(|C|)$ . При детальном анализе данного алгоритма становится понятно, что основная проблема его неэффективности есть следствие необходимости проверять разрешимость формул вида  $C[\beta/B]$  для всех возможных  $\beta \in \{0,1\}^{|B|}$ .

В статье [4] на основании обобщения идей, использовавшихся ранее в статьях [5–8], была предложена концепция декомпозиционной трудности SAT задач. Точнее, в [4] речь ведется о декомпозиционной трудности формулы  $C$  относительно полного детерминированного алгоритма решения SAT. Приведем соответствующее определение. Пусть теперь  $A$  – некоторый детерминированный полный алгоритм решения SAT (например, SAT решатель, основанный на CDCL [9]). Обозначим через  $t_A(C)$  время работы  $A$  на  $C$ , выраженное в любых удобных единицах (секунды, число применений правила единичного дизъюнкта, число конфликтов и т.п.). Введем в рассмотрение следующую величину, называемую декомпозиционной трудностью формулы  $C$  относительно алгоритма  $A$  и множества  $B, B \subseteq X$ :  $\mu_{A,B}^d(C) = \sum_{\beta \in \{0,1\}^{|B|}} t_A(C[\beta/B])$ .

**Определение 3.** Декомпозиционной трудностью (d-hardness) формулы  $C$  относительно полного детерминированного алгоритма  $A$  решения SAT назовем следующую величину:

$$\mu_A^d(C) = \min_{B \subseteq X} \mu_{A,B}^d(C)$$

На первый взгляд нет особой разницы в этих двух определениях за исключением того, что во втором используется неполиномиальный (в общем случае) алгоритм. Однако это не так ввиду того, что в случае с декомпозиционной трудностью мы можем не вычислять точное значение  $\mu_{A,B}^d(C)$ , а оценить это значение, используя вероятностные аргументы (впервые близкий по смыслу подход был предложен в [10]). Конкретно, оказывается (см. [4, 5]), что с тройкой  $C, A, B$  можно естественным образом связать случайную величину  $\xi_B$ , такую, что  $\mu_{A,B}^d(C) = 2^{|B|} \cdot E[\xi_B]$  ( $E[\xi_B]$  – математическое ожидание величины  $\xi_B$ ). Величину  $E[\xi_B]$  можно оценить, используя метод Монте-Карло, т.е. приблизить  $E[\xi_B]$  средним арифметическим по  $N$  независимым наблюдениям  $\xi_B: \xi^1, \dots, \xi^N$  – величиной  $\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \xi^j$ . Более точно, может быть построена так называемая  $(\varepsilon, \delta)$  – аппроксимация  $E[\xi_B]$  в терминах работы [11], где  $\varepsilon \in (0,1)$  – это точность (tolerance), а  $1 - \delta$  ( $\delta \in (0,1)$ ) – уровень доверия (confidence level). В отношении рассматриваемой задачи в [4] был установлен следующий факт.

**Теорема 1.** Пусть  $C$  – произвольная булева формула в КНФ,  $X$  – множество переменных, встречающихся в  $C$ , и  $A$  – произвольный полный детерминированный алгоритм решения SAT. Тогда для произвольных  $\varepsilon, \delta \in (0,1)$  и любого  $N \in \mathbb{N}$ :  $N \geq \frac{\text{Var}(\xi_B)}{\varepsilon^2 \delta E[\xi_B]}$ , имеет место следующее соотношение:

$$\Pr \left[ (1 - \varepsilon) E[\xi_B] \leq \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \xi^j \leq (1 + \varepsilon) E[\xi_B] \right] \geq 1 - \delta$$

Таким образом, для получения оценки величины  $\mu_{A,B}^d(C)$  нам достаточно запустить алгоритм  $A$  на некоторой случайной выборке объема  $N$ , образованной формулами вида  $C[\beta/B]$ ,  $\beta \in \{0,1\}^{|B|}$ , и дождаться завершения работы  $A$  на каждой такой формуле. Результат – оценка величины  $\mu_{A,B}^d(C)$ , полученная для любых фиксированных  $\varepsilon, \delta \in (0,1)$  при  $N$ , которое выбрано указанным выше образом.

Особо подчеркнем, что в отличие от b-трудности при построении оценки d-трудности нет необходимости вычислять  $t_A(C[\beta/B])$  для всех  $\beta \in \{0,1\}^{|B|}$ : достаточно вычислить данную величину лишь для некоторого набора  $\beta^1, \dots, \beta^N$ , выбранных из

$\{0,1\}^{|B|}$  независимо и равновероятно. Данный факт дает сведение задачи оценивания  $d$ -трудности формулы  $C$  относительно алгоритма  $A$  к задаче минимизации псевдоболевой функции вида  $F_{C,A,N}: \{0,1\}^{|X|} \rightarrow \mathbb{R}^+$ . Аргументы данной функции – это булевы векторы длины  $|X|$ , задающие различные варианты множества  $B$ . Значение функции на произвольном множестве  $B$  – это величина  $\frac{2^{|B|}}{N} \sum_{j=1}^N \xi_j$ . Заметим, что функция  $F_{C,A,N}$  не задана аналитически и соответственно для ее минимизации можно использовать богатый арсенал метаэвристических алгоритмов [12]: как алгоритмы локального поиска, так и эволюционные алгоритмы.

К сожалению, нередки ситуации, когда дисперсия  $\text{Var}(\xi_B)$  слишком велика и данный факт сильно снижает точность получаемой оценки. Поэтому актуальна проблема построения таких способов декомпозиции формулы  $C$ , для которых величины, подобные  $\xi_B$ , будут иметь малую дисперсию. Один тип такого рода декомпозиций был предложен в работе [13]. Конкретно, в [13] рассматривалась проблема проверки эквивалентности логических схем (Logical Equivalence Checking, LEC): в рамках данной задачи требуется доказать, что две логические схемы  $S_1, S_2$  задают одну и ту же дискретную функцию вида  $f: \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^m$ . Данная задача эффективно сводится к SAT (за линейное от числа функциональных элементов в  $S_1, S_2$  время) при помощи преобразований Цейтина [14]. В [13] понятие декомпозиционной трудности было обобщено до так называемой «трудности относительно SAT разбиения» (hardness w.r.t. SAT partitioning). В соответствующем определении рассматривается набор формул вида  $\Pi = \{G_1, \dots, G_S\}$ :  $C \wedge G_i \wedge G_j$  невыполнима для любых  $i, j \in \{1, \dots, S\}$ :  $i \neq j$ , и при этом КНФ  $C$  выполнима тогда и только тогда, когда выполнима формула  $C \wedge G_1 \vee \dots \vee C \wedge G_S$ . Если данные свойства выполняются, то  $\Pi$  называется SAT разбиением  $C$  (SAT partitioning) [15].

С произвольным SAT разбиением  $\Pi$  по аналогии с вышесказанным можно связать случайную величину  $\xi_\Pi$  и выразить трудность  $C$  относительно  $\Pi$  и детерминированного полного алгоритма решения SAT  $A$  в следующем виде:  $\mu_{A,\Pi}(C) = |S| \cdot \mathbb{E}[\xi_\Pi]$ . Для оценки  $\mathbb{E}[\xi_\Pi]$  можно использовать метод Монте-Карло. Ставится задача построения такого  $\Pi$ , чтобы дисперсия  $\text{Var}(\xi_\Pi)$  была относительно мала. В [13] были даны несколько общих принципов построения таких разбиений. Более подробно соответствующие результаты будут представлены в процессе доклада.

- 1 Ansotegui C., Bonet M.-L., Levy J. and Manyà F. Measuring the hardness of SAT instances. AAAI. 2008. P. 222–228.
- 2 Williams R., Gomes C., Selman B. Backdoors to typical case complexity. IJCAI. 2003. P. 1173–1178.
- 3 Dilkina B., Gomes C., Sabharwal A. Tradeoffs in the complexity of backdoors detection. CP. 2007. P. 256–270.
- 4 Semenov A., Chivilikhin D., Pavlenko A., Otpuschennikov I., Ulyantsev V., Ignatiev A. Evaluating the hardness of SAT instances using evolutionary computation algorithms. CP. 2021. № 37. P. 1–17.
- 5 Semenov A., Zaikin O. Algorithm for finding partitionings of hard variants of Boolean satisfiability problem with application to inversion of some cryptographic functions. SpringerPlus. 2016. Vol. 5, № 1. Article no. 554. P. 1–16.
- 6 Semenov A., Zaikin O., Otpuschennikov I., Kochemazov S., Ignatiev A. On cryptographic attacks using backdoors for SAT. AAAI. 2018. P. 6641–6648.
- 7 Zaikin O., Kochemazov S. On black-box optimization in divide-and-conquer SAT solving. Optimization method and software. 2019. Issue 4. P. 1–25.
- 8 Pavlenko A., Semenov A., Ulyantsev V. Evolutionary computation techniques for constructing SAT-based attacks in algebraic cryptanalysis. EvoApplications. 2019. P. 237–253.

- 9 Marques-Silva J., Lynce I., Malik S. Conflict driven clause learning SAT solvers. Handbook of Satisfiability. 2009. P. 131-153.
- 10 Семенов А.А., Заикин О.С. Алгоритмы построения декомпозиционных множеств для крупноблочного распараллеливания SAT задач. Известия Иркутского гос. университета. Серия: Математика. 2012. Т. 5, вып. 4. С. 79-94.
- 11 Karp R., Luby M., Madras N. Richard M. Karp, Michael Luby, and Neal Madras. Monte-carlo approximation algorithms for enumeration problems. J. Algorithms. 1989. Vol. 10, № 3. P. 429–448.
- 12 Luke S. Essentials of Metaheuristics. Lulu, second edition, 2013.
- 13 Semenov A., Chukharev K., Tarasov E., Chivilikhin D., Kondratiev V. Estimating the hardness of SAT encodings for Logical Equivalence Checking of Boolean circuits. [arXiv:2210.01484](https://arxiv.org/abs/2210.01484) [cs.AI].
- 14 Цейтин Г.С. О сложности вывода в исчислении высказываний. Записки научных семинаров ЛОМИ. 1968. Т. 8. С. 234-259.
- 15 Hyvarinen A.E.J. Grid-based propositional satisfiability solving. PhD Thesis. Aalto University. 2011.

# ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ АЛГОРИТМА ГАРМОНИЧЕСКОГО ПОИСКА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НЕЛОКАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ\*

П.С. Сороковиков

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[pavel@sorokovikov.ru](mailto:pavel@sorokovikov.ru)

Проблема поиска глобального оптимума невыпуклой многоэкстремальной функции продолжает оставаться одной из самых трудных в теории оптимизации и в практических приложениях. Исследования по созданию численных методов нелокальной оптимизации ведутся достаточно активно в последние годы. В наши дни специалистами предложено существенное количество поисковых алгоритмов различного генезиса [1], каждый из которых имеет свои вычислительные характеристики. Одними из таких алгоритмов являются метаэвристики, «инспирированные природой» (см., напр., [2–4]), рост популярности которых связан с увеличением мощностей вычислительной техники и необходимостью решения оптимизационных задач большой размерности.

Алгоритм гармонического поиска (Harmony Search, HS) для решения задач нелокальной оптимизации, предложенный Z.W. Geem [5] в Корейском университете (Сеул, Южная Корея), представляет собой алгоритм, инспирированный процессом поиска музыкантами гармонии в музыке и оперирующий множеством поисковых агентов. Работа посвящена численному исследованию свойств алгоритма HS путем проведения многовариантных вычислительных экспериментов на наборе тестовых мультимодальных задач.

Рассматривается проблема поиска глобального минимума невыпуклой функции с параллелепипедными ограничениями:

$$f(x) \rightarrow \min, x \in B, B = \{x \mid x = (x_1, x_2, \dots, x_n), \alpha_i \leq x_i \leq \beta_i, i = \overline{1, n}\}.$$

В качестве тестовых примеров рассмотрены многоэкстремальные задачи, часто используемые при исследовании алгоритмов глобальной оптимизации. Некоторые из тестовых оптимизационных задач приведены ниже.

## 1. Функция Ackley

$$f(x) = 20 + e - 20 \cdot e^{-0.2 \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}} - e^{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)}, B = [-30.0, 30.0]^n, n = 100.$$

## 2. Функция Salomon

$$f(x) = 1 - \cos\left(2\pi \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}\right) + 0.1 \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}, B = [-100.0, 100.0]^n, n = 100.$$

## 3. Функция Wavy

$$f(x) = 1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(10x_i) e^{\frac{x_i^2}{2}}, B = [-\pi, \pi]^n, n = 100.$$

Точка и значение глобального минимума в указанных задачах:  $x_i^* = 0.0, f^* = 0.0$ .

Численное исследование алгоритма HS производилось в сравнении с метаэвристическими алгоритмами роя частиц (Particle Swarm Optimization, PSO) [6], опыления цветков (Flower Pollination Algorithm, FPA) [7], оптимизации по принципу «учитель–ученик» (Teaching–Learning–Based Optimization, TLBO) [8] и другими. Алгоритмы были реализованы в единых программных стандартах на языке C (GCC \ MinGW).

\*Работа выполнена за счет субсидии Минобрнауки России в рамках проекта «Теория и методы исследования эволюционных уравнений и управляемых систем с их приложениями» (№<sup>о</sup> гос. регистрации: 121041300060-4).

Идентичные условия тестирования были обеспечены для алгоритмов, каждый из которых запускался 50 раз из одних и тех же начальных популяций, равномерно распределенных в области определения целевой функции. Размерность тестовых задач составляла 100 переменных. Количество поисковых агентов равнялось 10. Единым критерием останова для всех алгоритмов являлось превышение 10000 обращений к оракулу нулевого порядка. На рис. 1 приведены результаты численного сравнения алгоритмов в виде диаграмм размаха. По оси ординат отложены усредненные значения функции по всей популяции. В табл. 1 представлена статистика по запускам: минимальное, максимальное и среднее значения, стандартное отклонение.

Выполненные вычислительные эксперименты продемонстрировали конкурентоспособность алгоритма HS, по крайней мере, для вышеописанных условий.

Таблица 1. Обобщенные результаты тестирования алгоритмов

Алгоритм	Минимальное значение			Максимальное значение		
	Ackley	Salomon	Wavy	Ackley	Salomon	Wavy
HS	14.8396	17.9706	<b>0.3767</b>	<b>15.8857</b>	23.3859	<b>0.4718</b>
PSO	14.0553	15.5999	0.7402	16.2889	<b>22.0999</b>	0.8935
FPA	<b>5.1269</b>	15.7101	0.7253	16.1793	23.9032	0.8643
TLBO	19.5214	<b>15.5558</b>	0.8552	20.0787	23.9375	0.9034
Алгоритм	Среднее значение			Стандартное отклонение		
	Ackley	Salomon	Wavy	Ackley	Salomon	Wavy
HS	15.4964	21.1284	<b>0.4256</b>	0.2507	<b>1.1287</b>	0.0176
PSO	15.2011	19.0001	0.8328	0.5299	1.4415	0.0291
FPA	<b>12.9104</b>	<b>18.8252</b>	0.8214	2.4243	1.6271	0.0302
TLBO	19.9383	20.4398	0.8886	<b>0.0814</b>	1.6732	<b>0.0081</b>

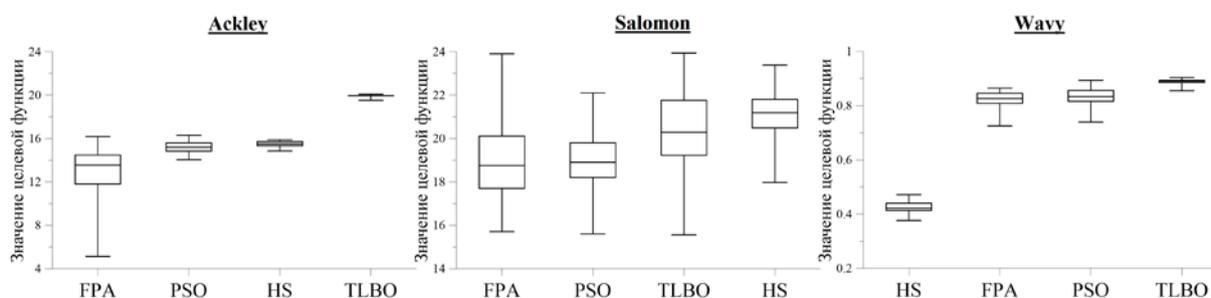


Рис. 1. Диаграммы численного сравнения алгоритмов

1. Floudas C.A., Pardalos P.M. Encyclopedia of optimization. NY.: Springer Science & Business Media, 2009. 4626 p.
2. Xing B., Gao W.J. Innovative computational intelligence: a rough guide to 134 clever algorithms. Cham: Springer, 2014. 451 p.
3. Пантелеев А.В., Скавинская Д.В. Метаэвристические алгоритмы глобальной оптимизации. М.: Вузовская книга, 2019. 332 с.
4. Yang X.S. Nature-inspired metaheuristic algorithms. Frome: Luniver Press, 2010. 148 p.
5. Geem Z.W., Kim J.H., Loganathan G.V. A new heuristic optimization algorithm: harmony search // Simulation. 2001. Vol. 76, № 2. P. 60–68.
6. Kennedy J., Eberhart R. Particle swarm optimization // Proceedings of ICNN'95-International Conference on Neural Networks. 1995. Vol. 4. P. 1942–1948.
7. Yang X.S. Flower pollination algorithm for global optimization // International Conference on Unconventional Computing and Natural Computation. 2012. P. 240–249.
8. Rao R.V., Savsani V.J., Vakharia D.P. Teaching–learning-based optimization: a novel method for constrained mechanical design optimization problems // Computer-Aided Design. 2011. Vol. 43, № 3. P. 303–315.

## НИЗКОПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ АТОМНЫЕ КЛАСТЕРЫ МОРСА РАЗМЕРНОСТЕЙ ОТ 460 ДО 590 АТОМОВ

П.С. Сороковиков, А.Ю. Горнов

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[pavel@sorokovikov.ru](mailto:pavel@sorokovikov.ru), [gornov@icc.ru](mailto:gornov@icc.ru)

В настоящее время продолжает возрастать интерес к проблеме получения сверх-мелко-дисперсных структур атомных кластеров. Цель подобных исследований заключается в нахождении кластерной структуры с минимальной потенциальной энергией. Многие задачи поиска низко-потенциальных состояний атомных кластеров заключаются в минимизации невыпуклых многоэкстремальных функций [1], характеризуются чрезвычайно быстрым увеличением количества локальных оптимумов с ростом числа переменных. Одной из таких задач является оптимизация кластеров Морса:

$$f(x) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N e^{\rho(1-r_{ij})} (e^{\rho(1-r_{ij})} - 2) \rightarrow \min, \rho = 3,$$

$$r_{ij} = \sqrt{\left(x_{3(i-1)+1} - x_{3(j-1)+1}\right)^2 + \left(x_{3(i-1)+2} - x_{3(j-1)+2}\right)^2 + \left(x_{3(i-1)+3} - x_{3(j-1)+3}\right)^2}.$$

К настоящему времени опубликованы результаты расчетов для кластеров Морса из 5–147 (в базе данных [1]), 148–240 (в работах групп из Китая [2] и Португалии [3]), 241–450 атомов (в ранних публикациях авторов и А.С. Аникина). В данной работе проведены системные численные расчеты нахождения низкоэнергетических состояний кластеров из 460–590 атомов с шагом 10 (см. табл. 1). В качестве метода глобальной оптимизации использовалась модификация алгоритма MSBH («Monotonic Sequence Basin-Hopping»), методов локального поиска – квазиньютоновский алгоритм L-BFGS, декомпозиционный «рейдер-метод», модификация нелокального метода дихотомии.

Таблица 1. Наилучшие найденные значения

N	Значение	N	Значение
460	-6243.648248019	530	-7378.800085184
470	-6403.362569640	540	-7548.160215814
480	-6559.388536652	550	-7700.516816109
490	-6718.903820962	560	-7881.460359659
500	-6893.650167511	570	-8034.433295304
510	-7054.414052166	580	-8210.328569772
520	-7216.954714920	590	-8374.874243188

Сравнительный анализ результатов системных расчетов не выявил резких отклонений от наблюдаемой закономерности найденных значений потенциалов, описывающей их рост в зависимости от числа атомов. Авторам неизвестно о других работах, в которых приводятся результаты вычислительных экспериментов для кластеров Морса рассматриваемых размерностей.

- 1 The Cambridge Energy Landscape Database. URL: <http://www-wales.ch.cam.ac.uk/CCD.html>.
- 2 Feng Y., Cheng L., Liu H. Putative global minimum structures of Morse clusters as a function of the range of the potential:  $161 \leq n \leq 240$  // Journal of Physical Chemistry A. 2009. Vol. 113, № 49. P. 13651–13655.
- 3 Marques J.M.C., Pais A., Abreu P.E. On the use of big-bang method to generate low-energy structures of atomic clusters modeled with pair potentials of different ranges // Journal of Computational Chemistry. 2012. Vol. 33, № 4. P. 442–452.

# ЭКСПЕРТНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УНИМОДАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ\*

П.С. Сороковиков, А.Ю. Горнов

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН

[pavel@sorokovikov.ru](mailto:pavel@sorokovikov.ru), [gornov@icc.ru](mailto:gornov@icc.ru)

В последние годы теория машинного обучения развивается очень активно и привлекает внимание многих специалистов в связи с ее успешным применением в прикладных задачах. Методология обучения с подкреплением является относительно новым разделом теории машинного обучения (см., напр., [1]). В ее основе лежит гипотеза о наличии возможности регулярного получения дополнительной достаточно качественной информации о среде, окружающей обучаемый объект.

В работе предложен экспертный метод для решения задач унимодальной оптимизации с применением методик обучения с подкреплением. Рассматривается следующая оптимизационная задача с параллелепипедными ограничениями:

$$f(x) \rightarrow \min, x \in X, X = \{x \mid x = (x_1, x_2, \dots, x_n), \underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i, i = \overline{1, n}\}.$$

В экспертном методе запоминаются все выполненные на итерациях пробы, и формируется полная база проб («экспертов»). На основании выбранных проб и рекорда, которые выполняют роль информационных точек (носителей информации – «экспертов»), с использованием суррогатной модели принимается решение о точке, в которой выполняется следующая проба. Указанная процедура позволяет максимально уменьшить количество проб на итерации. Пошаговое описание алгоритма, основанного на экспертном методе, представлено ниже.

## Алгоритм экспертного метода

1. Задаются параметры алгоритма:

$N_{\text{exp}} \in [1; 10^5] \subset Z$  – количество экспертных агентов (экспертов) в базе;

$D_{\text{prob}} \in [10^{-12}; 1] \subset R$  – размер шага дополнительной пробы по экспериментальному направлению к экспертному агенту.

2. Генерируются случайным образом  $N_{\text{exp}}$  экспертных агентов  $EXP_i, i = \overline{1, N_{\text{exp}}}$  и заносятся в базу.

3. Выбирается начальное приближение  $x_0, x_{\text{REC}} = x_0$  – агент с рекордным значением функции  $f_{\text{REC}} = f(x_0)$ .

На  $k$ -й итерации ( $k \geq 0$ ):

4. Для каждого эксперта из базы  $EXP_i, i = \overline{1, N_{\text{exp}}}$ :

4.1. Формируется вектор  $r = x_{\text{REC}} - EXP_i$ .

4.2. Выполняется новая проба  $x_{\text{NEW}}$  следующим образом:

$$x_{\text{NEW}} = x_{\text{REC}} + D_{\text{prob}} \cdot r.$$

4.3. Осуществляется проверка нового приближения  $x_{\text{NEW}}$  на выход за границы параллелепипеда:

если  $x_{\text{NEW}}^j < \underline{x}^j$ , то  $x_{\text{NEW}}^j = \underline{x}^j$ ;

если  $x_{\text{NEW}}^j > \bar{x}^j$ , то  $x_{\text{NEW}}^j = \bar{x}^j, j = \overline{1, n}$ .

\* Работа выполнена за счет субсидии Минобрнауки России в рамках проекта «Теория и методы исследования эволюционных уравнений и управляемых систем с их приложениями» (№<sup>о</sup> гос. регистрации: 121041300060-4).

4.4. Вычисляется значение целевой функции  $f_{NEW} = f(x_{NEW})$ .

4.5. Если  $f_{NEW} < f_{REC}$ , то  $f_{REC} = f_{NEW}$ ,  $x_{REC} = x_{NEW}$ .

4.6. Вычисляются  $k_1$ ,  $k_2$  по следующим формулам:

$$k_1 = \frac{f_{NEW} - f_{REC} - (f(EXP_i) - f_{REC}) \cdot D_{prob}^2}{D_{prob} - D_{prob}^2};$$

$$k_2 = f(EXP_i) - f_{REC} - k_1.$$

4.7. В зависимости от значения  $k_2$  вычисляется шаг  $d$ :

если  $k_2 > 0$ , то  $d = -\frac{k_1}{2k_2}$ ;

если  $k_2 \leq 0$ , то  $d = -D_{prob}$ .

4.8. Выполняется новая проба  $x_{NEW}$  следующим образом:

$$x_{NEW} = x_{REC} + d \cdot r.$$

4.9. Повторяются шаги 4.3, 4.4, 4.5.

4.10. Агент  $x_{NEW}$  записывается в базу в качестве нового эксперта:

$$EXP_i = x_{NEW}.$$

5. Эксперты  $EXP_i$ ,  $i = \overline{1, N_{exp}}$  сортируются по возрастанию значений целевой функции.

Итерация завершена.

Предложенный алгоритм реализован на языке C (GCC \ MinGW) и интегрирован в специализированное программное обеспечение МЕОРТ [2]. Выполнено тестирование алгоритма на коллекции оптимизационных задач.

Проведенные экспериментальные исследования свидетельствуют о работоспособности методик обучения с подкреплением применительно к построению конкурентоспособных оптимизационных алгоритмов и перспективности реализованного алгоритма для решения задач невыпуклой унимодальной оптимизации. Приводятся результаты вычислительных экспериментов.

1 Sutton R.S., Barto A.G. Reinforcement learning: An introduction. MIT press, 2018.

2 Сороковиков П.С., Горнов А.Ю. Пакет программ МЕОРТ для решения невыпуклых задач параметрической идентификации // Информационные и математические технологии в науке и управлении. 2022. № 2(26). С. 53–60.

# УСЛОВИЯ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ ДЛЯ ОБЩЕЙ ЗАДАЧИ ДС ОПТИМИЗАЦИИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ РАЗРАБОТКИ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДС ОПТИМИЗАЦИИ И ИЕРАРХИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

А.С. Стрекаловский

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН

Хорошо известно, что большинство прикладных задач оптимизации оказываются невыпуклыми и поэтому могут обладать большим (часто, огромным) числом стационарных и локальных решений, весьма далеких от искомого глобального решения.

С другой стороны, существующие классические теории и методы оптимизации не позволяют «выскочить» из «локальной ямы» и поэтому достичь искомого глобального решения.

Несмотря на фантастический технический прогресс в компьютерных технологиях, проблемы поиска глобального решения в невыпуклых задачах оптимизации, к которым сводятся и многие классические задачи (решение систем нелинейных уравнений, численный поиск равновесий, скажем, по Нэш, оптимистических (не говоря о пессимистических) решений иерархических систем управления и задач с нелинейной динамикой и т.д. и т.п.), проблема поиска глобальных решений в невыпуклых задачах не только остается актуальной, но и приобретает особую остроту. К тому же новые (переборные) методы (ветвей и границ, покрытий и использования кривых Пеано) приводят к «проклятию размерности» (когда объем вычислений растет экспоненциально с ростом размерности задачи). Популярность «биоиницированных» методов (не имеющих никаких теорем сходимости) только резче оттеняет беспомощность существующих технологий решения, даже с использованием самых современных суперкомпьютеров в поиске глобальных решений.

В представляемых на конкурс статьях разработан новый математический инструмент для отыскания глобальных решений невыпуклых задач оптимизации с ограничениями типа равенств и неравенств, задаваемых ДС функциями (разностью выпуклых функций). Ядром нового аппарата являются Условия Глобальной Оптимальности (УГО) [1-4], обладающие алгоритмическим (конструктивным) свойством, когда нарушение главного неравенства УГО ведет к построению допустимого вектора, лучшего, чем исследуемый. При этом в статье [1] обоснована неэффективность использования функции Лагранжа в УГО для задач ДС оптимизации с ограничениями.

В статье [2] используется сведение гладкой задачи с ограничениями-неравенствами к задаче без ограничений с помощью теории Точного Штрафа. На этой основе доказаны УГО, эффективность которых продемонстрирована примерами. В работах [3-4] производится обобщение полученных в [2] результатов на негладкий случай. В [2-4] доказано, в частности, что ККТ-теорема оказывается частным случаем полученных результатов, а примеры демонстрируют возможность выхода из «локальных ям» с помощью УГО.

В работе [5] представлен новый метод локального поиска (МЛП) для негладкой задачи ДС минимизации с ДС ограничениями типа равенства и неравенства. Идея метода инициирована УГО, где производится линеаризация по базовой невыпуклости задачи, в

результате чего имеем семейство выпуклых задач. Впервые доказана сходимость такого метода локального поиска к критической точке, являющейся решением линеаризованной (в этой самой критической точке) задачи. Здесь, так же как в УГО, установлена связь критичности вектора с ККТ-теоремой. Наконец, обсужден вопрос о критериях останова МЛП.

В работе [6] рассматривается проблема поиска оптимистического решения в двухуровневой задаче оптимизации с квадратичными данными.

Вначале задача сводится к одноуровневой задаче оптимизации с невыпуклостью в целевой функции.

Затем для последней задачи строится специальный метод локального поиска и исследуется его сходимость.

После этого предлагаются соответствующие УГО и на их основе разрабатывается специальная схема глобального поиска, эффективность которой демонстрируется результатами успешного вычислительного эксперимента на задачах большой размерности.

Думается, что спектр результатов, представленный в работах [1-6], демонстрирует значительную эффективность разработанной методологии решения невыпуклых оптимизационных задач.

1. Strekalovsky A.S. Global Optimality Conditions in Nonconvex Optimization // Journal of Optimization Theory and Applications. 2017. Vol. 173, № 3. P. 770-792.
2. Strekalovsky A.S. Global optimality conditions and exact penalization // Optimization Letters. 2019. Vol. 13, № 3. P. 597-615.
3. Стрекаловский А.С. Новые условия глобальной оптимальности в задаче с D.C. ограничениями // Труды института математики и механики УрО РАН. 2019. Т. 25, № 1. С. 245-261.
4. Strekalovsky A.S. On global optimality conditions for D.C. Minimization problems with D.C. Constraints // Journal of Applied and Numerical Optimization. 2021. Vol. 3, №1. P. 175-196.
5. Strekalovsky A.S. Local Search for Nonsmooth DC Optimization with DC Equality and Inequality // Constraints Numerical Nonsmooth Optimization: State of the Art Algorithms. Cham: Springer, 2020. P. 229-261.
6. Strekalovsky A.S., Orlov A.V. Global Search for Bilevel Optimization with Quadratic Data // Bilevel optimization: advances and next challenges, Springer Optimization and Its Applications. Springer International Publishing. 2020. Vol. 161. P. 313-334.

## РАЗРАБОТКА МНОГОЦЕЛЕВОЙ СТРАТЕГИИ ОБСЛЕДОВАНИЯ ПОЛЯ КОНЦЕНТРАЦИИ МОБИЛЬНЫМИ РОБОТАМИ

А.А. Толстихин

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[madstayler93@gmail.com](mailto:madstayler93@gmail.com)

Задача обследования поля концентрации в настоящее время привлекает особое внимание мирового научного сообщества. Это связано с большим количеством как практических, так и фундаментальных постановок. Особенно ярко это наблюдается в сфере подводных исследований. В настоящее время выделяются три основных цели обследования поля концентрации:

- поиск источника, заключающийся в обнаружении одной или нескольких экстремальных точек функции поля, а также дальнейшего отслеживания их перемещений в пространстве;
- воссоздание линий уровня, которые в случае нестационарного поля могут со временем перемещаться;
- картографирование поля на заданной обследуемой области.

Однако последняя подзадача зачастую носит вспомогательный характер и значительно реже рассматривается отечественными и иностранными учеными.

В данной работе предлагается многоцелевая стратегия управления скоординированной группой мобильных роботов. Ее особенностью является параллельное решение двух первых подзадач при обследовании нестационарного поля концентрации, имеющего ровно один источник. Нестационарность поля обуславливается зависимостью абсолютного значения величины поля в экстремальной точке и координат нулевой линии уровня – фронта – от времени. При этом последняя может иметь в том числе и невыпуклый характер. Важным ограничением является отсутствие иных механизмов ощущения агентами окружающей среды помимо непосредственного измерения величины поля в своих текущих координатах.

В рамках предлагаемой стратегии агенты представляются интеграторами второго порядка, управление которыми формируется взвешенной суммой нескольких сил, воздействующих на агента. Обнаружение координат источника обеспечивается биологически вдохновленным подходом, основанным на поведении омаров при поиске пищи и имеющим градиентную природу. Подход к поиску границ фронта имеет характер управления с переключениями. Однако за счет сглаживающей функции переключение между режимами происходит гладко, а управление не терпит разрывов.

Для тестирования предлагаемой стратегии была проведена серия экспериментов в рамках специально созданной программной среды. Объектом обследования являлось поле следующего вида:

$$u(t, x) = \left( \varphi(t) - \frac{1}{r^2} \|x - x_0\|^2 \right)^3,$$

где  $\varphi(t)$  – некоторая функция, определяющая динамику фронта,  $r$  – размер источника поля,  $x_0$  – его координаты. Результаты проведенных тестов демонстрируют приемлемую точность и скорость решения каждой из подзадач, достигаемые даже при относительно малом количестве агентов.

- 1 Hwang J., Bose N., Fan S. AUV Adaptive Sampling Methods // Applied Sciences. 2019. Vol. 9. P. 1–30.
- 2 Киселев Л.В. Управление движением автономного подводного робота при траекторном обследовании физических полей океана // Автоматика и телемеханика. 2009. № 4. С. 141–148.

МНОГОМЕТОДНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ  
В СИСТЕМАХ С ФАЗОВЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

А.И. Тятюшкин

Институт динамики систем и теории управления СО РАН имени В.М. Матросова

[tjat@icc.ru](mailto:tjat@icc.ru)

Рассматривается задача оптимального управления с фазовыми ограничениями

$$\dot{x} = f(x, u, t), \quad x(t^0) = x^0, \quad t \in T = [t_0, t_1], \quad x(t) \in R^n, \quad u(t) \in R^r, \quad (1)$$

$$I_j(u) = \varphi^j(x(t_1)) = 0, \quad j = \overline{1, m}, \quad (2)$$

$$J_i(u, t) = g^i(x(t)) = 0, \quad i = \overline{1, s}, \quad t \in T, \quad (3)$$

$$\alpha_l(t) \leq u_l(t) \leq \beta_l(t), \quad l = \overline{1, r}, \quad t \in T. \quad (4)$$

$$I_0(u) = \varphi^0(x(t_1)) \rightarrow \min. \quad (5)$$

Градиенты функционалов  $I_j(u)$ ,  $j = \overline{0, m}$ , с помощью функций  $H^j(\psi_j, x, u, t) = \psi_j' f(x, u, t)$  и сопряженной системы

$$\dot{\psi}_j = -f_x(x, u, t)' \psi_j(t), \quad \psi_j(t_1) = -\varphi_j'(x(t_1)) \quad (6)$$

традиционно определяются по формулам

$$\nabla I_j(u) = -H_u^j(\psi_j, x, u, t), \quad j = \overline{0, m}. \quad (7)$$

Для каждого  $t \in T$  можно аналогично вычислить градиенты функционалов

$$J_j(u, t), \quad j = \overline{1, s}:$$

$$\nabla I_j(u, t) = -\bar{H}_u^j(\Phi_j, x, u, t, \tau), \quad t_0 \leq \tau \leq t \leq t_1, \quad (8)$$

где  $\bar{H}^j(\Phi_j, x, u, t, \tau) = \Phi_j'(t, \tau) f(x, u, \tau)$ ,  $\Phi_j(t, \tau)$ ,  $j = \overline{1, s}$  – решения сопряженной системы

$$\frac{\partial \Phi_j(t, \tau)}{\partial \tau} = -\frac{\partial f(x, u, \tau)}{\partial x} \Phi_j(t, \tau), \quad \tau \in [t_0, t] \quad (9)$$

с краевыми условиями

$$\Phi_j(t, t) = -\frac{\partial g^j(x(t))}{\partial x}, \quad j = \overline{1, s}.$$

Пусть  $u^k(t)$  – текущее приближение управления, а  $x^k(t)$  – фазовая траектория, соответствующая  $u^k(t)$ ,  $t \in T$ . Используя градиенты (7), (8), линеаризуем условия (2), (3) в окрестности  $u^k$ :

$$I_i^L(u^k, u) = I_i(u^k) + \int_{t_0}^{t_1} \nabla I_i(u^k, t)' (u(t) - u^k(t)) dt = 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad (10)$$

$$J_j^L(u^k, u, \tau) = J_j(u^k, \tau) + \int_{t_0}^{\tau} \nabla J_j(u^k, t)' (u(t) - u^k(t)) dt = 0, \quad j = \overline{1, s}, \quad \tau \in T. \quad (11)$$

Построим модифицированную функцию Лагранжа для задачи (1)-(5) в следующем виде:

$$\begin{aligned}
L(u, u^k, \lambda^k, \mu^k, \rho) = & I_0(u) - \lambda^{k'} (I(u) - I^L(u^k, u)) - \int_{t_0}^{t_1} \mu^k(t)' (J(u, t) - J^L(u^k, u, t)) dt + \\
& + \frac{\rho}{2} (I(u) - I^L(u^k, u))' (I(u) - I^L(u^k, u)) + \frac{\rho}{2} \int_{t_0}^{t_1} (J(u, t) - J^L(u^k, u, t))' (J(u, t) - J^L(u^k, u, t)) dt \\
& + \frac{\rho}{2} \int_{t_0}^{t_1} (J(u, t) - J^L(u^k, u, t))' (J(u, t) - J^L(u^k, u, t)) dt, \quad (12)
\end{aligned}$$

$$I = (I_1, I_2, \dots, I_m)', \quad I^L = (I_1^L, I_2^L, \dots, I_m^L)', \quad J = (J_1, J_2, \dots, J_s)',$$

$$J^L = (J_1^L, J_2^L, \dots, J_s^L)'; \quad \lambda^k = (\lambda_1^k, \lambda_2^k, \dots, \lambda_m^k)'; \quad \mu^k(t) = (\mu_1^k(t), \mathbf{K}, \mu_s^k(t))'$$

– множители Лагранжа;  $\rho \geq 0$  – некоторый штрафной коэффициент.

На  $k+1$ -й итерации рассматриваемого метода решается задача минимизации функционала (12) на решениях системы (1) при линейных ограничениях (10), (11), (4). При решении задачи находятся новые значения множителей Лагранжа  $\lambda_j^{k+1}$ ,  $j = \overline{1, m}$ , и  $\mu_j^{k+1}(t)$ ,  $j = \overline{1, s}$ ,  $t \in T$ . Связь между значениями  $\lambda^k$ ,  $\mu^k(t)$  и  $\lambda^{k+1}$ ,  $\mu^{k+1}(t)$  устанавливается необходимым условием оптимальности для управления  $u^{k+1}$  в задаче (10)-(12):

**Теорема.** Если  $u^{k+1}$  – оптимальное решение вспомогательной задачи (10)-(12), то найдутся такие  $\lambda^{k+1}$  и  $\mu^{k+1}(t)$ ,  $t \in T$ , которые будут удовлетворять следующим условиям:

$$G(t) = -f_u(x^k, u^k, t)' \eta(t) - f_u(x^{k+1}, u^{k+1}, t)' \psi(t) = 0,$$

где  $\eta(t)$  и  $\psi(t)$  – решения следующих систем:

$$\dot{\eta}(t) = -f_x(x^k, u^k, t)' \eta(t) - g_x(x^k)' (\mu^{k+1}(t) - \bar{\mu}^k(t)), \quad t \in T,$$

$$\eta(t_1) = \varphi_x(x^k(t_1))' (\lambda^{k+1} - \bar{\lambda}^k);$$

$$\dot{\psi}(t) = -f_x(x^{k+1}, u^{k+1}, t)' \psi(t) - g_x(x^{k+1})' \bar{\mu}^k, \quad t \in T,$$

$$\psi(t_1) = -\varphi_x^0(x^{k+1}(t_1)) + \varphi_x(x^{k+1}(t_1))' \bar{\lambda}^k;$$

$$\bar{\lambda}^k = \lambda^k - \rho (I(u^{k+1}) - I^L(u^k, u^{k+1})), \quad \bar{\mu}^k(t) = \mu^k(t) - \rho (J(u^{k+1}, t) - J^L(u^k, u^{k+1}, t)),$$

$$t \in T, \quad \varphi = (\varphi^1, \mathbf{K}, \varphi^m)', \quad g = (g^1, \mathbf{K}, g^s)'$$

Программное обеспечение, разработанное на основе данного подхода и реализующее многометодную технологию расчета оптимального управления и оптимальных параметров [1, 3, 4], успешно применяется для решения сложных прикладных задач оптимального управления из различных областей науки и техники [1]. Применение эффективной технологии расчета управления особенно актуально в управляемых системах реального времени, например, в системах управления летательными аппаратами, обладающих высокой маневренностью. Так при проектировании СУ-57 (мирового лидера по маневренности) для решения серии задач оптимального маневрирования [2] использовалось данное программное обеспечение.

Проведенные вычислительные эксперименты [3] подтверждают эффективность предложенной технологии при решении прикладных задач оптимального управления. Установлено, что применение многометодной технологии – нередко единственный

способ получения численного решения в сложной задаче оптимального управления, так как сходимость каждого из методов в отдельности прекращалась до получения оптимального решения. Изложенные в докладе численные методы оптимизации параметров и управляющих функций конструктивно учитывают фазовые ограничения путем применения эффективных алгоритмов линейного и нелинейного программирования [5] для решения вспомогательных задач большой размерности. На внешних итерациях этого метода решаются задачи минимизации специально сконструированного нелинейного функционала – модифицированного лагранжиана при линеаризованных на полученном приближении фазовых ограничениях. Приближенное решение этих задач находится итерационным методом приведенного градиента с использованием сопряженной системы для расчета градиентов. Высокая трудоемкость внешней итерации этого алгоритма окупается тем, что наряду с улучшением управления здесь одновременно уточняются и значения двойственных переменных, через которые формируются необходимые условия оптимальности и вычисляется оптимальное управление в задаче с фазовыми ограничениями.

1. Тятюшкин А.И. Многометодные алгоритмы для решения сложных задач оптимального управления // ЖВМ и МФ. 2021. Т. 61, № 2. С. 189–205.
2. Тятюшкин А.И., Федунев Б.Е. Возможности защиты от атакующей ракеты задней полусферы самолета вертикальным маневром // Известия РАН, ТиСУ. 2006. № 1. С. 111–125.
3. Тятюшкин А.И. Многометодная оптимизация управления в сложных прикладных задачах // ЖВМ и МФ. 2019. Т. 59, № 2. С. 235–246.
4. Тятюшкин А.И. Многометодная технология оптимизации управляемых систем. Новосибирск: Наука, 2006.
5. Габасов Р., Кириллова Ф.М., Тятюшкин А.И. Конструктивные методы оптимизации. Ч. 1: Линейные задачи. Минск: Университетское, 1984.

## БАЗОВЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ВЕБ-КОНСТРУИРОВАНИЯ ПРОЕКТОВ С ВНЕДРЕНИЕМ ТЕХНОЛОГИЙ ДОПОЛНЕННОЙ РЕАЛЬНОСТИ

Я.А. Угорская

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[z\\_942011@mail.ru](mailto:z_942011@mail.ru)

Интеграция дополненной реальности в веб-пространство имеет ряд преимуществ по сравнению с подходом, основанном на разработке отдельных приложений, который применялся в прошлые годы.

WebAR – это технология дополненной реальности, реализованная в виде веб-проекта, предоставляющая возможность пользователям погрузиться в иммерсивный контент, не устанавливая дополнительные приложения, а используя только встроенный браузер на имеющихся у них мобильных устройствах [1].

Технология является кроссплатформенной, позволяет реализовывать конструкции с динамической обработкой данных, в том числе с датчиков различных устройств, формировать визуализации сложных трехмерных моделей с использованием анимации.

Целью исследования является определение базовых элементов веб-конструкции с внедрением технологий дополненной реальности и построение на их основе общей архитектуры комплексного инженерного проекта.

В первую очередь были определены «базовые элементы» дополненной реальности.

Поводом для внедрения на экран устройства смоделированного на компьютере предмета (оверлея) – является триггер, роль которого могут выполнять различные элементы: предопределенный маркер, картинка, объекты реального мира (лицо и тело человека, стационарные и архитектурные объекты), положение пользователя в пространстве, распознавание местности по карте плоскостей и т.п.

Существующие решения для интеграции AR-технологии в веб-контент включают в себя те или иные возможности, что предполагает использование нескольких инструментов при реализации многофункционального решения. Последнее в свою очередь требует построение обобщенной архитектуры веб-приложения с включением туда функций, реализуемых разными инструментами.

В ходе работы рассмотрены основные инструменты для создания проектов в веб-пространстве и те базовые элементы технологий дополненной реальности, которые они позволяют реализовать. По результатам составлена таблица сравнения функциональных возможностей и конструкций, направленных на их реализацию. Для каждого рассматриваемого в работе инструмента приведен фрагмент кода с подробным описанием конструкции. Кроме элементов, реализующих базовые возможности, рассмотрены конструкции, направленные на внедрение расширенных функций: работа с динамическими данными через сервера, визуализацию трехмерных моделей и анимацию.

Еще одним преимуществом рассматриваемой технологии является возможность расширения функциональных возможностей за счет существующих инструментов для веб-проектов. Перспективным направлением дальнейшей работы является формирование визуализации для рассматриваемой в технологии дополненной реальности модели при помощи нейронных сетей.

1. Угорская Я.А. Сравнительный анализ решений для реализации веб-проектов с использованием технологий дополненной реальности (WebAR) // Сборник тезисов докладов конгресса молодых ученых. СПб: НИУ ИТМО, 2022.

## ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ГЕОАРХЕОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ\*

Е.С. Фереферов<sup>1</sup>, А.А. Ветров<sup>2</sup>, А.Б. Спасибко<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН

<sup>2</sup>Научно-исследовательский центр «Байкальский регион», Иркутский госуниверситет

[fereferov@icc.ru](mailto:fereferov@icc.ru)

Гео-археологические исследования в современном мире – это многоэтапный и сложный процесс, требующий внедрения новейших математических методов и информационных технологий на каждом из этапов работы. Проведение гео-археологических исследований включает в себя работу с литературными источниками, все стадии формирования первичных данных по результатам проведения полевых работ и последующие регистрацию и хранение большого объема разно-форматных данных. Итоговый объем получаемой информации влечет за собой повышенные требования к используемым системам и техническим средствам хранения и обработки данных. На каждом этапе исследования применяется большое количество классификаций, которые при этом не имеют общих стандартов и могут сильно различаться между собой. Поэтому формирование стандартов описания археологических исследований и их последующее развитие требует использования гибких инструментов для создания и поддержки информационных систем на протяжении всего процесса исследования.

Для решения задач информационной поддержки археологических исследований нами был разработан «Виртуальный гео-археологический репозиторий Байкальской Сибири» (рис. 1). Предполагается два режима взаимодействия с репозиторием: полнофункциональный (закрытый) только для сотрудников НИЦ «Байкальский регион» и общий (презентационный) для широкого круга исследователей.

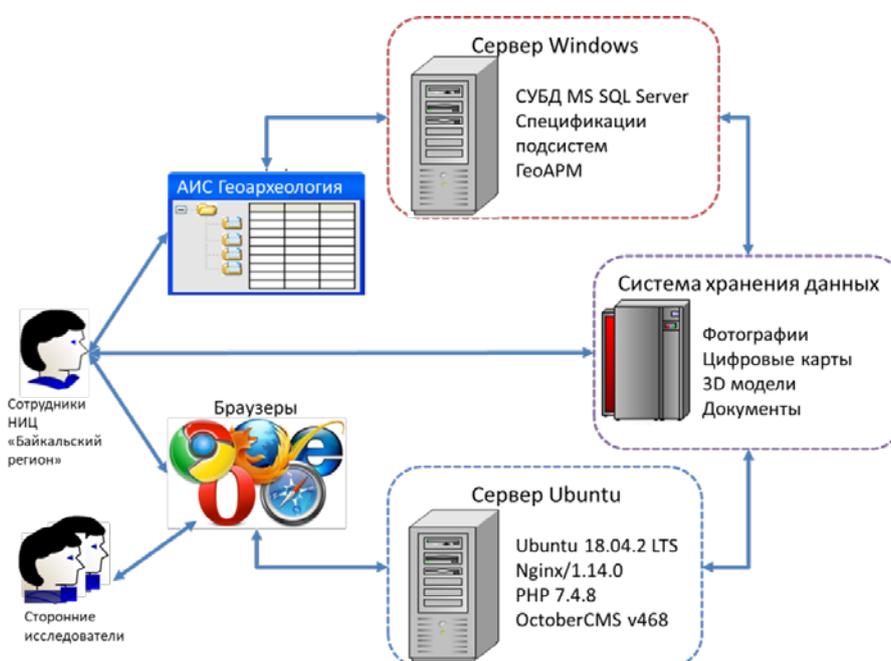


Рис. 1. Архитектура виртуального гео-археологического репозитория Байкальской Сибири

\*Работа выполнена по гранту Правительства РФ, проект № 075-15-2021-631 от 08.06.21: «Байкальская Сибирь в каменном веке: на перекрестке миров».

Полнофункциональная часть репозитория расположена на сервере под управлением ОС Windows Server. В ее состав входят базы данных и подсистемы АИС «Гео-археология» (рис. 2) под управлением СУБД MS SQL Server, спецификации подсистем и инструментальная система «ГеоАРМ». Надежность хранения данных достигается за счет зеркалирования баз данных и файлов репозитория в сетевую систему хранения данных (СХД). На сервере под управлением Ubuntu развернут геопортал, предназначенный для презентации законченных результатов исследований (доступных для широкого круга исследователей).

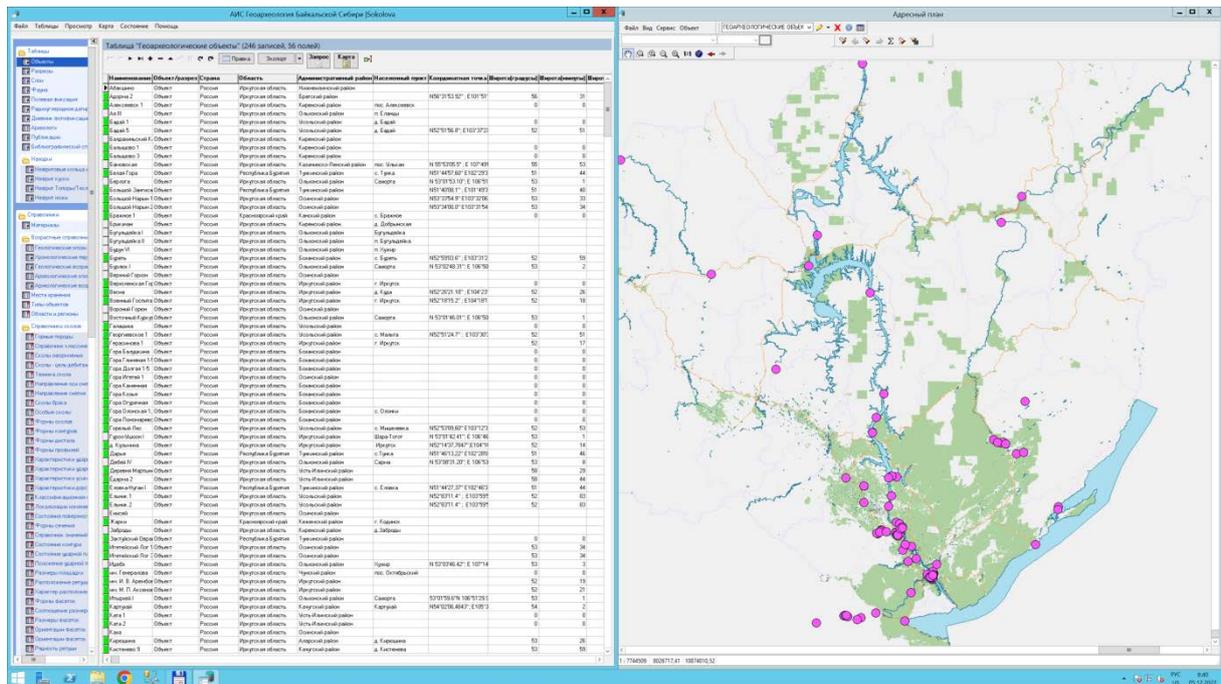


Рис. 2. АИС «Геоархеология»

Для повышения скорости создания и гибкости сопровождения подсистем АИС «Гео-археология» использован подход к разработке ИС, ориентированный на модель, содержащую достаточную информацию для автоматического создания пользовательских интерфейсов приложений БД, обеспечивающих поддержку выполнения CRUD-функций, построения запросов и взаимодействия с пространственными данными (ПД). В качестве средства хранения и представления моделей приложений БД используются декларативные спецификации [1], которые обеспечивают достаточно детальное и в то же время компактное описание необходимых элементов подсистем. Представление моделей приложений в виде спецификаций позволяет поддержать модульную разработку ИС: интегрировать и комбинировать готовые спецификации приложений при разработке новых. Готовые спецификации могут быть использованы для автоматического создания как настольных (Desktop), так и web-систем.

Автоматизация разработки подсистем достигается за счет применения инструментальной системы «ГеоАРМ» [2]. «ГеоАРМ» обеспечивает интерактивное формирование всех элементов моделей приложений БД, а также динамическое создание подсистем в результате интерпретации созданных спецификаций. Важную роль в разработке структур БД и создании спецификаций подсистем играют разработанные сотрудниками НИЦ «Байкальский регион» стандарты описания гео-археологических исследований. Каждый стандарт содержит уже готовый набор атрибутов, связей между ними и явля-

ется основой для разработки структур таблиц баз данных и моделей конкретных подсистем АИС «Гео-археология».

Разработанная АИС «Гео-археология» предоставляет пользователям доступ к тематическим, картографическим, фотографическим базам данных, а также инструментам для визуализации и анализа данных. Инструментальная система GeoARM поддерживает взаимодействие с внешними подсистемами, что позволяет расширять функциональность приложений без изменения кода самой системы. Мы реализовали поддержку хранения и представления 3D-моделей объектов в AIS Geoarcheology. Эти модели исследователи получают с 3D-сканеров или создают на основе методов фотограмметрии в известных системах моделирования (например, Agisoft [3], Meshmixer [4]). Наша система поддерживает работу с открытым форматом описания геометрии - obj. Визуализация 3D моделей ландшафтов и археологических находок реализована путем вызова внешних систем (в данном случае браузера). При этом для визуализации 3D-моделей объектов использована библиотека Tree.js [5].

Для реализации портала мы использовали October CMS, которая реализует паттерн MVC. Для автоматизации мы разработали транслятор спецификаций подсистем в набор файлов, реализующих модель в October CMS. Созданный портал (рис. 3) обеспечивает доступ к тематическим и картографическим базам данных через веб-интерфейс. Авторизованные пользователи имеют доступ ко всей информации в репозитории. Остальные пользователи могут просматривать только «краткую запись» об археологических раскопках.

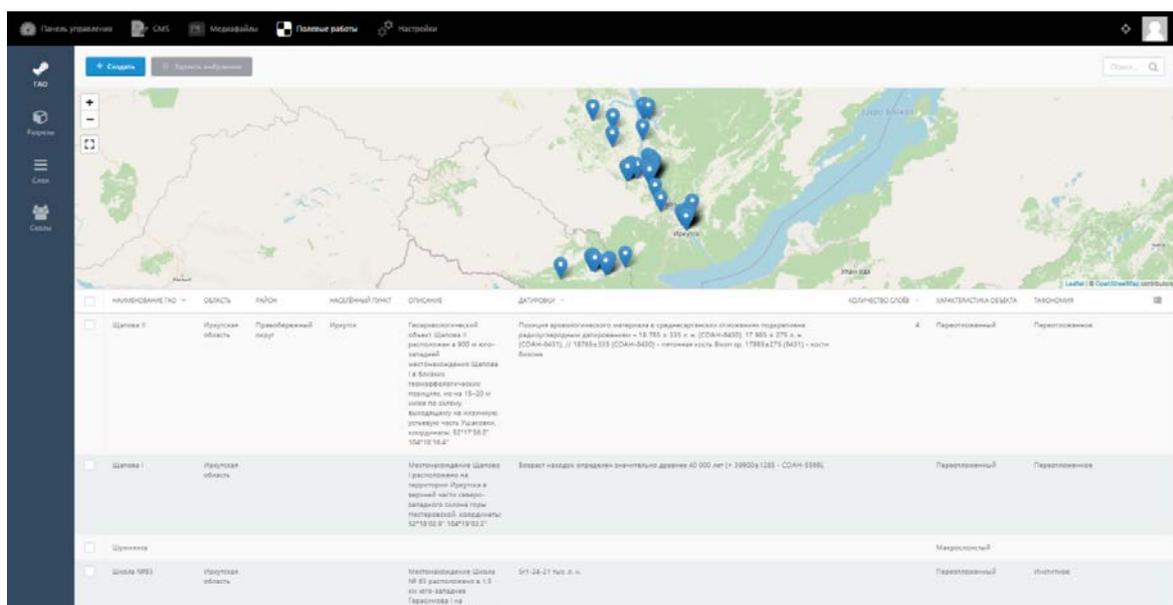


Рис. 3. Портал геоархеологического репозитория Байкальской Сибири

1. Фереферов Е.С., Бычков И.В., Хмельнов А.Е. Технология разработки приложений баз данных на основе декларативных спецификаций // Вычислительные технологии. 2014. Т. 19, № 5. С. 85–100.
2. Bychkov I.V., Hmelnov A.E., Fereferov E.S., Ruginikov G.M., Gachenko A.S. Methods and tools for automation of development of information systems using specifications of database applications // Proc. of the 3rd Russian-Pacific Conf. on Computer Technology and Applications (RPC 2018). 2018.
3. Agisoft Metashape. URL: <https://www.agisoft.com/> (дата обращения: 25.11.2022).
4. Meshmixer. URL: <http://www.meshmixer.com/> (дата обращения: 16.11.2022).
5. Tree.js – JavaScript 3D library. URL: <https://threejs.org/> (дата обращения: 19.11.2022).

# КОМБИНИРОВАННОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОЗИЦИОННЫХ РАЗРЫВНЫХ И ИМПУЛЬСНЫХ УПРАВЛЕНИЙ<sup>1</sup>

Финогенко И.А.

Институт динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова СО РАН  
fn@icss.ru

Исследуется управляемый объект, представленный в виде

$$\dot{x} \in F(t, x) + u, \quad (1)$$

где  $x = (x_1, \dots, x_n)$ ,  $u$  — управляющее воздействие, задаваемое некоторым абстрактным оператором  $u \leftarrow p(t, x)\delta_t$ , сопоставляющим каждому текущему моменту времени  $t$  и состоянию объекта  $x$  импульс  $p(t, x)\delta_t$ , вектор-функция  $p(t, x)$  — интенсивность импульса,  $\delta_t$  — дельта-функция Дирака, сосредоточенная в момент времени  $t$ . (см. [1]). Выражение  $p(t, x)\delta_t$  („бегущий импульс“), как обобщенная функция, смысла не имеет и означает лишь тот факт, что в системе (1) функционирует импульсное позиционное управление, подразумевающее дискретную реализацию „бегущего импульса“ в виде последовательности корректирующих импульсов, сосредоточенных в точках  $h : t_0 < t_1 < \dots, t_N = \theta$  разбиения отрезка  $I$ . Результатом такой последовательной коррекции является разрывная кривая  $x^h(\cdot)$ , называемая ломаной Эйлера, по определению совпадающая на промежутках  $(t_k, t_{k+1}]$  с решением задачи Коши

$$\dot{x} \in F(t, x), \quad x(t_k) = x^h(t_k) + p(t_k, x^h(t_k)).$$

Множество всех ломаных Эйлера является сетью, направленной по убыванию  $d(h) = \max \{\Delta t_k : k = \overline{0, N-1}\}$ . Мы рассматриваем случай, когда в результате действия корректирующего импульса в момент времени  $t_k$  предельная справа точка интегральной кривой, соответствующей ломаной Эйлера, оказывается на некотором многообразии  $S = \{(t, x) \in R^{n+1} : \sigma^j(t, x) = 0, j = \overline{1, m}\}$ . Тогда сеть ломаных Эйлера называется импульсно-скользящим режимом, а траектории  $r(\cdot)$ , предельные для равномерно сходящихся на промежутке  $(t_0, \theta]$  последовательностей ломаных Эйлера — идеальными (предельными) импульсно-скользящим режимами.

Но в большей степени движения управляемых систем по многообразиям вида  $S$  являются атрибутом систем с разрывными позиционными управлениями (обратными связями) и теории разрывных систем в целом. Достаточно хорошо исследованы системы вида

$$\dot{x} = f(t, x) + B(t, x)\tilde{u}(t, x), \quad (2)$$

где  $B(t, x)$  —  $n \times m$  матрица, и векторное управление  $\tilde{u}(t, x) = (\tilde{u}_1(t, x), \dots, \tilde{u}_m(t, x))$ , возникающее в результате решения задач синтеза, оказывается разрывным на поверхностях  $S_j = \{(t, x) \in R^{n+1} : \sigma^j(t, x) = 0\}$ ,  $j = \overline{1, m}$ . Если для решения  $x(t)$  уравнения (2), определенного в каком-либо смысле методами теории дифференциальных уравнений с разрывной правой частью, выполняется условие  $(t, x(t)) \in S$ ,

---

<sup>1</sup>Работа выполнена в рамках госзадания Минобрнауки России по проекту "Теория и методы исследований эволюционных уравнений и управляемых систем с их приложениями"(№ гос. регистрации: 1210401300060-4).

то в общепринятой терминологии это решение называется скользящим режимом. Он является основным режимом функционирования разрывной управляемой системы.

Возникает естественный вопрос об описании идеального импульсно-скользящего режима дифференциальным уравнением вида (2) с разрывными управлениями. Данная работа в основном направлена на решение именно этого вопроса в более общей постановке

$$\dot{x} \in F(t, x) + B(t, x)\tilde{u}(t, x), \quad (3)$$

где  $F(t, x)$  — многозначная функция с выпуклыми компактными значениями. Требуется определить  $n \times m$  матрицу  $B(t, x)$  и найти такое управление  $\tilde{u}(t, x)$ , чтобы идеальный импульсно-скользящий режим системы

$$\dot{x} \in F(t, x) + u, \quad (4)$$

являлся скользящим режимом системы (3) на множестве  $S$ , и реализовывался на некотором эквивалентном управлении.

Относительно последнего в задаче (3) имеется та особенность, что эквивалентное управление возникает в виде многозначной функции. Поэтому в данной работе решение (в том числе и скользящий режим) для включения (3) понимается, как пара функций  $(x(t), \tilde{u}(t))$ , где  $x(t)$  — абсолютно непрерывная,  $\tilde{u}(t)$  — измеримая функция, для которых почти всюду выполняется включение  $\tilde{u}(t) \in \tilde{U}(t, x(t))$  с некоторым допустимым в каждой точке  $(t, x)$  множеством управлений  $\tilde{U}(t, x)$ .

Многозначность в правых частях включений (3), (4) может возникать различными путями. Например, если система находится под действием возмущений  $v = v(t, x)$ , точное значение которых, в рамках заданных ограничений, не известно. Или же, если функция  $f(t, x)$  в системе (2) является разрывной по  $(t, x)$  и в точках разрыва доопределяется в смысле А.Ф. Филишова.

Установленная связь идеальных импульсно-скользящих режимов с релейными управлениями дает возможность рассматривать комбинации, состоящие из импульсных и обычных позиционных управлений, когда для последних в системе не хватает ресурсов управления.

Рассмотрены вопросы аппроксимации импульсно скользящих режимов последовательностями "дельтообразных" функций. Рассмотрен пример, подтверждающий полученные общие результаты.

1. Завалишин С. Т., Сесекин А. Н., Дрозденко С. Е. Динамические системы с импульсной структурой. Свердловск: 1983. 112 с.

2. I. A. Finogenko, A. N. Sesekin. Positional impulse and discontinuous control for differential inclusion // Ural Mathematical Journal, 2020. Vol. 6. No. 2, pp. 68–75.

3. Finogenko I.A. Sesekin A.N. Approximation of Positional Impulse Controls for Differential Inclusions // Ural Mathematical Journal. 2022. Vol. 8. No. 1, pp. 43–54.

# ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ПОСТРОЕНИЮ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ МНОГОМЕТОДНЫХ СХЕМ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Ф.В. Хандаров

Бурятский государственный университет им. Д. Банзарова

[fedor.khandarov@gmail.com](mailto:fedor.khandarov@gmail.com)

Поиск глобального минимума является одной из постоянно актуальных задач, в которых трудно выделить универсальный метод, и более осмысленным представляется построение универсальных схем выбора из некоторого набора методов, отличающихся своими поисковыми механизмами. При этом важным является последовательность применения методов, и для различных таких последовательностей выгода при этом также может отличаться на разных этапах поиска.

Рассмотрим задачу глобальной оптимизации

$$x^* = \arg \min_{x \in X^n} f(x),$$

где  $X^n$  – пространство поиска, например,  $n$ -мерный брус  $\{a \leq x_i \leq b\}_{i=1, \dots, n}$ .

Станем рассматривать *популяции* из  $T$  точек пространства поиска  $P = \{x^{(t)}\}_{t=1, \dots, T}$ .

Пусть также у нас есть набор из  $S$  различных методов, модифицирующих ровно точку пространства поиска и не ухудшающих значение целевой функции  $f$  в данной точке. Теперь мы можем запустить процесс адаптивного подбора методов, решая дискретную задачу оптимизации набора применяемых методов:  $m^* = \arg \min_{m \in M^T} g(m)$ , где  $M^T$  – дискретное множество всех упорядоченных наборов натуральных чисел из  $[0, S]$  (0 означает неприменение никакого метода к  $t$ -й точке). В качестве  $g$  возьмем

$$g(m, P) = \sum_{t=1}^T \frac{\Delta f(m_t \circ x^{(t)})}{c_t}.$$

Здесь  $\Delta f(m_t \circ x^{(t)})$  – приращение целевой функции, полученное при применении метода  $m_t \in m$  к точке  $x^{(t)} \in P$ , а стоимость  $c_t$  – потребовавшееся количество вызовов целевой функции  $f$  для работы метода  $m_t$ .

Для тестирования подхода в работе проведен вычислительный эксперимент для нескольких известных задач оптимизации (в том числе для задачи оптимизации атомно-молекулярных кластеров Морса на 80 атомах) на двух известных методах (дифференциальная эволюция и стохастический градиент). В качестве метаэволюционного подхода применяется простой генетический алгоритм с турнирной селекцией, двухточечным кроссовером и мутацией вида  $m_t = (m_t \pm 1) \bmod 3$ .

Описывается разработанное программное обеспечение на языке C++ с распараллеленным генетическим алгоритмом, и приведены результаты тестирования подхода на компьютерах Intel Core i5 (4 ядра), Intel Core i7 (12 ядер) с различными размерностями метапопуляции.

## ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К РАСПОЗНАВАНИЮ МОТИВОВ В ОРНАМЕНТАЛЬНЫХ КОМПОЗИЦИЯХ

Ф.В. Хандаров<sup>1</sup>, П.С. Сороковиков<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Бурятский государственный университет имени Доржи Банзарова

<sup>2</sup>Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН

[fedor.khandarov@gmail.com](mailto:fedor.khandarov@gmail.com), [pavel@sorokovikov.ru](mailto:pavel@sorokovikov.ru)

Одним из наиболее перспективных подходов к распознаванию мотивов в орнаментах в настоящее время представляется использование методов глубокого обучения. Ключевой проблемой предметной области при этом является отсутствие коллекций размеченных композиций приемлемых объемов [1]. В докладе излагается подход к распознаванию, основанный на генерации искусственной обучающей выборки для сверточной нейронной сети глубокого обучения, рассмотрен пример с распознаванием одного из геометрических мотивов («улзы») [2].

Самая суть глубокого обучения заключается в автоматическом обнаружении всей иерархии абстракций, начиная с самых низкоуровневых характерных примитивов и заканчивая самым орнаментальным мотивом [3]. Глубокое обучение предоставляет алгоритмы, которые позволяют выстраивать иерархию без необходимости вручную определять все абстракции более низкого уровня. Вместе с тем для обучения сверточной нейронной сети требуется объемная выборка изображений, заведомо содержащих орнаментальный мотив. Поэтому в работе описывается подход, использующий «синтетические», автоматически сгенерированные выборки. В результате получается обученная нейронная сеть, которая может в дальнейшем использоваться в качестве автоматического механизма поиска мотивов в новых композициях. Схема предложенного подхода изображена на рис. 1.

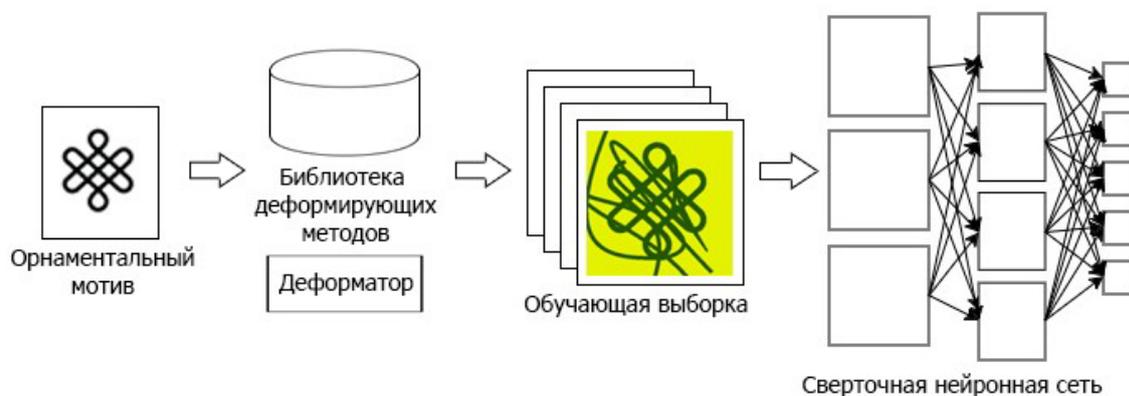


Рис. 1. Общая схема подхода на основе методов глубокого обучения

На контрольной сгенерированной выборке и на коллекции реальных орнаментальных композиций были достигнуты достаточно высокие точности распознавания (100% и 92% соответственно). Приводятся результаты экспериментов.

- 1 Krizhevsky A., Sutskever I., Hinton G.E. Imagenet classification with deep convolutional neural networks // Communications of the ACM. 2017. Vol. 60, № 6. P. 84–90.
- 2 Сороковиков П.С., Хандаров Ф.В., Бальжанова Ю.В., Кочева Т.В. Подходы к распознаванию характерных мотивов в композициях монгольских орнаментов // Научно-техническое и социально-экономическое сотрудничество стран АТР в XXI веке. Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2016. Т. 2. С. 69–73.
- 3 Zeiler M.D., Fergus R. Visualizing and understanding convolutional networks // European conference on computer vision. Cham: Springer, 2014. P. 818–833.

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ БИБЛИОТЕКИ LIBFLEXТ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ КОДА ЧТЕНИЯ ПО СПЕЦИФИКАЦИЯМ БИНАРНЫХ ФОРМАТОВ ДАННЫХ

А.Е. Хмельнов

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[hmelnov@icc.ru](mailto:hmelnov@icc.ru)

Язык FlexT (от Flexible Types) предназначен для спецификации форматов бинарных данных. Основными особенностями спецификаций на FlexT являются их человеко-читаемость и компактность записи. Эти спецификации изначально использовались для отображения содержимого бинарных данных в понятном для человека виде.

В дальнейшем были разработаны алгоритмы генерации кода чтения данных, позволяющие использовать спецификации уже для решения этой задачи. Реализована генерация кода на разные целевые языки программирования (Паскаль и C++) через универсальное промежуточное представление. Кроме модуля для чтения данных может быть автоматически сгенерирована и вспомогательная тестовая программа, демонстрирующая основные приемы работы с этим модулем на примере решения базовой задачи – распечатки содержимого файла. Получаемый код использует небольшую вспомогательную библиотеку FmtSys, описывающую базовые классы и более простые типы данных, отсутствующие в традиционных языках программирования. В остальном генерируемые модули являются полностью независимыми от кода самого интерпретатора FlexT. При этом до сих пор генерация кода поддерживается не для всех видов типов данных и не для всех выражений языка, поэтому она может использоваться хоть и для большей части, но не для всех описанных на FlexT форматов данных.

В связи с этим возникло желание исследовать возможности альтернативного подхода. Непосредственно с использованием кода интерпретатора FlexT была реализована динамическая библиотека libFlexT, позволяющая открывать любые описанные на FlexT файлы и получать доступ к любым находящимся там структурам данных с использованием определений из соответствующих спецификаций. Библиотеку libFlexT можно рассматривать в качестве драйвера бинарных данных. Хорошим аналогом здесь являются клиентские библиотеки конкретных реляционных СУБД. При работе с такими библиотеками необходимо выполнить достаточно типичную последовательность действий: инициализировать библиотеку; установить соединение с сервером; сделать один или несколько запросов к базе данных на соответствующем используемой СУБД диалекте SQL; закрыть соединение; завершить работу с библиотекой. Работа с libFlexT организована аналогичным образом: сначала необходимо инициализировать библиотеку с указанием путей к каталогам со спецификациями; далее для каждого разбираемого файла должно быть создано отдельное *состояние разбора файла* и выполнена загрузка данных; для полученного состояния разбора можно создать один или несколько *стеков разбора данных*; после этого к каждому стеку можно выполнять запросы для получения информации о конкретных *элементах данных*; по завершении работы стек, состояние и библиотеку требуется освободить. Другой близкий по способам применения аналог – библиотеки для разбора XML.

В качестве языка запросов к данным при работе с libFlexT наиболее удобно использовать выражения языка FlexT, вычисляемые над глобальными переменными спецификации или применительно к некоторому ранее полученному элементу данных. Результатами вычисления выражений могут быть целочисленные значения, значения с плавающей точкой и «адреса» – ссылки на состояния разбора элемента данных. По ссылке на состояние разбора элемента данных можно получить информацию о его

адресе (указатель на загруженные в память данные), размере, типе; строковое представление, формируемое интерпретатором FlexT и ряд других свойств. Информация о состоянии разбора элементов данных хранится на стеках разбора. Каждое вычисление выражения может использовать такой стек. После завершения работы с «адресом» соответствующую ему часть стека можно освободить. Для этого лучше всего запомнить положение указателя стека до начала вычисления выражения, возвращающего элемент данных, поскольку в ходе его вычисления на стеке могут быть созданы еще несколько фреймов перед возвращаемым.

Для поиска элементов массивов FlexT по их свойствам, например, по значению поля имени, удобно использовать выражения вида  $A[?Условие \text{ на элемент}]$ , результатом которых является первый элемент массива A, удовлетворяющий заданному условию.

Чтобы сравнить удобство применения библиотеки libFlexT с использованием генерации кода, была решена двумя способами возникшая на практике задача извлечения информации о геопривязке из файлов JPEG 2000. В формате JPEG 2000 (расширение jp2) сейчас распространяются спутниковые данные Sentinel. Информация о пространственном положении снимков закодирована внутри таких файлов в формате GML (Geographic Markup Language – это текстовый формат, использующий синтаксис XML). К сожалению, выбор библиотек, позволяющих работать с JPEG 2000, очень небогат. Удобной для использования в рассматриваемой программе оказалась библиотека FleeImage, которая позволяет успешно декодировать изображение, но не рассчитана на работу с дополнительной информацией о геопривязке. При возникновении этой проблемы она была быстро решена с использованием генерации кода по уже имевшейся спецификации формата JPEG 2000 на FlexT. После реализации libFlexT та же задача была решена еще раз с использованием этой библиотеки. Приведем общую статистику по объему сгенерированного и написанного в рассматриваемом примере кода.

Исходный текст	Объем, строк
спецификация формата JPEG 2000 на FlexT	260
сгенерированный модуль для разбора файлов JPEG 2000	3332
сгенерированная программа для печати содержимого файлов JPEG 2000	699
получение текста GML из файла JPEG 2000 с использованием сгенерированного модуля	74
получение текста GML из файла JPEG 2000 с использованием libFlexT	121
разбор GML с использованием библиотеки NativeXML	242

Заметим, что при использовании libFlexT для контроля и тестирования работы с целочисленными значениями дополнительно из файла JPEG 2000 извлекалась информация о размере изображения, что потребовало лишних 30 строк. Таким образом, различия в объеме написанного вручную кода оказываются не очень существенными.

Оба рассмотренных подхода имеют свои преимущества и недостатки. Преимуществом использования библиотеки libFlexT является ее универсальность и завершенность: полностью поддерживаются все описанные форматы, выражения на FlexT позволяют выполнять поиск информации без создания дополнительных функций (текст которых составил бóльшую часть написанного вручную при использовании сгенерированных модулей кода). В то же время применение дополнительной динамической библиотеки затрудняет распространение программы и ее компиляцию под различные платформы, а выражения на FlexT может быть сложнее отлаживать. Таким образом, в рассматриваемой программе для работы со снимками Sentinel сохранилась первоначальная версия, основанная на применении сгенерированного кода. Но если бы пришлось работать с более сложными данными, генерация кода чтения для которых еще не поддерживается, то выбор был бы иным.

## УТОЧНЕНИЕ ФРАГМЕНТОВ МОДЕЛИ РЕЛЬЕФА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ВОЗДУШНОГО ЛАЗЕРНОГО СКАНИРОВАНИЯ И АЭРОФОТОСЪЕМКИ

А.Е. Хмельнов, А.С. Гаченко

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
hmelnov@icc.ru

В ходе выполнения комплексной научно-исследовательской работы по обоснованию принципов регулирования уровня озера Байкал в различных условиях водности требуется уточнить модель рельефа на отдельных участках прибрежных территорий озера Байкал, Иркутского водохранилища и нижнего бьефа Иркутской ГЭС. Эти участки были выбраны с учетом априорной модели рельефа, полученной по топографическим картам масштаба 1:50000 и технического задания проекта. Всего было обработано более 60 участков.

Для построения априорной модели рельефа помимо топоосновы были использованы данные о подводном рельефе озера Байкал, а также лоции реки Ангара. Для уточнения модели рельефа на большей части ключевых участков использовались приобретенные архивные данные воздушного лазерного сканирования (ВЛС). Кроме того, была выполнена аэрофотосъемка (АФС) около 10 участков, для которых отсутствовали архивные данные. Результаты ВЛС были получены в виде облаков точек – текстовых файлов, содержащих большие количества точек (большая часть участков содержит несколько миллионов, есть участок с 37 миллионами точек). Непосредственное включение таких данных в итоговую модель рельефа, которая, например, для озера Байкал содержит около 5,5 миллионов точек, сильно увеличит ее объем и сделает неудобным практическое использование. Кроме того, детализация такой модели рельефа будет чрезмерной для рассматриваемой задачи. Например, на съемках ВЛС заметны пешеходные «островки» на парковке и следы удаления зданий и других объектов. Построение изолиний непосредственно по такой модели приведет к тому, что они будут отражать все эти особенности, например, огибать бордюры вокруг «островков».

Для работы с облаками точек были использованы алгоритмы построения триангуляций Делоне и триангуляций Делоне с ограничениями, реализованные в программе TINSmith, разработанной в ИДСТУ СО РАН. После собственно построения триангуляции к ней был применен алгоритм поиска незаполненных треугольников, при работе которого внешние треугольники, имеющие внешнее ребро длиннее заданного порога, последовательно помечаются, как вспомогательные. Такая фильтрация треугольников впоследствии влияет на результаты растеризации: все точки, попадающие во вспомогательные треугольники, получают значение «Нет данных».

Для получения более гладкой модели рельефа была использована растеризация триангуляционной модели с последующим ее сглаживанием с использованием гауссовского фильтра. Растеризация выполнялась с шагом 20 см/пиксель. Алгоритм гауссовской фильтрации пришлось доработать, чтобы он корректно игнорировал значения «нет данных». После гауссовской фильтрации разрешение раstra было уменьшено до 1 м/пиксель. Далее непосредственно по сглаженному раstrу могут быть построены изолинии. На рис. 1 (б) приведен пример таких изолиний. При этом рис. 1 (а) наглядно демонстрирует необходимость сглаживания. Такие изолинии позволяют определить, какие объекты будут подвержены затоплению при соответствующем уровне воды. Для озера Байкал и Иркутского водохранилища этот уровень задается явно, а для нижнего бьефа требуются расчеты по гидравлической модели, связывающей расходы воды с уровнем на конкретных участках.

Для того, чтобы построить общую уточненную модель территории, в которую будут включены все отснятые участки, необходимо получить упрощенные модели этих

участков. Для этих целей был использован алгоритм построения триангуляции по растру с фильтрацией точек, который позволяет получить аппроксимацию модели рельефа с заданной точностью. На вход алгоритма подается сглаженный растр с разрешением 1 м/пиксель, при его обработке использовалась точность аппроксимации 5 см. Алгоритм аппроксимации добавляет в триангуляцию точки растра, на которых достигается максимальное отклонение от триангуляции, до тех пор, пока эта величина не станет меньше заданного порога. В результате такой обработки для участка, в исходном облаке точек которого было 4510582 точки, упрощенная триангуляция содержит 26467 точек. При использовании упрощенной триангуляции для построения изолиний получается результат, показанный на рис. 1 (в), который можно сравнить с изолиниями, построенными по сглаженному растру (рис. 1 (б)). С учетом того, что изолинии идут с шагом 10 см, видно, что различия не являются существенными и находятся как раз в пределах 5 см по вертикали. Далее, чтобы включить в априорные модели рельефа все уточненные фрагменты, был использован алгоритм, позволяющий заменить фрагмент триангуляции на более точный. По этой модели рельефа могут быть построены изолинии, описывающие затопление любых фрагментов территории, а не только уточненных ключевых участков.

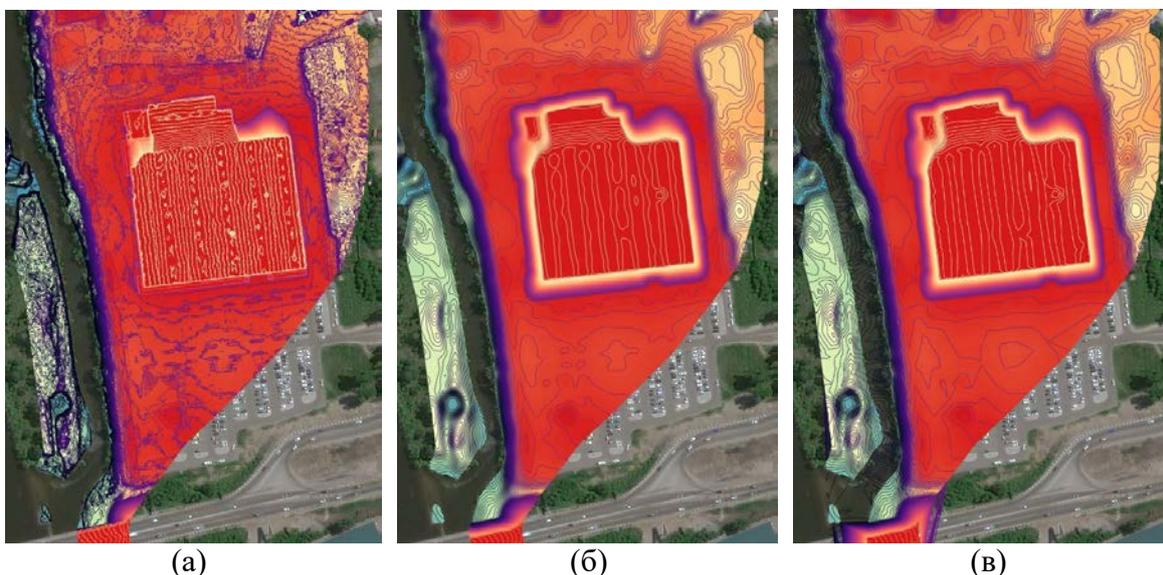


Рис. 1. Изолинии, построенные с шагом 0,1 м по растровой модели (а) до и (б) после сглаживания, а также (в) по упрощенной триангуляции

При фотограмметрической обработке данных АФС также формируется плотное облако точек, которое может содержать чрезмерное их количество (сотни миллионов на небольшой участок). Поэтому дополнительно применялось прореживание плотного облака с заданным шагом. Так, прореживание с шагом 0,8 м (в 10 раз больше исходной плотности точек) оставляет уже лишь несколько миллионов точек. По этим точкам уже можно построить триангуляцию, однако она описывает цифровую модель местности, а не рельефа, т.е. содержит точки, полученные по изображениям домов и деревьев. В используемой фотограмметрической программе Agisoft Metashape реализована классификация точек рельефа по углу наклона треугольников. После применения этого алгоритма с параметрами по умолчанию ( $15^\circ$  наклона) в облаке остаются в основном точки рельефа. Дальнейшая обработка разреженного и отфильтрованного облака точек выполняется уже рассмотренным для результатов лазерного сканирования способом.

Таким образом, удалось уточнить априорную модель рельефа на ключевых участках, что может использоваться не только для построения изолиний, но и, например, для уточнения результатов гидравлического моделирования.

## АНАЛИЗ ПРИМЕНЕНИЯ СРЕДСТВ СОЗДАНИЯ МУЛЬТИАГЕНТНЫХ СИСТЕМ В ЗАДАЧЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МИКРОСЕТЕЙ

М.А. Чекан

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[chekoopa@mail.ru](mailto:chekoopa@mail.ru)

В докладе рассматриваются вопросы, связанные с применением средств проектирования и разработки систем мультиагентного моделирования в задаче моделирования взаимодействия микросетей на основе рыночных механизмов регулирования их спроса и предложения в условиях кооперации и конфликта агентов, представляющих разные категории субъектов сети. Актуальность задачи обусловлена недостатками существующих программных средств моделирования микросетей, рассмотренных ранее [1]. В ходе этого рассмотрения выявлены актуальные направления разработки: поддержка исследования моделей микросетей и их кластеров различных масштабов, интеграция средства с внешними моделями (в том числе реализующими поведение элементов сети), а также поддержка распределенных вычислительных сред (облако, НРС-кластеры, Grid-системы). Исходя из этого, перспективным видится использование мультиагентной технологии.

Архитектура программного средства представляется как мультиагентная среда, моделирующая функционирование микросетей и их взаимодействия, в том числе в рамках многокритериального анализа. Предполагается, что поведение модели будет определяться предметным специалистом с помощью дополнительного инструментария (подключаемые модули, язык программирования и/или визуальная среда) на основе базовых классов агентов, соответствующих микросетям и их компонентам. При этом модель взаимодействия микросетей может быть инкапсулирована на уровне базового поведения агентов.

Рассмотрение существующих средств поддержки мультиагентного моделирования производилось по набору критериев, в том числе связанных с поставленными требованиями в рамках диссертационной работы. Для эффективного решения поставленной задачи необходимо, чтобы средство поддерживало выполнение в распределенной, желательно многооблачной среде и допускало подключение библиотек прикладных модулей. Отдельное внимание уделялось поддержке UNIX-подобных ОС и открытой лицензии. Использование коммерческих средства, например, Simulink [2], эффективно, но может затруднить распространение и внедрение конечного решения.

Среди средств мультиагентного моделирования стоит выделить язык Opal++ [3], разработанный в рамках платформы «ОпТИМУС». Язык поддерживает как текстовый вид (синтаксис которого отдаленно напоминает Python), так и визуально-графовую среду. Ввиду недоступности платформы в открытом доступе, невозможно оценить ее функциональность, равно как и применить ее в решении поставленной задачи, но описанная парадигма представляется удобной и эффективной с точки зрения работы без продвинутых навыков программирования. Это делает Opal++ ориентиром в проектировании нового программного решения.

Существует достаточно много мультиагентных фреймворков с открытой лицензией. Среди них стоит выделить MESA [4], JADE [5] и AgentPy [6], имеющие в общем архитектуру, содержащую среду выполнения и инструментарий для реализации агентов в виде программных модулей. Существуют также специализированные среды, например, FAME [7], направленные на моделирование энергетических систем. Большая часть рассмотренных средств обладает достаточной функциональностью для того, чтобы служить основой разрабатываемой технологии поддержки моделирования взаимодействия микросетей. Часть программных решений использует в своей основе

интерпретируемый язык программирования, что может сказаться на производительности итоговой системы, но облегчает разработку надстроек и интеграцию сторонних моделей. При учете ограничений, в том числе связанных с платформой и лицензией, наиболее подходящими средствами представляются JADE и FAME.

1. Чекан М.А. Сравнительный анализ программного обеспечения для автоматизации процесса моделирования микросетей // *Современные наукоемкие технологии*. 2022. № 9. С. 33-38.
2. Кузнецов С.Г., Клебанов Б.И. Применение средств MATLAB SIMULINK STATEFLOW для создания автономной модели интеллектуального агента // *Современные наукоемкие технологии*. 2021. №. 5. С. 57-62.
3. Собанин Д.С., Крючков И.А., Огородников А.В., Коваленко О.В. Язык программирования агентов OPAL++ визуализационно-интеграционной платформы «ОПТИМУС».
4. Пигорев Д.П. Среда Mesa для агент-ориентированного моделирования на базе Python // *Искусственные общества*. 2021. Т. 16, № 3.
5. Bellifemine F., Poggi A., Rimassa G. JADE: A FIPA2000 compliant agent development environment // *Proc. of the Fifth International Conference on Autonomous Agents (AGENTS'01)*. 2001. № 153. С. 216–217.
6. Foramitti J. AgentPy: A package for agent-based modeling in Python // *Journal of Open Source Software*. 2021. № 6(62). P. 3065.
7. FAME-Framework // Gitlab. [Электронный ресурс]. URL: <https://gitlab.com/fame-framework/> (дата обращения: 22.11.2022).

О ГЛАДКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯХ  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

В.Ф. Чистяков

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

[chist@icc.ru](mailto:chist@icc.ru)

При моделировании природных и технических процессов в настоящее время часто встречаются системы, включающие в себя взаимосвязанные обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) различных порядков и алгебраические (конечные) уравнения (см., например, [1]). Эту совокупность уравнений можно записать в виде систем ОДУ:

$$A(y, \dot{y}, \dots, y^{k-1}, t)y^k + B(y, \dot{y}, \dots, y^{k-1}, t) = 0, t \in T_\alpha, \quad (1)$$

где  $T_\alpha = [\alpha - \delta, \alpha + \delta] \subset \mathbb{R}^1$ ,  $\delta > 0$ ,  $k = 1, 2, \dots$ ,  $A(\xi, t)$  –  $(n \times n)$ -матрицы,  $y \equiv y(t)$  – искомая и  $B(\xi, t)$  – известная вектор-функции,  $\xi = (g_0, g_1, \dots, g_{k-1})$ ,  $g_j \in \mathbb{R}^n$ ,  $j = \overline{0, k-1}$ ,  $y^{(i)}(t) = \left(\frac{d}{dt}\right)^i y(t)$ ,  $y^{(0)}(t) = y(t)$ ,  $\dot{y} \equiv \frac{dy}{dt}$ , предполагая, что матрица  $A(\xi, t)$  удовлетворяет условию:

$$\det A(\xi, t) = 0 \quad \forall (\xi, t) \in \mathbb{R}^m \times T_\alpha, m = kn. \quad (2)$$

Системы вида (1), удовлетворяющие условиям (2), называют в настоящее время дифференциально-алгебраическими уравнениями (ДАУ). При изучении произвольных ДАУ часто важно знать: можно ли выбрать матрицы, при умножении на которые система распадается на подсистемы ОДУ различных порядков и алгебраические (конечные) уравнения той же гладкости, что и входные матрицы во всей области определения. В монографиях (см., например, [2]) указано большое количество методов построения для любой  $(m \times n)$ -матрицы  $M$  с постоянными элементами неособенных матриц  $L$  и  $R$  с ми  $LM = \begin{pmatrix} M_1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $MR = \begin{pmatrix} \widetilde{M}_1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $LMR = \begin{pmatrix} E_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ , где  $E_r$  – единичная матрица размерности равной индексу,  $r = \text{rank } M$ . В случае переменной матрицы  $M(x) \in \mathbf{C}^k(\mathbf{X})$ , где все ее элементы непрерывны ( $\mathbf{C}^0(\mathbf{X}) = \mathbf{C}(\mathbf{X})$ ) или имеют частные производные до порядка  $k = 1, 2, \dots$ ,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in \mathbb{R}^m$ ,  $\mathbf{X} = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_m$ ,  $X_i = [x_{0,i}, x_{1,i}]$ ,  $i \in \overline{1, m}$ , каждое множество  $\mathbf{X}_\varepsilon \subset \mathbf{X}$  содержит подмножество  $\widetilde{\mathbf{X}}_\varepsilon$ , на котором  $r = \text{rank } M(x) = \text{const}$  и определены неособенные  $L(x), R(x) \in \mathbf{C}^k(\widetilde{\mathbf{X}}_\varepsilon)$  со свойством  $L(x)M(x)R(x) = \begin{pmatrix} E_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ . Но при изучении ДАУ часто важно знать: можно ли выбрать преобразующие матрицы с таким свойством во всей области определения. Основным препятствием для построений такого рода, является то обстоятельство, что минор, «несущий» ранг матрицы  $M(x)$ , может двигаться по матрице произвольным образом. В докладе приведены соответствующие примеры.

**Лемма 1.** Пусть в формуле  $M(x) = \begin{pmatrix} M_1(x) \\ M_2(x) \end{pmatrix} \in \mathbf{C}^k(\widetilde{\mathbf{X}})$ , блоки  $M_1(x)$  и  $M_2(x)$  имеют размерность  $(r \times n)$  и  $([m-r] \times n)$  соответственно, где  $r = \text{rank } M(x)$ ,  $\widetilde{\mathbf{X}}$  – открытое множество, содержащее  $\mathbf{X}$ . Тогда матрица

$$L(x) = \begin{pmatrix} E_r & 0 \\ -M_2(x)M_1^T(x)[M_1(x)M_1^T(x)]^{-1} & E_{m-r} \end{pmatrix} \in \mathbf{C}^k(\mathbf{X})$$

обладает свойством  $L(x)M(x) = \begin{pmatrix} M_1(x) \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $x \in \mathbf{X}$ .

Лемма 1 была доказана в монографии [1] довольно сложным способом сшивания нужной матрицы из построенных локально матриц в областях  $\mathbf{X}_\varepsilon$ . Она позволяет строить искомую матрицу в явном виде. На ее основе доказано такое утверждение.

**Теорема 1.** Пусть матрица  $M(x) \in \mathbf{C}^k(\tilde{\mathbf{X}})$  и обладает свойством  $r = \text{rank } M(x) = \text{const } \forall x \in \tilde{\mathbf{X}}$ . Тогда существует матрица  $L(x) \in \mathbf{C}^k(\mathbf{X})$  со свойствами

$$\det L(x) \neq 0 \forall x \in \mathbf{X}, L(x)M(x) = \begin{pmatrix} M_1(x) \\ 0 \end{pmatrix}, x \in \mathbf{X}.$$

В докладе обсуждается ряд вопросов когда матрица  $M(x)$  имеет переменный ранг в области определения.

1. Чистяков В.Ф. Алгебро-дифференциальные операторы с конечномерным ядром. Новосибирск: Наука. Сибирская издательская фирма РАН, 1996.
2. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. Издание второе, дополненное. М.: Наука, 1966.

## БОТЫ-ПОМОЩНИКИ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ FORLABS

А.С. Шабалин, О.А. Николайчук

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[mail@alshabalin.com](mailto:mail@alshabalin.com), [nikoly@icc.ru](mailto:nikoly@icc.ru)

Онлайн-система управления информационно-образовательной средой Forlabs помогает решать многие задачи учебного процесса: формировать группы студентов, распределять изучаемые дисциплины, выставлять задания и получать на них отклики, представлять учебный материал в виде микротем и проверять знания студентов с помощью тестов. На базе этой системы ведется разработка адаптивного обучения, которое предполагает коррекцию индивидуальной траектории обучения каждого студента. Индивидуальная траектория обучения должна учитывать множество факторов, среди них: успеваемость, дисциплинированность, индивидуальные особенности обучающегося. Однако важную роль играет и сам учебный материал: он должен иметь несколько уровней изложения, подкрепляться проверочными заданиями [1].

Адаптацию образовательного процесса необходимо осуществлять как на основе анализа исторических данных, так и данных, получаемых в реальном времени, по аналогии с деятельностью преподавателя (репетитора), корректирующего учебную траекторию образовательного процесса ученика в зависимости от проявляемых им результатов обучения.

Анализ данных в реальном времени может быть реализован с помощью образовательного бота, который представляет учебный материал в формате диалога, что позволяет заменить студенту присутствие реального преподавателя. Бот – компьютерная программа, которая может общаться с человеком на естественном языке посредством текста или голоса, взаимодействие с которой осуществляется через интуитивно-понятный интерфейс [2]. Бот сочетает в себе два важных качества: он многозадачен (позволяет автоматизировать целый ряд процессов: осуществление консультаций, проведение контрольных мероприятий, проверку результатов тестирования, ведение опросов обучающихся для выявления слабых мест в образовательных программах), и удобен для взаимодействия с пользователем за счет формата общения, имитирующего разговор с собеседником [3].

Боты имеют широкий диапазон применения: от простых мессенджеров до встроенного интерфейса в электронную образовательную среду, что позволяет расширить доступ к образовательному контенту для студента. В настоящее время разрабатываются боты для решения частных задач: изложение материала, разбор примеров задач и типовых ошибок, тестирование и др.

В работе предлагается следующая функциональность образовательного бота, охватывающая весь образовательный процесс и реализуемая следующими модулями:

- напоминания (о сроках заданий, о расписании занятий, о периодичности изучения материала курса),
- поиска (по материалам курса, списку определений),
- информирования (о получении оценки, об ответе/отклике преподавателя на результат выполнения задания студентом, о новом объявлении курса),
- мотивирования (информирование о текущих успехах, уровень освоения компетенций, сравнение результатов с другими студентами группы),
- формирование траектории обучения (рекомендации по изучению материала в зависимости от индивидуальных результатов обучения).

Для подготовки информации для образовательного бота преподавателю (разработчику курса) необходимо представить свой курс, состоящий из теоретического и практического материала, поделенного на темы и микротемы. По каждому студенту бот

накапливает статистическую информацию, которую он сможет использовать для управления траекторией обучения в реальном времени. Для этого в автоматическом режиме собирается следующая информация: средняя успеваемость студента, среднее время сдачи и число итераций, количество обращений студента, корректность и своевременность выполнения заданий, статистика по результатам тестов и др. Обратная связь важна и для преподавателя: он может видеть статистику как по студентам, так и по материалам своего курса. В последнем случае преподаватель сможет найти пробелы в своем образовательном контенте и исправить его, дополнив или заменив его составные части.

В настоящее время выполняется апробация функции бота для информирования.

Применение диалогового обучения повысит эффективность реализации адаптивного подхода в образовании.

1. Shabalin A., Nikolaychuk O.A. Adaptation of the Educational Process Using a Rule-based System // Proceedings of the VIII Intern. Conf. on Information Technology and Nanotechnology (ITNT). 2022. P. 1-6.
2. Аристова А.С., Безносок Ю.С., Ведикер П.К., Воронович Н.Е. Использование чат-ботов в образовательном процессе // Proceedings of the 2th Intern. Conf. on Digitalization of (DSEME-2019). Ústav personalistiky. 2019. P. 95-99.
3. Горячкин Б.С., Галичий Д.А., Цапий В.С., Бурашников В.В., Крутов Т.Ю. Эффективность использования чат-ботов в образовательном процессе // E-Scio. 2021. № 4 (55). С. 1-23.

## МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПОИСКА РАВНОВЕСИЯ «АНТИ-БЕРЖА» В БИМАТРИЧНОЙ ИГРЕ

Р. Энхбат<sup>2</sup>, П.С. Сороковиков<sup>1</sup>, А.Ю. Горнов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН

<sup>2</sup>Институт математики и цифровых технологий Академии наук Монголии

[pavel@sorokovikov.ru](mailto:pavel@sorokovikov.ru), [enkhbatm@num.edu.mn](mailto:enkhbatm@num.edu.mn), [gornov@icc.ru](mailto:gornov@icc.ru)

Теория игр занимает важную роль в оптимизации и исследовании операций, математическом моделировании, прикладной математике, теории принятия решений и экономике. В работе исследуется задача поиска равновесия «анти-Бержа» [1] в биматричной игре на основе алгоритмов нелокальной оптимизации, предлагается методика численного решения указанной задачи.

Рассматривается биматричная игра в смешанных стратегиях для двух игроков:

$$A = (a_{ij}), B = (b_{ij}), i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n,$$

$$X = \{x \in R^m \mid \sum_{i=1}^m x_i = 1, x_i \geq 0, i = 1, \dots, m\},$$

$$Y = \{y \in R^n \mid \sum_{j=1}^n y_j = 1, y_j \geq 0, j = 1, \dots, n\},$$

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T \in X, y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T \in Y,$$

$$f_1(x, y) = x^T A y, \quad f_2(x, y) = x^T B y.$$

**Определение.** Парная стратегия  $(x^1, y^1) \in X \times Y$  является равновесием «анти-Бержа» по отношению к игроку 2, если

$$\begin{cases} f_1(x^1, y^1) \geq f_1(x^1, y), \quad \forall y \in Y, \\ f_2(x^1, y^1) \leq f_2(x, y^1), \quad \forall x \in X. \end{cases}$$

Ясно, что  $f_1(x^1, y^1) = \max_{y \in Y} f_1(x^1, y)$ ,  $f_2(x^1, y^1) = \min_{x \in X} f_2(x, y^1)$ .

**Теорема.** Парная стратегия  $(x^*, y^*)$  является равновесием «анти-Бержа» по отношению к игроку 2 для биматричной игры тогда и только тогда, когда существуют скаляры  $(p^*, q^*)$  такие, что  $(x^*, y^*, p^*, q^*)$  является решением следующей задачи квадратичного программирования с линейными ограничениями в виде неравенств и равенств:

$$\max_{(x, y, p, q)} F(x, y, p, q) = x^T (A - B) y - p + q,$$

$$[x^T A]_j \leq p, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$[B y]_i \geq q, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\sum_{j=1}^n y_j = 1, \quad y_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n.$$

Условие  $F(x^*, y^*, p^*, q^*) = 0$  является необходимым и достаточным для того, чтобы  $(x^*, y^*)$  было равновесием «анти-Бержа».

Мы преобразуем задачу с ограничениями к задаче безусловной оптимизации, используя методы штрафных функций. Для каждого ограничения-равенства  $g(x) = 0$

строится штрафная функция  $\hat{g}(x) = g^2(x)$ . Для каждого ограничения-неравенства  $q(x) \leq 0$  соответствующая штрафная функция формулируется следующим образом:

$$\hat{q}(x) = \begin{cases} 0, & q(x) \leq 0, \\ q^2(x), & q(x) > 0. \end{cases}$$

Таким образом, проблема нахождения равновесия «анти-Бержа» сводится к следующей задаче невыпуклой оптимизации с параллелепипедными ограничениями:

$$\hat{f}(x) = F(x) + \frac{\gamma}{2} \sum_i \hat{g}_i(x) + \frac{\gamma}{2} \sum_j \hat{q}_j(x) \rightarrow \min_x,$$

$$X = \{x \in R^s : \underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i, i = 1, \dots, n + m + 2\},$$

$$s = n + m + 2,$$

$$\hat{g}_i(x) = \sum_{i=1}^{n+m} x_i - 1, i = 1, \dots, n + m,$$

$$x_{m+j} = y_j, j = 1, \dots, n, x_{n+m+1} = p, x_{n+m+2} = q,$$

$$\hat{q}_j(x) = [x^T A]_j - x_{n+m+1}, j = 1, \dots, n,$$

$$\hat{q}_{n+i}(x) = x_{n+m+2} - [By]_i, i = 1, \dots, m.$$

Здесь  $\gamma$  – коэффициент штрафа,  $\underline{x}_i = 0$ ,  $i = 1, \dots, n + m + 2$ ,  $\bar{x}_j = 1$ ,  $j = 1, \dots, n + m$ ,  $\bar{x}_{n+m+1} = \bar{p}$ ,  $\bar{x}_{n+m+2} = \bar{q}$ . Значения  $\bar{p}$ ,  $\bar{q}$  выбираются из некоторых интервалов. Начальное значение штрафного коэффициента  $\gamma$  выбирается не слишком большим (например,  $\gamma = 100$ ) и после нахождения некоторых локальных оптимумов увеличивается для поиска другого локального экстремума.

Для решения представленной задачи используется модифицированный алгоритм параллельных касательных (партан-алгоритм) [2], представляющий собой поисковый алгоритм, в котором за счет решения многочисленных одномерных задач на итерациях строятся сопряженные направления спуска. Предлагается модификация указанного алгоритма, заключающаяся в использовании процедуры одномерного глобального поиска в качестве вспомогательной. Разработанная процедура одномерной нелокальной оптимизации представляет собой комбинированный алгоритм, основанный на методах Стронгина [3] и Гергеля [4] с селекцией «выпуклых троек».

Предложенный алгоритм реализован на языке C и протестирован на наборе биматричных игр с использованием GNU Compiler Collection (GCC) в операционных системах Linux, Microsoft Windows и Mac OS. Тестовые примеры создавались с помощью инструмента GAMUT [5]. При численном решении всех сгенерированных задач точки равновесия «анти-Бержа» были найдены успешно. Приводятся результаты вычислительных экспериментов.

- 1 Enkhbat R. A note on anti-Berge equilibrium for bimatrix game // Известия Иркутского государственного университета. Серия «Математика». 2021. Т. 36. С. 3–13.
- 2 Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М.: Мир, 1975. 534 с.
- 3 Стронгин Р.Г. Численные методы в многоэкстремальных задачах (информационно-статистические алгоритмы). М.: Наука, 1978. 240 с.
- 4 Gergel V.P. A global optimization algorithm for multivariate functions with Lipschitzian first derivatives // Journal of Global Optimization. 1997. Vol. 10, № 3. P. 257–281.
- 5 GAMUT – suite of game generators. URL: <http://gamut.stanford.edu>.

## ПОДХОД К СОЗДАНИЮ БАЗ ЗНАНИЙ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЬНЫХ ТРАНСФОРМАЦИЙ

А.Ю. Юрин, Н.О. Дородных

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН

[iskander@icc.ru](mailto:iskander@icc.ru)

Современный уровень развития информационных технологий обусловил постановку задачи создания методов и программных средств поддержки разработки баз знаний интеллектуальных систем непрограммирующими пользователями, в том числе путем анализа и трансформации различных визуальных информационных моделей и синтеза на их основе программных кодов, спецификаций и систем.

В данном цикле работ предложен единый подход к созданию баз знаний продукционных экспертных систем непрограммирующим (конечным) пользователем. Подход основан на использовании концептуальных моделей в качестве исходных данных, оригинальных языков: описания модельных трансформаций – Transformation Model Representation Language (TMRL) и моделирования продукции – Rule Visual Modeling Language (RVML). Представлены модели, алгоритмы трансформации моделей и программное средство, реализующие предлагаемый подход.

Произведена апробация разработанного подхода на примере создания: программных компонентов трансформации концептуальных моделей в форме диаграмм классов UML, концепт-карт StarTools (XTM) и ДС. При этом разработанные компоненты использованы при разработке баз знаний экспертной системы (ЭС) для прогнозирования развития деградационных процессов аппаратов в нефтехимии; прототипа продукционной ЭС для выявления причин повреждений и разрушения элементов технических систем в нефтехимии; программы для интеллектуального планировщика анализа отказов; спецификаций для проблемно-ориентированного редактора.

1. Yurin A.Yu., Dorodnykh N.O. Personal knowledge base designer: Software for expert systems prototyping // SoftwareX. 2020. Vol. 11. P. 100411.
2. Yurin A.Yu., Dorodnykh N.O., Nikolaychuk O.A. Update (4.2020.0303) to “Personal Knowledge Base Designer: Software for expert systems prototyping”, (PII: S2352711019303334) // SoftwareX. 2021. Vol. 16. P. 100825.
3. Yurin A.Yu., Dorodnykh N.O., Shigarov A.O. Semi-Automated Formalization and Representation of the Engineering Knowledge Extracted From Spreadsheet Data // IEEE Access. 2021. Vol. 9. P. 157468-157481.
4. Dorodnykh N.O., Yurin A.Yu. Spreadsheet Data Transformation for Ontology Engineering in Petrochemical Equipment Inspection Tasks // Proc. of the Fifth International Scientific Conf. on Intelligent Information Technologies for Industry (IITI'21). Lecture Notes in Networks and Systems. 2021. Vol 330. P. 562-571.
5. Dorodnykh N.O., Yurin A.Yu. Towards Ontology Engineering Based on Transformation of Conceptual Models and Spreadsheet Data: A Case Study // Advances in Intelligent Systems and Computing. Computational Methods in Systems and Software (CoMeSySo 2019). 2019. Vol. 1046. P. 233-247.
6. Yurin A.Yu. Technology for Prototyping Expert Systems Based on Transformations (PESoT): A Method // CEUR Workshop Proceedings. Proceedings of the 3rd Scientific-practical Workshop Information Technologies: Algorithms, Models, Systems. 2020. Vol. 2677. P. 36-50.
7. Yurin A.Yu., Dorodnykh N.O. A Reverse Engineering Process for Inferring Conceptual Models from Canonicalized Tables // Proc. of the 2019 Intern. Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON), 2020, P. 485-490.
8. Yurin A.Yu., Dorodnykh N.O. Creating Web Decision-Making Modules on the Basis of Decision Tables Transformations // Communications in Computer and Information Science. Modelling and Development of Intelligent Systems (MDIS 2020). 2021. Vol. 1341. P. 167-184.
9. Yurin A.Yu., Dorodnykh N.O. Development of Software Decision-Making Modules Based on a Model-Driven Approach // Russian Advances in Artificial Intelligence: selected contributions to

- the Russian Conference on Artificial intelligence (RCAI 2020), October 10-16, 2020, Moscow, Russia. (CEUR-Proc, Vol. 2648). P. 265-279.
10. Yurin A.Yu., Dorodnykh N.O., Nikolaychuk O.A. The rapid development of knowledge bases using UML class diagrams // *International Journal of Computer Aided Engineering and Technology*. 2021. Vol. 14, № 1. P. 39–61.
  11. Дородных Н.О., Николайчук О.А., Юрин А.Ю., Коршунов С.А. Разработка и использование метамоделей для синтеза спецификаций и кодов баз знаний // *Информационные и математические технологии в науке и управлении*. 2019. №2(14). С. 26-39.
  12. Юрин А.Ю. Применение трансформаций таблиц решений при создании интеллектуального программного модуля «Детектор» для веб-приложений // *Программные продукты и системы*. 2020. № 4. С. 573-581.
  13. Юрин А.Ю. Прототипирование прецедентных баз знаний на основе модельных трансформаций // *Образовательные ресурсы и технологии*. 2019. №2(27). С. 45-58.

# INVERSE SCATTERING PROBLEM FOR THE TENSOR FIELDS IN A COORDINATE-FREE REPRESENTATION

Alexander L. Balandin

V.M. Matrosov Institute for Systems Dynamics and Control Theory, Siberian  
Branch, Russian Academy of Sciences, 134 Lermontov str., Irkutsk-33, 664033,  
Russia, balandin@icc.ru

## 1. INTRODUCTION

The electromagnetic inverse scattering problem is defined as the problem of determining the size, shape and electromagnetic properties of a scatterer for the given incident and scattered electromagnetic fields [2]. An inverse scattering has many important applications in such diverse fields as radar imaging processing [1], bio-medical diagnostics [8, 5], non-destructive testing [13], geophysical exploration [4], tomographic diffractive microscopy [12] as well as the references in this review. Quite new and useful reviews of the applied direct and inverse problems in the scattering theory are given in [9, 11]. A quite successful approach based on the linearization of the inverse scattering problem within the first Born or Rytov approximations leads to diffraction tomography [10, 7, 6]. The total field within the Born approach or, equivalently, the complex phase within the Rytov approach are measured over one or several plane surfaces outside the support volume of the object (scatterer, scattering potential) [6, 3]. Many physical quantities such as stress, permittivity, permeability are often presented by the second rank tensor fields, and for determination of these properties more complicated techniques are needed.

## 2. THE INTEGRAL EQUATION FOR SCATTERING POTENTIAL

It will be considered only dielectric scatterer will be considered with the tensor permittivity  $\bar{\epsilon}(\mathbf{r})$  and permeability  $\bar{\mu} = \mu\bar{I}$ , where  $\mu$  is constant. The permittivity  $\bar{\epsilon}(\mathbf{r})$  can be defined from the equation

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) - k^2 \bar{\epsilon}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0, \quad \mathbf{r} \in D_1, \quad (1)$$

where  $k = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \mu} = 2\pi/\lambda$ , is the medium propagation constant associated with wavelength  $\lambda$ .

Equation (1) can be rewritten in the form

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) - k^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \overline{\mathbf{V}}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad \overline{\mathbf{V}}(\mathbf{r}) = k^2 [\overline{\boldsymbol{\epsilon}}(\mathbf{r}) - \overline{\mathbf{I}}], \quad \mathbf{r} \in D_1, \quad (2)$$

where  $\overline{\mathbf{V}}(\mathbf{r})$  can be considered as the scattering potential or the object, which has to be reconstructed,  $\overline{\mathbf{I}}$  is the unit dyad. In Cartesian coordinates  $\overline{\mathbf{I}} = \hat{x}\hat{x} + \hat{y}\hat{y} + \hat{z}\hat{z}$ .

The solution of equation (2) is given by the vector Lippmann-Schwinger equation [3]

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_i(\mathbf{r}) + \int_D \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \overline{\mathbf{V}}(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad \mathbf{r}' \in D, \quad (3)$$

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{E}}_0 e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \text{ is the incident field,}$$

where tensor function  $\overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  is the tensor Green's function,  $\hat{\mathbf{E}}_0$  is a unit polarization vector.

**Theorem 1** (Tensor Fourier Diffraction Theorem). *Let the scattered field  $\mathbf{E}_{sc}(\mathbf{r}_\perp, r_\parallel) \in (L^2(\mathbb{R}^{2+1}))^3$  and the tensor potential  $\overline{\mathbf{V}}(\mathbf{r}_\perp, r_\parallel) \in (L^2(\mathbb{R}^{2+1}))^{3 \times 3}$  then the two-dimensional Fourier transform of the scattered field on the plane perpendicular to  $z$  axis at the distance  $z = z_0$  relates to the Fourier transform of  $\overline{\mathbf{V}}(\mathbf{r}_\perp, r_\parallel)$  as follows*

$$\tilde{\mathbf{E}}_{sc}(\mathbf{q}_\perp, z_0) = \frac{1}{2\pi^2} e^{iz_0 p} \frac{i}{pk^2} \hat{\mathbf{E}}_0 \cdot \overline{\mathbf{B}} \cdot \tilde{\overline{\mathbf{V}}}(\mathbf{q}_\perp - \mathbf{k}_\perp, p - k_\parallel), \quad (4)$$

where  $\hat{\mathbf{E}}_0$  is the polarization unite vector of the incident field,

$$p = \begin{cases} i(q_\perp^2 - k^2)^{1/2}, & k^2 < q_\perp^2 \\ (k^2 - q_\perp^2)^{1/2}, & k^2 > q_\perp^2 \end{cases}$$

$$\overline{\mathbf{B}} = \overline{\mathbf{I}}k^2 - \mathbf{q}_\perp \mathbf{q}_\perp - (\hat{z} \mathbf{q}_\perp + \mathbf{q}_\perp \hat{z}) p \operatorname{sgn}(z) - \hat{z} \hat{z} p^2,$$

On Fig.1 shows an example of the reconstruction of the components of tensor potential  $\overline{\mathbf{V}}(\mathbf{r})$ .

#### REFERENCES

- [1] *W.-M. Boerner, H. Überall (Eds.): Radar Target Imaging, Springer-Verlag, New York, 1994.*
- [2] *D. Colton, R. Kress: Inverse Acoustic and Electromagnetic scattering Theory. John Wiley, New York, 1983. applications. John Wiley & Sons, New York, 1983. MR0709591*
- [3] *A.J. Devaney: Mathematical Foundations of Imaging, Tomography and Wavefield Inversion. Cambridge University Press, New York, 2012. MR2975719*
- [4] *A.J. Devaney: Geophysical Diffraction Tomography. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. GE-22 (1984), 3-13.*
- [5] *N. Farhat: Microwave holography and coherent tomography. Medical Applications of Microwave Imaging, (1986), 66-81.*

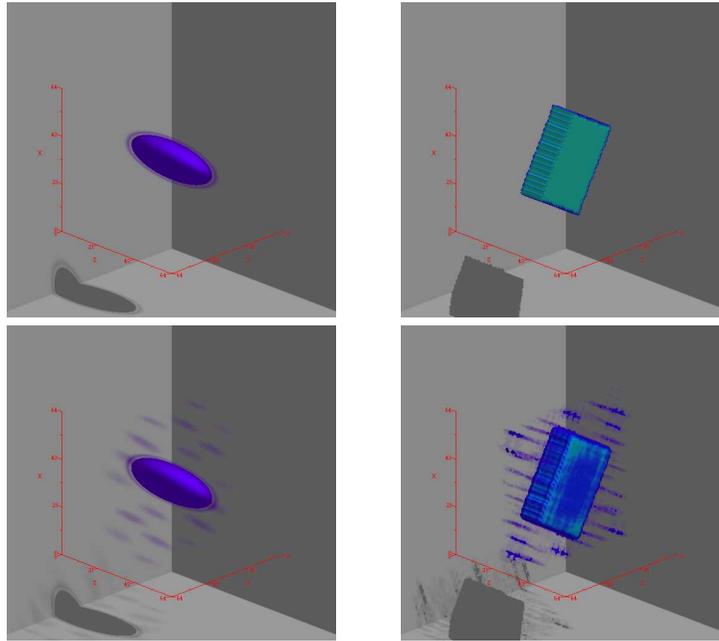


FIGURE 1. 3D imaging of the components  $V_{11}$  and  $V_{22}$  of model tensor potential  $\bar{V}(\mathbf{r})$ . The exact models of the components are at the top and their reconstructions are at the bottom.

- [6] A.C. Kak, M. Slaney: Principles of Computerized Tomographic Imaging. SIAM, New York, 2001. MR1850949
- [7] R.K. Mueller, M. Kaveh, G. Wade: Reconstructive tomography and applications to ultrasonics. Proc. IEEE. **67** (1979), 567–587.
- [8] N.K. Nikolova: Microwave biomedical imaging. Cambridge University Press, New York, 2014.
- [9] P. Carney, J. Schotland: Near-field tomography, in: G. Uhlmann (Ed.), Inside Out: Inverse Problems and Applications. Cambridge University Press, WA, 2003, 133–166.
- [10] E. Wolf: Three-dimensional structure determination of semi-transparent objects from holographic data. Optics Communications. **1** (1969), 153–156.
- [11] D. Zhao, T. Wang: Direct and inverse problems in the theory of light scattering, in: E. Wolf (Ed.), Progress in Optics. v.57. Elsevier, WA, 2012, 262–304.
- [12] T. Zhang, Li. Kan, C. Godavarthi, Yi. Ruan: Tomographic Diffractive Microscopy: A Review of Methods and Recent Developments. Appl. Sci. **9**(18) (2019), 3834–3852.
- [13] R. Zoughi: Microwave Non-destructive Testing and Evaluation. Kluwer Academic Press, London, 2000.

## Секция «Юные исследователи»

### ДЕТЕКТОР СКРЫТОЙ ПРОВОДКИ СВОИМИ РУКАМИ

А.С. Агеев  
МБОУ «Лицей № 2»  
[korzik\\_evgeniy@mail.ru](mailto:korzik_evgeniy@mail.ru)

Иногда человек сталкивается с необходимостью в ремонтных работах со стеной. В этом на первый взгляд простом деле человек может столкнуться со скрытой проводкой, о которой он может не знать. Для подобных работ и понадобится прибор, который сможет определить, где проходит проводка, и тем самым избежать попадания по ней. Это детектор скрытой проводки. В магазинах такой прибор стоит недешево, но зная его устройство и принцип работы, можно сделать более бюджетный, но не менее достойный детектор скрытой проводки.

**Цель проекта:** создание конкурентоспособного и простого в эксплуатации детектора скрытой проводки с низкой себестоимостью. Данная цель определила постановку следующих задач:

- 1) изучить принцип работы электромагнитных полей;
- 2) разобраться, как работает детектор скрытой проводки;
- 3) создать детектор скрытой проводки;
- 4) проверить детектор на работоспособность.

**Методы и методики:** теоретический (анализ, синтез, формализация, моделирование), эмпирический (фотографирование, сравнение, измерение).

Целевая аудитория – люди, которые заинтересованы или уже заняты ремонтом помещения. Итоговым продуктом проектной работы является создание детектора скрытой проводки с низкой себестоимостью и простого в эксплуатации.

В своей проектной работе мы взяли за основу определение, приведенное Блудовым М.И. [1]: детектор скрытой проводки – это измерительное устройство, которое используется в различных промышленных приложениях для обнаружения проблем во внутримодульной электропроводке и линиях электропередач.

В самую простую схему электромагнитного детектора, по мнению А.К. Кикоина и И.К. Кикоина, входят такие элементы, как элемент питания, индикатор, резистор, усилитель, транзистор, датчик. В детекторе скрытой проводки также могут присутствовать светодиоды, выключатель и другие элементы, которые упростят эксплуатацию данного прибора [4].

Из всех видов мне показался наиболее простым в использовании и строении детектор с электромагнитным принципом работы. Для работы нам понадобятся: батарейка типа «крона», транзисторы в количестве 3 штук, медная проволока, резистор, светодиод, паяльник, ножницы и сама схема детектора.

Вначале нам нужно сделать антенну или датчик, его можно сделать, намотав проволоку длиной 30 – 35 см вокруг стержня ручки или другого предмета подобной толщины и длины. Полученный датчик мы припаиваем к цепи транзисторов. В этой цепи эмиттер первого транзистора припаиваем к базе второго и аналогично к третьему. Когда мы объединили все транзисторы, соединяем их со светодиодом. Далее светодиод крепим к положительному потенциалу батарейки. К отрицательному мы припаиваем резистор, который идет к третьему транзистору, тем самым замыкая цепь.

Проверить работоспособность детектора очень просто: его нужно поднести датчиком к проводу включенного в сеть электроприбора или к месту предполагаемой цепи питания проводки. После данного действия светодиод должен загореться, тем самым показывая, что провод или проводка находится под напряжением.

Цена нашего детектора скрытой проводки составляет около 100 рублей. Но нужно понимать, что половину или даже все составляющие детектора можно найти у себя дома, что значительно снизит стоимость изготовления. В то же время аналогичный по функционалу детектор можно приобрести по цене примерно от 400 до 700 рублей, что значительно дороже сделанного нами детектора.

Проверка работоспособности детектора осуществляется так. Сначала проверим, подключена ли крона к батарейке, так как если не подключена, светодиод не сможет загореться, тем самым сигнализируя нам о проводке под напряжением. Когда мы проверили, подносим детектор датчиком к проводу. Светодиод загорелся, это означает, что провод под напряжением. Потом отключим провод от сети и поднесем к нему детектор. Светодиод не загорелся, это означает что провод не находится под напряжением. Таким образом, мы убедились в работоспособности детектора.

Во время сборки детектора мне понадобились умение работы с паяльником, работы со схемами. Но даже с ограниченными умениями и материалами можно разобратся и изготовить детектор скрытой проводки своими руками.

- 1 Блудов М.И. Беседы по физике. М.: Просвещение, 1984. 225 с.
- 2 Детекторы скрытой проводки: разновидности, выбор, эксплуатация [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://clck.ru/eooYy>. Дата обращения: 12.01.2022.
- 3 Детектор скрытой проводки своими руками [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://clck.ru/eoojL>. Дата обращения: 07.03.2022
- 4 Кикоин А.К., Кикоин И.К.. Электродинамика. М.: Наука, 1976.
- 5 Физика 10 класс: Учебник для общеобразоват. организаций с прил. на электронном носителе: базовый уровень / Г.Я. Мякишев, Б.Б. Буховцев, Н.Н. Сотский. М.: Просвещение, 2014. 416 с.
- 6 Электромагнитное поле [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://clck.ru/eooaq>. Дата обращения: 06.03.2022.

## ПОГРЕШНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ГЛЮКОЗЫ В КРОВИ

Д.Д. Воронова  
МАОУ «Ангарский лицей № 1»  
d4rynavoronova@yandex

Для меня, как человека, для которого жизненно необходим постоянный контроль уровня глюкозы в крови, стало проблемой, какой из моих приборов точнее и какой мне необходимо использовать в дальнейшем?

Таким образом, цель моей работы – определение погрешности приборов при измерении глюкозы в крови. Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

1. изучить теоретический материал;
2. познакомиться с приборами для измерения сахара и выяснить принцип их работы;
3. узнать допустимые погрешности приборов;
4. вести наблюдения за результатами измерений с использованием домашних приборов;
5. вести наблюдения за результатами измерений с использованием лабораторного оборудования медицинских учреждений;
6. произвести сравнительный анализ.

Гипотезой данного исследования стало предположение о том, что наиболее точный прибор – это тот, у которого результаты измерения примерно идентичны результату из лаборатории медицинских учреждений.

Принцип измерения основан на том, что на чувствительное поле тест-полоски нанесен специальный реагент. При взаимодействии глюкозы, содержащейся в капле крови, с этим реагентом происходит реакция, приводящая к накоплению электрического потенциала. Глюкометр по силе этого потенциала и определяет уровень глюкозы. Этот принцип измерения не совсем точен. На проведение анализов оказывают влияния многочисленные факторы, которые искажают получаемые результаты. На протяжении нескольких дней я вела наблюдение с использованием двух моих приборов: Accu-Chek (производитель США) и Gamete Life (наш отечественный производитель г. Иркутск.) Изучив способы анализа глюкозы, я выбрала для себя лабораторию и сдала кровь для исследования.

В клинике лаборант мне рассказал, что большинство глюкометров измеряют глюкозу в цельной крови, в то время как лабораторное оборудование обычно использует для анализа плазму крови, т.е. жидкую составляющую крови, полученную после осаждения и удаления клеток крови. По причине разницы исследуемых образцов, значения глюкозы в цельной крови обычно на 12% ниже, чем в плазме. Поэтому, прежде, чем сравнивать значения приборов, мне было необходимо узнать, как откалибровано оборудование в лаборатории, результаты которых я хотела сравнить со своими домашними, а после перевести лабораторные цифры в ту же систему измерения, в которой работают мои глюкометры.

В лаборатории мне помогли произвести ряд вычислений в определенной программе. Результаты представлены в таблице.

Accu-Chek	Gamete Life	Лаборатория
4,4	4,9	4,3
5	5,8	4,8
5,5	6,8	5,4
6,7	8,1	6,3
4,9	6,1	4,7

Таким образом, сравнив результаты, я получила наиболее близкие значения к результатам из лаборатории, которые показал глюкометр Асси-Чек. И для своего дальнейшего использования я выбрала именно его. В своей работе я подтвердила гипотезу, выполнила для себя очень важную задачу.

1. Ольховик А.Ю. Лабораторная служба «Хеликс». Санкт-Петербург.
2. Сахарный диабет и его лечение в Диа-клубе. Сайт взаимопомощи. 2003-2017 гг.
3. Дедова И.И., Шестакова М.В., Майорова А.Ю. Алгоритмы специализированной помощи больным сахарным диабетом. М., 2017.

## АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ ИСТОЧНИКИ ИЛИ ТРАДИЦИОННЫЕ?

И.А. Гаврилюк  
МАОУ «Ангарский лицей № 1»  
[ilyagavrilyck@yandex.ru](mailto:ilyagavrilyck@yandex.ru)

Потребление энергии является обязательным условием существования человечества, и от ее состояния напрямую зависит благополучие миллиардов жителей планеты. Неуклонный рост численности людей приводит к увеличению потребления энергии. Передо мной встала **проблема**: как быть, ведь если не развивать альтернативную энергетику, то это может привести к энергетическому кризису, так как с каждым днем все больше истощаются запасы природных ресурсов, необходимых для работы традиционной энергетики. И дело не только в том, что традиционные источники истощаются. Кроме перспективы истощения традиционных источников существует еще и проблема экологическая, поскольку сжигание углеводородного топлива приводит к вредным выбросам в атмосферу, ухудшая сферу обитания человека, создавая экологические проблемы.

Таким образом, для меня эта тема стала актуальной и интересной. Я решил изучить способы нахождения и разработки новых видов энергии.

**Гипотеза**: альтернативные источники энергии более выгодные, чем традиционные.

**Цель**: узнать какие альтернативные источники энергии существуют в наше время и выявить преимущества и недостатки. Я поставил следующие задачи:

- выяснить, что такое альтернативные источники энергии и изучить информацию о них;
- изучить способы преобразования энергии и принцип работы;
- рассказать об их использовании в современном мире;
- выявить преимущества и недостатки.

Для практической части своей работы я взял фотоэлемент площадью  $0,2 \text{ см}^2$  и датчик для измерения освещенности, после чего я измерил освещенность, напряжение при этой освещенности и силу тока при ясной и при пасмурной погоде. На основе полученных данных я нашел выходную мощность и составил таблицу.

Погода	Сила тока, а	Напряжение, в	Освещенность, лк	Мощность, вт
Ясная	0,1	0,2	80000	0,02
Пасмурная	0,09	0,01	1000	0,0009

Из полученных данных можно сделать вывод, что мощность при пасмурной погоде составляет 4,5% от ясной.

Работая в интернете, я нашел солнечную панель, рассчитал ее площадь ( $1,7 \text{ м}^2$ ), зная ее размеры ( $1671 \times 1002 \text{ мм}$ ), вычислил мощность, которая составила 310 вт. Чтобы выяснить, действительно ли альтернативные источники энергии более выгодные, чем традиционные, я решил провести исследование.

В качестве примера я взял собственную квартиру. Площадь квартиры  $63 \text{ м}^2$ , средняя потребляемая электрическая мощность в месяц равна 231 квт·ч. Данная квартира находится в Ангарском городском округе. Самое минимальное количество пиковых солнце-часов в месяц – в декабре, оно равно 133 часам в месяц. Зная все необходимые данные, мы можем рассчитать, сколько понадобится панелей для обеспечения квартиры электрической мощностью.

$$\frac{231 \text{ кВт} \cdot \text{ч}}{133 \text{ ч}} = 1740 \text{ Вт}$$

Разделим потребляемую мощность в месяц на количество пиковых часов, получим 1740 Вт, это необходимая электрическая мощность в час для обеспечения квартиры электричеством.

$$\frac{1740 \text{ Вт}}{310 \text{ Вт}} = 5,6 \approx 6 \text{ панелей}$$

Разделим этот результат на мощность одной панели и получим, что для обеспечения квартиры понадобится примерно 5-6 солнечных панелей площадью 1,7м<sup>2</sup>. Если же рассчитывать для самых солнечных месяцев, а это май и июнь, то получим, что для обеспечения квартиры необходимо 2 панели.

$$\frac{231 \text{ кВт} \cdot \text{ч}}{388 \text{ ч}} = 595,4 \text{ Вт}$$

$$\frac{595,4 \text{ Вт}}{310 \text{ Вт}} = 1,9 \approx 2 \text{ панели}$$

Зная стоимость этой панели (16000 руб.) и стоимость 1 квт в час (1,23 руб.), можем рассчитать, за какой промежуток времени данная панель окупится.

231 · 1,23 = 284,13 (руб.) – в месяц,

284,13 · 12 = 3409,56 (руб.) – в год,

6 · 16000 = 96000 (руб.) – за 6 панелей.

Умножив наибольшее необходимое количество панелей (6 штук) на их стоимость, и поделив на средние затраты на электричество в год (3243 руб.), получим, что 6 таких панелей окупится примерно за 28-29 лет.

$$\frac{96000 \text{ руб.}}{3409,56 \text{ руб.}} = 28,16 \text{ лет} = 28 \text{ лет } 2 \text{ месяца}$$

Надо помнить, что выходная мощность зависит не только от геометрических и физических показателей панели, но и от погоды и положения солнца. Однако есть специальные солнечные панели, которые в течение дня меняют свой наклон, тем самым получается, что для них солнечные лучи всегда перпендикулярны.

Таким образом, солнечные панели в большом количестве при малых затратах электричества будут долго окупаться. Однако они не будут создавать вредные выбросы в окружающую среду.

В результате исследования моя гипотеза о том, что альтернативные источники энергии более выгодные, чем традиционные, не подтвердилась. Но могу сказать о том, что солнечные панели более безопасны для окружающей среды.

1. Гончар В.И. Нетрадиционные возобновляемые источники энергии в энергетической программе России. География в школе. 4/2003. М.: Педагогика, 2008.
2. Кондаков А.М. Альтернативные источники энергии. М.: Прива, 2002.
3. Лаврус В.С. Источники энергии. К.: Нит, 1997.
4. Поедем на биотопливе // Экология и жизнь. 2006. № 5 (54).
5. Юдасин Л. С. Энергетика: проблемы и надежды. М.: Просвещение, 1990.
6. <http://www.sovtest.ru/ru/publication/proizvodstvo-solnechnykh-batarei-na-0>.
7. <http://www.solarroof.ru/theory/28/104/>.
8. <http://pal-antvlad.narod2.ru/index/0-2>.
9. <https://ria.ru/20091113/193404769.html>.
10. <https://invlab.ru/technologii/alternativnaya-energiya/>.

## СБОР МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПОКАЗАНИЙ С ПОМОЩЬЮ МИКРОКОМПЬЮТЕРА

Я.А. Еделев

МБОУ г. Иркутска СОШ с углубленным изучением отдельных предметов №19  
[yarvaleev07@bk.ru](mailto:yarvaleev07@bk.ru)

Доклад посвящен опыту работы с микрокомпьютерами для задач сбора показаний с датчиков температуры с помощью микрокомпьютера Raspberry Pi 3 [1]. Полученные навыки позволят применить их на практике для мониторинга различного оборудования и предоставления температурных (и не только) показаний для последующего их использования при анализе работы исследуемого оборудования, в том числе в рамках имитационного моделирования [2].

Процесс получения и обработки показателей с помощью Raspberry Pi включает следующие основные этапы:

- оснащение исследуемого объекта датчиками и сенсорами;
- получение первичных данных с датчиков с помощью контроллера;
- сохранение данных в локальную базу данных (БД) устройства.

В настоящее время популярным способом сбора данных с датчиков является применение одноплатных мини-компьютеров. Среди них выделяются платформы Raspberry Pi, Arduino и их многочисленные аналоги. В рамках настоящей работы выбрана платформа Raspberry Pi (рис. 1). Данный мини-компьютер поддерживает установку версии операционной системы Debian – Raspbian, адаптированной для ARM-процессоров. В этой версии поддерживается работа программного обеспечения для обработки данных с датчиков, в том числе Python, Shell (BASH), Java (для работы агентов), а также средства подключения к виртуальной частной сети Virtual Private Network (VPN).



Рис. 1. Raspberry Pi 3 Model B+

Общим достоинством подобного класса мини-компьютеров (контроллеров) является наличие низкоуровневого интерфейса ввода-вывода общего назначения GPIO (general-purpose input/output). GPIO позволяет пользователю управлять назначением каждого из контактов (портов) для управления различными устройствами на программном уровне. Кроме управляемых контактов есть выходы с напряжением 3 В, 5 В, заземляющие контакты и системные контакты, предназначенные для подключения

плат расширения GPIO. Один из выходов GPIO (GPIO4, № 7) обеспечивает поддержку протокола 1-Wire.

Поддержка протокола 1-Wire в Raspberry Pi означает то, что через один порт контроллера общим проводом может быть подключено несколько датчиков, соединенных параллельно (см. рис. 2). Так как каждый датчик имеет уникальный 64-разрядный идентификатор, то число устройств, подключенных к шине, может быть достаточно большим. Допустимо подключение датчиков разного типа, поддерживающих 1-Wire. Это позволяет использовать датчики с поддержкой 1-Wire в системах экологического контроля, мониторинга температуры в зданиях и узлах оборудования.

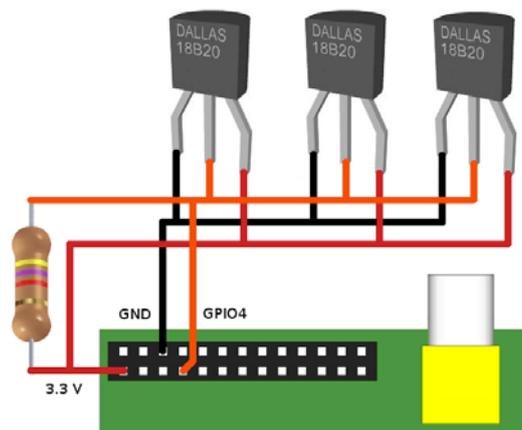


Рис. 2. Схема подключения термодатчиков к Raspberry Pi

Для чтения температуры датчиков разработан скрипт на языке программирования BASH. С использованием системного планировщика задач cron с интервалом один раз в 10 минут производится опрос датчиков, затем выполняется задержка в 5 секунд и осуществляется повторный опрос датчиков с целью получения актуальной температуры. Полученные значения записываются в файлы в формате CSV на устройстве Raspberry Pi. Записи в CSV-формате включают следующие поля: температуру, идентификатор датчика, дату и время опроса в формате unixtimestamp. После сохранения данных в файл на устройстве они передаются на удаленный сервер в БД.

Полученные данные с датчиков могут быть использованы для проведения анализа изменения наружной и внутренней температуры помещений, особенностей работы различного оборудования и т.д. Хранение данных в БД позволяет визуализировать полученные данные и иметь доступ к ретроспективным данным, накопленным за время исследования различных объектов.

1. Raspberry Pi. URL: <https://www.raspberrypi.org> (дата обращения: 02.11.2022).
2. Костромин Р.О. Стенд имитационного моделирования и визуализации процессов работы инфраструктурных объектов // Современные наукоемкие технологии. 2022. № 1. С. 59–64.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ КАЧЕСТВА ВОДЫ РЕКИ БОЛЬШАЯ КУЗЬМИХА

Е.А. Зеленков  
МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска  
kudryavceva\_0552@mail.ru

В настоящее время состояние малых рек, в результате резко возросшей антропогенной нагрузки на них оценивается, как катастрофическое. Значительно сократился сток малых рек. Велико число рек, прекративших существование в последнее время, многие оказываются на пороге исчезновения. Так и наша река Большая Кузьмиха сейчас находится в очень плачевном состоянии. В нашей работе мы постарались выявить основные ее проблемы и наметить пути их решения. Работа посвящена изучению экологических проблем, связанных с вопросом: «Почему в Иркутске строят прямо в руслах рек и даже над ними?». Возьмем, к примеру, район, где мы живем, и отдыхаем. Это микрорайон Энергетиков. Здесь есть небольшая речка, о которой мы расспросили своих родных. Они сказали, что река называется Большая Кузьмиха, а перед нашим домом течет её левый приток - ручей Кочумиха. Когда-то река была довольно большой и полноводной. На ее берегах росло много черемухи, а в реке водилась рыба. Но сейчас мы видим, что часть реки уже засыпана, так как здесь построен большой торговый центр.

Все ли мы понимаем, какое это сокровище – речка? И как оно уязвимо, это сокровище?! Можно заново построить разрушенный город. Можно посадить новый лес, выкопать пруд. Но живую речку, если она умирает, как всякий живой организм, сконструировать невозможно. Вот почему нас заинтересовала данная тема, которая остается актуальной и сейчас.

Малым рекам принадлежит исключительно важная роль в биосфере. Они в силу своей природной уязвимости в первую очередь реагируют на хозяйственную деятельность человека - на вырубку лесов, распашку, осушение, орошение, они обладают более низкой способностью к самоочищению, быстрее загрязняются. Проблема чистой воды - одна из острейших в мире. Необходимо беречь и охранять водные ресурсы. Нужно «мыслить глобально, а действовать локально». Оглянитесь вокруг: может, спасая малую реку, вы сбережете большую?

В настоящее время решить экологические проблемы малых рек одними только природоохранными мерами невозможно. Необходима разработка и осуществление специальных инженерных мероприятий. Очевидно, что успех данной деятельности возможен только в том случае, если усилия экологов и инженеров объединены в единой программе экологического обустройства

1. Провести комплексное исследование состояния реки и прибрежной территории с привлечением ученых экологов, биологов, географов, архитекторов, историков и других специалистов.
2. Ученым-экологам Иркутска разработать полноценный проект водоохранной зоны реки, которая обеспечит целостность и устойчивость экологической системы реки, и общественный доступ всех жителей к её природным и эстетическим ресурсам.
3. Продолжить работы по благоустройству прибрежной зоны реки с помощью её землепользователей.
4. Продолжить реализацию комплекса мероприятий по оздоровлению реки с участием коллектива школы и партнеров (укрепление склонов через посадку зеленых насаждений, проведение экологических субботников, организацию профилактических мероприятий).

1. Кузьмиха, село. [Электронный ресурс]. URL:<http://www.lib23.irk.ru/sverdl.htm>. (Дата обращения: 10.11.2015).
2. Большаков А.Г. Градостроительная форма городского ландшафта как условие и результат планирования и регулирования градостроительной деятельности в г. Иркутске // Вестник ИГУ. – Изд-во: ИНИТУ, Иркутск, 2010. - № 7(47). – С. 70-80.
3. Атлас развития Иркутска. - Иркутск: Изд-во Ин-та географии СО РАН, 2011. - 131 с.
4. Большаков А.Г. Принципы организации прибрежных территорий как экологического каркаса территорий //Известия ИГУ. Сер. Биология. Экология. Том 4, №2 (10), 2011. – С.5-11.
5. Фотографии с высоты 492 м. [Электронный ресурс]. Программа "Google Планета Земля" (Дата обращения: 10.12.2016).
6. Водный кодекс РФ / Кодексы и законы РФ. [Электронный ресурс]. URL: [http://kzrf.ru/vdkrf\\_head\\_06.html](http://kzrf.ru/vdkrf_head_06.html). (Дата обращения: 10.12.2016).
7. Проект планировки Южной части Свердловского округа. [Электронный ресурс]. URL: // <http://rudocs.exdat.com/docs/index-419103.html>. (Дата обращения: 10.12.2016).

## ВОЗМОЖНОСТИ СОВРЕМЕННОЙ РОБОТОТЕХНИКИ

С.Е. Кармадонов  
МАОУ «Ангарский лицей № 1»  
[karmadonov.s@mail.ru](mailto:karmadonov.s@mail.ru)

Сегодня роботы все больше заменяют людей в большинстве сфер деятельности. Уже есть роботы-водители, сборщики, уборщики. В связи с дальнейшим их развитием многие люди рискуют остаться без работы. Для того, чтобы понять, с чем это связано и какие сферы это затронет в последнюю очередь, я и начал этот проект.

**Актуальность:** активное развитие робототехники, и замещение роботами людей во многих областях деятельности.

**Цель:** изучение значения роботов в жизни людей сегодня и в будущем.

**Задачи:**

1. изучить истоки появления роботов;
2. изучить области применения роботов;
3. собрать робота, используя комплект ARDUINO.

**Гипотеза:** сейчас роботы стали весьма популярны, и собрать примитивного робота можно даже в домашних условиях.

В последнее время пользуется все большей популярностью «умный дом» – автоматизированная сеть, контролирующая электричество, водоснабжение, безопасность и другие системы. Так как в имеющемся у меня комплекте нет подвижных частей (электродвигателей, редукторов), то собрать полноценного робота я возможности не имел. Поэтому я собрал примитивный детектор пожара, который можно было бы использовать в качестве управляющего модуля для робота. Я использовал следующие материалы: управляющая плата Arduino Uno, желтый и красный светодиоды, датчик температуры TMP36, 2 резистора 220 Ом, беспаячная макетная плата, соединительные провода. В ходе своей работы я произвел следующие действия.

1. Датчик температуры TMP36 имеет рабочее напряжение до 5.5 Вольт, значит, его можно подключать к плате без резистора. Светодиоды же имеют предельное напряжение в два вольта, а потому из подаваемых пяти вольт три необходимо «оставить» на резисторе. Сила тока на светодиоде равна 20 мА, таким образом, используя закон Ома  $I = U/R$ , где  $I = 20$  мА,  $U = 3$  в, мы получаем необходимое сопротивление в 150 ом. Такого резистора у нас в наличии нет, ближайший по сопротивлению резистор имеет номинал в 220 ом, и заберет на себя 4,4 вольта. Оставшегося напряжения будет достаточно для работы светодиода.
2. Каждый светодиод будет подключен к своему порту на плате Arduino, значит, вместе их соединять нельзя. Резисторы будут подключены последовательно со светодиодами. Датчик же будет иметь свою собственную сеть на отдельных портах. Ознакомившись с литературой, я написал следующий код:

```
int OK = 10;
int notOK = 9;
int sensorPin = 0;
void setup()
{
  Serial.begin(9600);
  pinMode (OK, OUTPUT);
  pinMode (notOK, OUTPUT);
```

```

}
void loop()
{
int reading = analogRead(sensorPin);
float voltage = reading * 5.0;
voltage /= 1024.0;
Serial.print(voltage); Serial.println(" volts");
float tempC = (voltage - 0.5) * 100;
Serial.print(tempC);
if (tempC < 40){
digitalWrite(OK, HIGH);
digitalWrite(notOK, LOW);}
else{
digitalWrite(OK, LOW);
digitalWrite(notOK, HIGH);
delay(500);
digitalWrite(notOK, LOW);
delay(500);
}
}

```

3. Собрав схему и загрузив программу на плату, я увидел, что зеленый светодиод горит стабильно и не мигая, что соответствует цели. Для проверки, что будет, если температура превысит критическую, я снизил ее значение в 18 строке до 10. После этого красный светодиод начал мигать, что также соответствует задумке.

В результате проведенной работы я смог собрать датчик пожара, что опровергает принципиальную невозможность сборки робота в домашних условиях. Кроме того, в процессе поиска материалов для проекта я находил образцы самоходных роботов на основе Arduino, а потому моя гипотеза оказалась верна.

1. Макаров И.М. Робототехника: История и перспективы.
2. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Робототехника>.
3. Джемери Блум. Изучаем Aurdino. Инструменты и методы технического волшебства.
4. <https://www.youtube.com/watch?v=0xteyLvaNlk>.
5. <https://mining-cryptocurrency.ru/robototekhnika/>.

## «LAS» – САМОДЕЛЬНЫЙ МУЛЬТИМЕДИЙНЫЙ ЦЕНТР С ФУНКЦИЕЙ АВТОМАТИЗАЦИИ

Д. Кашкарев  
МАОУ Лицей ИГУ, 10 И класс, Иркутск

В работе рассматривается процесс разработки и создания медиа центра с функцией голосового управления, которое входит в систему автоматизации. Система автоматизации Home Assistant io развертывается на Ubuntu сервере в отдельном контейнере, наше устройство взаимодействует с другими элементами «Умного дома», используя интеграции. Это *Open Source* проект, поэтому многие домашние разработчики используют ее. Корпус проекта смоделирован в Fusion 360, полностью напечатан на 3d-принтере из *ABS* пластика, что дает ему большую прочность. Встроенная аудиосистема позволяет работать отдельно от экрана. Светодиодная матрица является информационным элементом, на который можно выводить визуализации под музыку.

Основой серверной и клиентской части является дистрибутив *Ubuntu*. Используется система контейнеризации – *Docker*. Интеграция и прошивка будут написаны на *C++*, автоматизации на *JSON* или *YAML* скриптах. Мы использовали низкоуровневую библиотеку для матрицы. За управление музыкой отвечает *Logitech media server* и локальный плеер *Squeezelite*. В дальнейшем будет добавлено голосовое управление на основе проекта *PocketSphinx*.

Сейчас очень популярны системы «Умного дома», многие люди покупают себе устройства для автоматизации. Мы попробовали повторить одно из них.

1. Кирченко П.Г. Электроника для начинающих. 2019.
2. Айсберг Е. Транзистор... Это очень просто. 1976.
3. Клайн Л. Fusion 360. 3D-моделирование для мейкеров. 2021.
4. Керриск М. Linux API. 2019.
5. Фленов М.Е. Linux глазами хакера. 2018.

## ГРАФИЧЕСКИЙ ПРОЕКТ КУХНИ

М.А. Насонов  
МБОУ «Лицей № 2»  
[arh\\_tanya@mail.ru](mailto:arh_tanya@mail.ru)

В настоящее время существует огромное количество вариантов обустройства кухни. Они варьируются от дома к дому, от планировки к планировке. При создании кухонь большинство заказчиков ориентируются на внешний вид, не уделяя должного внимания эффективности и удобству, поэтому найти подобную планировку становится затруднительным делом.

**Цель проекта:** создать 3D-модель эффективной кухни для однокомнатной или двухкомнатной квартиры в доме вида КОПЭ, рассчитать ценовые затраты.

### Задачи работы

1. Изучить литературу по выбранной теме.
2. Разработать эффективный план кухни.
3. Рассчитать все денежные затраты на обустройство кухни.
4. Создать 3D-модель кухни.

Для начала разработки кухни необходимо определиться с некоторыми параметрами работы. Во-первых, для того чтобы выбрать планировку, нужно определить вид дома и вид кухни. Наиболее популярной серией многосекционных панельных домов является КОПЭ, параметры кухни в 1-2-комнатных квартирах в таких домах одинаковые. Стороны кухни равны 3,2 м и 3,2 м. Имеется выход на балкон и окно. Учитывая эти особенности, был выбран план L-образной кухни, что поможет сэкономить пространство и время.

Далее путем сравнения параметров материалов МДФ и ЛДСП мы определили материал для создания основы нашей кухни. Не менее важным стал вопрос о выборе программы, с помощью которой необходимо смоделировать кухню. Такой программой по 3D-моделированию стал Blender. Собрав воедино все необходимые параметры, мы обратились на консультацию к сотруднику компании по созданию и оформлению кухонных гарнитуров. Пройдя через несколько трансформаций, наша кухня приобрела финальный вариант. В работе подробно описаны параметры и преимущества созданной кухни.

Процесс создания 3D-модели мы подразделили на несколько этапов:

1. Блокинг – это очень эскизное и грубое создание форм объектов с изначальной расстановкой на подобъекты и их составные. Применяются обычные кубы и цилиндры, из которых в последующем будут вырезаться объекты.
2. Детализация – этот этап характеризуется созданием финальной формы модели. Все мелкие детали учитываются и дорабатываются. Чтобы справиться с этим этапом, открывается новый режим редактирования объектов с большим количеством инструментов, порой направленных на точечное исправление модели.
3. Назначение материалов: на каждый объект, созданный ранее, назначается определенный материал, обладающий большим количеством характеристик, в зависимости от которых меняется его визуальная составляющая. Например, металлические свойства объекта, шероховатость, отражение света, рассеивание света внутри объекта, свечение и др.
4. Подача – это настраивание окружения модели. Композиция, расстановка света, выбор ракурса – это все включает в себя подача 3D модели.

Самым трудным был 3-й этап, так как с материалами я совсем мало работал, поэтому пришлось провести большое количество времени, изучая разные источники информации и примеры.

После преодоления всех этапов начиналась последняя завершающая часть работы – подсчет стоимости всего кухонного гарнитура. С этим вопросом мы вновь обратились к специалисту компании по созданию и оформлению гарнитуров. Как известно, частные компании добавляют немалый процент за счет оформления гарнитура, поэтому было решено подсчитать, в какую сумму обойдется такой гарнитур при самостоятельном поиске материалов и установке. Выполнив полный расчет стоимости, мы обнаружили, что разница составила 56227, 39 руб. Большую долю из этого составил монтаж гарнитура и закупка материалов корпуса, фасада кухни у других более выгодных компаний.

Таким образом, цель работы полностью реализована. Стоит отметить, что продукт проекта будет полезен не только для заказчиков эффективных кухонь, но и для специальных компаний, которые сдают в аренду квартиры с уже имеющейся мебелью. Продукт можно разместить на сайте компании для того, чтобы покупатели могли наглядно увидеть, какой гарнитур их ждет в новой квартире.

1. Советы профессионалов. Кухня (Планировка и оформление). Издательство «Ниола 21-й век», 2002. 64 с.
2. Кристофер Кун. Удивительные машины Blender 3D. Packt Publishing, 2016. 336 с.

## ЭЛЕКТРОТРАНСПОРТ СЕГОДНЯ И ЗАВТРА

Д.С. Петухов  
МАОУ «Ангарский Лицей №1»  
[petuhov05@yandex.ru](mailto:petuhov05@yandex.ru)

В связи с глобальными изменениями в мире, электротранспорт набирает все большую популярность. Все больше людей на нашей планете начинают думать о том, что электротранспорт поможет нашей планете избежать экологических катастроф. Актуальность данной работы заключается в том, что электротранспорт активно развивается и применяется человеком. **Цель:** изучение значения электротранспорта в жизни людей сегодня и в будущем. **Задачи:**

1. изучить истоки появления электротранспорта;
2. изучить виды электротранспорта;
3. выявить плюсы и минусы электротранспорта;
4. произвести расчеты экономической выгоды использования электромобиля по сравнению с автомобилем, работающим на двигателе внутреннего сгорания.

**Гипотеза:** электромобиль – это экономически выгодный вид транспорта.

В практической части своей работы я использовал автомобиль марки Toyota Land Cruiser Prado (2007), электромобиль марки Tesla Model S 60 Квт/ч (2012 – 2014 гг.), бензин АИ-95, переменное напряжение 220 в, станция быстрой зарядки. Произвел полную зарядку электромобиля, рассчитал стоимость затраченной электроэнергии. Определил расход заряда батареи на 1км. Произвел заправку полного бака автомобиля с двигателем внутреннего сгорания и рассчитал стоимость бензина. Определил расход бензина на 1км. Произвел сравнительный анализ стоимости топлива автомобиля со стоимостью электроэнергии электромобиля. Полученные результаты для электромобиля в таблице.

Год	Стоимость электроэнергии	Стоимость полной зарядки	t, время зарядки	S(км) Пройденный путь	Стоимость электроэнергии на 1км
2019	1.1 руб./кВтч	66 руб	10 ч. 56 мин.	100 км	0.66 руб.
2020	1.17 руб./кВтч	70 руб		100 км	0.7 руб.
2021	1.23 руб./кВтч	74 руб		100 км	0.74 руб.

Полученные результаты для автомобиля с двигателем внутреннего сгорания

Год	Стоимость топлива (бензин)	Стоимость полного бака	S(км) Пройденный путь	Стоимость топлива на 1км
2019	44.20 руб./л	3845 руб.	100 км	6 руб.
2020	47.70 руб./л	4150 руб.		6,5 руб.
2021	49.25 руб./л	4285 руб.		6,8 руб.

Сравнительная стоимость затрат

Год	2019	2020	2021
Экономическая выгода	В 9 раз	В 9.3 раза	В 9.2 раза

Я выяснил, что основным сдерживающим фактором массового использования электротранспорта на рынке является их цена и сложности использования. Для России

главным сдерживающим фактором применения этого средства транспорта является практически неразвитая инфраструктура. Осуществив практические расчеты, получили конкретные результаты, где видна экономическая выгода использования электромобилей по сравнению машин с двигателем внутреннего сгорания.

1. <https://efut.ru/a/161-pljusy-i-minusy-jelektromobilej.html>,  
<https://zen.yandex.ru/media/autoexp/pliusy-i-minusy-elektromobilei-5d2a26bbd5135c00ad3b594e>.
2. <https://plusiminsi.ru/elektronnyj-transport-osobnosti-plyusy-i-minusy/>.
3. <https://segway-service.ru/articles/raznoobrazie-elektrotransporta/>.
4. [https://moscowteslaclub.ru/?roistat=direct19\\_search\\_4367911641\\_тесла&roistat\\_referrer=none&roistat\\_pos=premium\\_1&yclid=6712218230658988412](https://moscowteslaclub.ru/?roistat=direct19_search_4367911641_тесла&roistat_referrer=none&roistat_pos=premium_1&yclid=6712218230658988412).
5. <https://iz.ru/tag/elektrotransport>.

## СФЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ И РАСПРОСТРАНЕНИЯ BLOCKCHAIN-СИСТЕМ

Е.А. Соколовская  
МБОУ «Лицей № 2»  
[zoloto262005@gmail.com](mailto:zoloto262005@gmail.com)

В современном мире важную роль играет информация, которая является ключевым фактором развития человечества. Появляются новые информационно-коммуникационные технологии, способствующие совершенствованию всех сфер общественной жизни, значительному повышению качества жизни. Огромную популярность набирают криптовалюты, в большинстве из которых лежит технология Blockchain, появившаяся именно в этой области, но распространившаяся практически во все сферы деятельности человека.

Blockchain как технология впервые увидела свет в 2009 году. Предназначение новой технологии было в запуске в обращение первой криптовалюты Bitcoin [1]. На сегодняшний день с ростом интереса к криптовалютам существенно возрос интерес к самой технологии, за счет чего появилось множество новых применений. Blockchain заинтересовал специалистов самых разных профилей, начиная от экономистов и юристов, заканчивая программистами и инженерами.

Актуальность технологии Blockchain обусловлена растущим интересом к криптовалюте и безопасности конфиденциальных данных.

**Цель** исследовательской работы – изучить устройство Blockchain-систем и сферы их применения и распространения, а также представить полученную информацию в простом для понимания виде.

### **Задачи работы**

1. Изучить строение технологии Blockchain.
2. Исследовать сферы распространения Blockchain-систем.
3. Проанализировать полученную информацию и выбрать самые распространенные сферы применения Blockchain.
4. Представить полученную информацию в простом для понимания виде.
5. Написать статью и опубликовать ее на Интернет-ресурсе.

Целевая аудитория – люди, интересующиеся устройством Blockchain и сферами ее распространения.

В исследовательской работе рассмотрена сущность понятия «blockchain», классификации и сферы применения Blockchain-систем.

Я, как и множество людей по всему миру, являюсь активным пользователем де-тища Павла Дурова\* – Telegram (телеграм) и читаю там достаточно много статей, которые написаны на платформе telegra.ph. Именно поэтому для публикации своей статьи я выбрала данную платформу.

После выбора сервиса для публикации моей статьи я занялась поиском информации для нее. Я нашла книги и статьи, касающиеся Blockchain-системы, и начала работу с источниками информации. Я изучала их и интерпретировала полученную информацию в простом для понимания виде.

Кроме того, я занялась поиском изображений, которые будут наглядно иллюстрировать представленную мною информацию в статье. Этот процесс был достаточно длительный, потому что в сети Интернет в легкой доступности не было изображений, которые просто и наглядно показывают данную тему.

\* Павел Валерьевич Дуров (род. 10 октября 1984, Ленинград) — предприниматель, программист, долларовый миллиардер



Рис. 1. Ссылка на статью «Что такое Blockchain? Простыми словами о технологии и сферах ее применения»

После сбора всей нужной информации я начала собирать ее воедино, в целостную статью. В процессе написания статьи я консультировалась с учителем русского языка и литературы, который помог мне грамотно и, не нарушая требований статьи, выдержать ее структуру. Ознакомиться со статьей можно по ссылке в виде QR-кода (рис. 1).

1. Подгорный А.А. Практика реализации задач банковской системы с использованием технологии блокчейн // Банкаўскі веснік: ЛІСТАПАД, 2017. С. 56-58.
2. Что такое блокчейн? Расскажем простыми словами // Coinspot [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://coinspot.io/>. Дата обращения: 29.12.2021.
3. Герман Греф призвал к легализации биткоина и других криптовалют в России // RUSBASE [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://rb.ru/>. Дата обращения: 02.01.2022.
4. Bank-based blockchain projects are going to transform the financial services industry // TechCrunch [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://techcrunch.com/2018/01/28/bankbased-blockchain-projects-are-going-to-transform-the-financial-services-industry/>. Дата обращения: 02.01.2022.
5. Блокчейн ICO – угроза третьей мировой? // Forbes [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.forbes.ru/>. Дата обращения: 15.01.2022.
6. BlockStack // BlockStack [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://blockstack.org/>. Дата обращения: 15.01.2022.

## ПОИСК ОПТИМАЛЬНОЙ СТРАТЕГИИ ПРОТИВОДЕЙСТВИЯ ВЕРБОВКЕ ТЕРРОРИСТОВ

Л.С. Тюшкевич, С.П. Сорокин

МБОУ «Лицей 2»

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН  
[efrosinia2005@gmail.com](mailto:efrosinia2005@gmail.com)

Явление терроризма, количество террористических атак и завербованных террористов со временем изменяется, количество террористов в данный период времени зависит от их количества в предыдущий период времени, поэтому модель стратегии противодействия вербовке террористов является динамической и описывается следующим динамическим уравнением:

$$T_t = \delta T_{t-1} + \varphi A - C_t, \quad t = 1, \dots, N,$$

где  $T_t$  – число террористов в период времени  $t$ ,  $T_{t-1}$  – число террористов в предыдущий момент времени  $t-1$ ,  $\delta$  – коэффициент «оставшихся» террористов,  $A$  – потенциальные террористы,  $\varphi$  – коэффициент вербовки,  $C_t$  – количество уничтоженных, задержанных террористов (государственное вмешательство),  $T_0$  – число террористов в начальный период времени  $T_0$ .

Значения параметров  $\delta$ ,  $A$ ,  $\varphi$ ,  $T_0$  априори известны.  $T_t$ ,  $T_{t-1}$ ,  $C_t$  – переменные, значение  $T_{t-1}$  будет определяться в зависимости от предыдущего периода, а значение  $C_t$  необходимо определить самостоятельно.  $T_t$  – фазовая переменная, она является искомой в данном уравнении. Определение такого  $C_t$  в каждый период времени, чтобы значение  $T_t$  стремилось к минимальному, является основной задачей математического моделирования.

Данная математическая модель должна удовлетворять следующим условиям.

1. Обязательное условие – сумма затрат в каждый период времени должна быть меньше или равна выделенному государством бюджету. Значение  $C_{max}$  также является параметром.

$$\sum_{t=1}^N C_t \leq C_{max}, \quad C_t \geq 0$$

2. Целевое условие – суммарное число террористов за все периоды времени (за обозначенный временной промежуток) должно стремиться к минимуму.

$$F(C) = \sum_{t=1}^N T_t \rightarrow \min$$

Данная модель рассматривается во временном промежутке, равном одному году. Ресурсы распределяются в течение года в каждый период времени, равный одному месяцу.

В результате анализа нескольких стратегий распределения ограниченных ресурсов в определенный промежуток времени для противодействия терроризму можно сделать некоторый вывод. Наиболее эффективными являются стратегии, в которых происходит максимальное вложение ресурсов и удержание минимального числа террористов на определенный промежуток времени. Однако при значительном увеличении числа террористов в начальный момент времени (когда происходит максимальное вложение) удержание минимального числа террористов при ограниченных ресурсах становится более сложным, уменьшается временной промежуток этого удержания и суммарное количество террористов за год резко увеличивается. Оптимальными являются следующие стратегии: стратегия равномерного уменьшения количества затраченных ресурсов в течение года и стратегия равномерного вложения ресурсов в течение года с двумя пе-

перывами. Необходимо подчеркнуть, что последняя стратегия является более выгодной, когда мы делаем перерывы в более поздний период времени.

1. Федеральный закон Российской Федерации «О противодействии терроризму» от 06.03.2006 г. № 35.
2. Будницкий О.В., Виноградов В.А. Происхождение современного терроризма: случай России // Терроризм: недопустимость оправдания. Исторические, этические и правовые аспекты. Спб., 2020. С. 3-7.
3. Нагоева М.А. Терроризм как глобальная проблема современности // Пробелы в российском законодательстве. 2014. № 3. С. 255-256.
4. Новиков А.В. Анализ факторов риска возникновения терроризма в России // Национальная безопасность. 2020. № 2. С. 31-51.
5. Соснин В.А. Современный терроризм и проблема вербовки людей в террористические сети: психологические аспекты // Прикладная юридическая психология. 2015. № 4. С. 20-28.
6. Умнов А.Е. Методы математического моделирования: Учебное пособие. М.: МФТИ, 2012. 295 с.
7. Шегаев И.С. Терроризм: история и причины возникновения // Молодой ученый. 2013. № 10. С. 463-464.
8. Оптимальное управление // Википедия URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Оптимальное\\_управление](https://ru.wikipedia.org/wiki/Оптимальное_управление) (дата обращения: 10.03.2022).

## УВЕЛИЧЕНИЕ ТЕПЛОТДАЧИ РАДИАТОРА ОТОПЛЕНИЯ

М.С. Чикуров  
МБОУ «Лицей № 2»  
[korzik\\_evgeniy@mail.ru](mailto:korzik_evgeniy@mail.ru)

Многие люди сталкиваются с тем, что в их квартирах и домах становится холодно в зимний период. С наступлением особенно низких температур этой зимой выяснилось, что в одной из комнат нашей квартиры стало ощутимо прохладнее. Поэтому цель настоящей работы – увеличить теплоотдачу радиатора отопления для того, чтобы температура в доме стала выше. Для достижения цели необходимо решить следующие задачи:

1. разобраться в причинах низких температур в квартирах;
2. изучить устройство и принцип работы радиатора отопления;
3. найти способы улучшения теплоотдачи радиатора отопления;
4. улучшить теплоотдачу радиатора отопления.

В работе были использованы такие методы, как изучение и анализ литературы, нормативных документов, проведение опытной работы. Продуктом проектной работы является радиатор отопления с повышенной теплоотдачей.

Согласно СанПиН 2.1.2.2645-10 «Санитарно-эпидемиологические требования к условиям проживания в жилых зданиях и помещениях», оптимальная температура в жилых комнатах должна составлять 20-22°C, а допустимая – 18-24°C. Согласно СНиП 41-01-2003 «Отопление, вентиляция и кондиционирование», рекомендуемое значение нагрева радиаторов домашнего отопления в холодный период находится в пределах 80-90° С [7]. Проведя измерения температуры согласно инструкции по эксплуатации пирометра Bosch PDT 1, я определил, что температура теплоотдачи радиаторов во всей квартире была около 80°C, а в проблемной комнате всего 52,1°C. При этом температура во всех комнатах в квартире была 22°C, а в проблемной комнате 17°C.

Перед началом поиска способов улучшения теплоотдачи следует разобраться в устройстве и принципе работы радиатора отопления. Вода, нагретая до нужной температуры, движется в помещение по системе труб и попадает в радиатор отопления, от которого и происходит нагрев воздуха в жилище. В основе передачи тепла лежит такое тепловое явление, как излучение. Это означает, что нагретая водой поверхность осуществляет нагрев пространства посредством излучения тепла [5].

Существует несколько способов улучшения теплоотдачи, в работе подробно описан каждый из них:

1. покраска радиатора в черный цвет;
2. использование отражающего экрана;
3. улучшение тепловой конвекции.

Для реализации первого способа я использовал эмаль НЦ-132 черного цвета. Окрасив радиатор и измерив показатели температуры, я убедился в том, что этот способ действительно эффективный.

При строительстве в качестве теплоотражающего материала используют фольгопласт. Этот утеплительный материал имеет в основе вспененный полиэтилен, ламинированный с одной стороны полированной алюминиевой фольгой. Вспененный полиэтилен в основе обладает хорошей тепловой изоляцией. Алюминиевая фольга, являющаяся наружным слоем, характеризуется отличными свойствами отражения до 98%. Она не позволяет теплоизлучению проходить через фольгопласт. Мною был изготовлен отражающий экран с использованием старого гимнастического коврика из вспененного материала и пищевой фольги. Этот отражающий экран ничуть не уступает

фольгопласту по физическим свойствам. Произведя измерения пирометром, я убедился в эффективности и этого способа [3].

Третий способ заключается в том, что был установлен бытовой комнатный вентилятор рядом с радиатором, что улучшило конвекцию, т.е. циркуляцию воздуха в комнате, и, как следствие, температуру в ней [4]. За счет использования вентилятора циркуляция воздуха будет проходить гораздо быстрее, и это значительно повысит температуру в комнате. Этот способ также добавил несколько градусов теплоотдачи проблемного радиатора.

Итак, были получены следующие результаты: первый способ увеличил теплоотдачу радиатора с 52,3°C до 57,1°C. Второй способ повысил температуру до 62°C. Хотя третий способ не повысил теплоотдачу радиатора, но в самой комнате стало ощутимо теплее. Произведя измерения бытовым комнатным термометром, я увидел, что температура в проблемной комнате увеличилась до 20°C.

Таким образом, цель работы достигнута – теплоотдача радиатора действительно увеличилась, и находиться в комнате стало значительно комфортнее. В ходе работы я многому научился и приобрел ряд новых навыков. Например, узнал о принципе работы городской системы отопления, устройстве радиаторов и их видах, научился работать с пирометром, освоил окраску радиатора подходящей краской, сконструировал и сделал своими руками теплоотражающий экран.

1. Физика 11 класс: Учебник для общеобразовательных организаций: базовый и профильный уровни / Г.Я. Мякишев, Б.Б. Буховцев, В.М. Чаругин. М.: Просвещение, 2014. 399 с.
2. Bosch PDT-1 [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.bosch-diy.com/ru/ru/p/ptd-1-0603683000-v33616>. Дата обращения: 18.01.2022.
3. Возможные варианты применения фольгопласта [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://europolis.ru/folegoplast-varianty-primeneniya.html>. Дата обращения: 09.01.2022.
4. Конвекция [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BD%D0%B2%D0%B5%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F>. Дата обращения: 18.01.2022.
5. Конструкция и устройство радиатора отопления [Электронный ресурс]: <https://teplospec.com/radiatory-batarei/konstruktsiya-i-ustroystvo-radiatora-otopleniya.html>. Дата обращения: 09.01.2022.
6. Причины низких температур в квартирах [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://eurosantehnik.ru/chto-delat-kogda-batarei-v-kvartire-goryachie-a-vse-ravno-xolodno.html>. – Дата обращения: 09.01.2022.
7. СНиП 41-01-2003 «Отопление, вентиляция и кондиционирование» [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://docs.cntd.ru/document/1200035579>. Дата обращения: 09.01.2022.
8. Теплообмен излучением: черные радиаторы [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://forum.ixbt.com/topic.cgi?id=34:2816>. Дата обращения: 25.01.2022.

## СОДЕРЖАНИЕ

Авраменко Ю.В., Бычков И.В., Гаченко А.С., Пармонов В.В., Попова А.К., Ружников Г.М., Фереферов Е.С., Федоров Р.К., Хмельнов А.Е. Цифровая платформа мониторинга и прогнозирования экологической обстановки Байкальской природной территории	3
Авраменко Ю.В., Попова А.К., Федоров Р.К. Построение картосхемы подстилающей поверхности	5
Авраменко Ю.В., Федоров Р.К. Композиция сервисов в рамках платформы цифрового мониторинга озера Байкал	6
Амелина Е.В., Горнов А.Ю. Методика численного решения задач оптимизации для функционалов с вычислительными особенностями	7
Амикишиева Р.А., Ярославцева Т.В., Рапута В.Ф. Программные средства анализа процессов атмосферного загрязнения городских и промышленных зон Прибайкальской территории	8
Аникин А.С. Параллельный алгоритм аппроксимации множества достижимости нелинейной управляемой системы с линейным вхождением управляющих воздействий	10
Аникин А.С. Гасников А.В. Методика «каталист» для ускорения сходимости алгоритмов выпуклой оптимизации	11
Баркова М.В. Об одной задаче максимизации направленности излучения фазированных антенных решеток	12
Белых А.А., Груздева Т.В. Алгоритмы поиска решений в некоторых обобщениях задачи о покрытии множества	13
Бешенцев А.Н., Раднаева Л.Д., Ширеторова В.Г. Геоинформационная оценка гидрохимического состояния водных объектов Байкальской природной территории	15
Булатов М.В. Об одном алгоритме численного решения интегро-алгебраических уравнений	19
Васиченко А.П. Моделирование продольного движения беспилотного летательного аппарата в виртуальной среде MATLAB SIMULINK	20
Ведерников В.С. Графическое отображение зависимости данных	21
Викулова Е.Р. Сравнение алгоритмов идентификации объектов по ключевым точкам	22
Воропай Н.Н., Дюкарев Е.А., Василенко О.В., Распутина Е.А. Микроклиматический мониторинг на побережье оз. Байкал: организация сети, результаты, перспективы	23
Гаченко А.С., Хмельнов А.Е. Методы построения 3D моделей рельефа с использованием беспилотных летательных аппаратов	24
Горнов А.Ю. Численное исследование вариантов метода Q-поиска	25
Горнов А.Ю. Экспериментальное исследование алгоритмов унимодальной оптимизации на основе сигнум-градиента	26

Горнов А.Ю. О проблеме инвентаризации «строительных блоков» в алгоритмах нелинейной оптимизации	27
Горнов А.Ю. Метод доверительных центров для задачи унимодальной оптимизации	28
Горнов А.Ю., Тятюшкин А.И. Перспективные направления конструирования новых алгоритмов для невыпуклых задач непрерывной оптимизации	30
Горнов А.Ю., Тятюшкин А.И., Зароднюк Т.С. Методика аппроксимации множества достижимости управляемой системы с постоянным запаздыванием	31
Горнов А.Ю., Тятюшкин А.И., Зароднюк Т.С., Аникин А.С. Конкурентные подходы к решению прикладных задач невыпуклой оптимизации	33
Горский С.А. Средства поддержки высокопроизводительных вычислений в инструментальном комплексе ORLANDO TOOLS	34
Гребенщикова В.И., Иванов В.Г., Кузьмин М.И. Геохимический мониторинг сопряженных компонентов Байкальской экосистемы	35
Давыдов А.В., Ларионов А.А., Нагул Н.В. Проверка свойства наблюдаемости формального языка с помощью логического вывода	36
Данчинова Г.А., Хаснатинов М.А., Федоров Р.К., Парамонов В.В., Ляпунова Н.А., Соловаров И.С., Лагунова Б.В., Хамнуева Н.В., Подкаменная Н.А. Эколого-эпидемиологический мониторинг трансмиссивных клещевых инфекций на БПТ с помощью ГИС и Интернет-технологий	38
Деменков М.Н. Интервальный алгоритм анализа конфигураций гиперплоскостей	40
Добрынина А.А., Рыбченко А.А., Кичигина Н.В., Саньков В.А., Король С.А., Саньков А.В., Чечельницкий В.В. Сейсмический мониторинг прохождения селей и паводков на примере р. Кынгарга (Тункинская долина)	41
Должиков Д.А., Калошин А.Е., Ломов В.П. Диагонализация матричного фермионного пропагатора и задача на собственные значения	43
Дородных Н.О., Николайчук О.А., Пестова Ю.В., Юрин А.Ю. Оценка точности прогнозирования риска лесных пожаров на основе анализа прецедентов	46
Душкина Н.А. Роевые алгоритмы стохастической оптимизации	47
Дьякович М.П., Мануйлов С.В. Программное сопровождение медицинской технологии прогнозирования профессиональной заболеваемости	48
Дьякович М.П., Финогенко И.А. Использование методов системного анализа для оценки связанного со здоровьем качества жизни	50
Дыхта В.А. Позиционный принцип минимума: понтрягинская экстремальность и методы антизацикливания итераций спуска	52
Дыхта В.А. Позиционный принцип минимума для смешанных стратегий в гладкой задаче оптимального управления	56
Жарков М.Л., Лемперт А.А. О моделировании однопутного участка железнодорожной сети на основе сетей массового обслуживания	58
Зароднюк Т.С. Нелокальная методика поиска оптимального управления на основе последовательной дискретизации	59

Зароднюк Т.С., Аникин А.С. Методика «стоп-покрытий» для сравнительного исследования свойств невыпуклых моделей	60
Иванов Р.А., Максаков Н.В. Визуальная аналитика как способ мониторинга экологических последствий сценариев развития систем теплоснабжения в центральной экологической зоне Байкальской природной территории	61
Индуцкая Т.С. Численное решение вырожденных систем дифференциальных уравнений дробного порядка	63
Иртегов В.Д., Титоренко Т.Н. О качественном анализе уравнений движения системы двух тел в поле постоянной тяжести	64
Климонов М.С. Сервис для формирования композиций сервисов для геопортала ИДСТУ СО РАН	65
Кондратьев В.С. Препроцессинг в задаче проверки эквивалентности булевых схем с применением дизъюнктивных диаграмм	66
Копылов Д.Е. Обработка документов со сложным фоном для дальнейшего распознавания текста	69
Копысов С.Г., Елисеев А.О. Возможности цифрового сервиса гидролого-климатической оценки потенциального распространения биоценозов и их биопродуктивности	70
Корякин П.В., Пистунов И.И. Разработка ВЕБ-ориентированной панели управления вычислениями для задач имитационного моделирования	72
Косов А.А. Об устойчивости стационарных решений уравнений движения гиростата Горячева–Сретенского с нелинейным потенциалом	73
Косов А.А., Кензин М.Ю., Семенов Э.И., Толстихин А.А. Развитие методов моделирования, идентификации и управления формациями с распределенными характеристиками	75
Косов А.А., Семенов Э.И. Построение решений и качественное исследование нелинейных дифференциальных уравнений	77
Костромин Р.О., Сидоров И.А. Системы мониторинга смешанной вычислительной инфраструктуры	79
Кочемазов С.Е. Эмпирический анализ примеров задачи булевой выполнимости, генерируемых при решении примеров задачи максимальной выполнимости	80
Кузнецов П.А. Теоремы существования и точные решения нелинейных вырождающихся параболических уравнений и систем	82
Кузьменко В.В., Горнов А.Ю. Отработка практических подходов к установлению референтных интервалов на основе данных пациентов	84
Кузьменко В.В., Горнов А.Ю., Зароднюк Т.С., Аникин А.С. Применение математического моделирования и методов аппроксимации данных для оценки уровня аполипопротеина А1	86
Куклин С.Г., Горнов А.Ю. Новая версия программного комплекса анализа данных холтеровского мониторинга	88
Куприянов Н.А. Поиск и чтение метаданных изображений в Интернете для уточнения геоданных космо-снимков	89
Лакеев А.В. О внутренней устойчивости нелинейных формаций	90

Леженин А.А., Рапута В.Ф. Использование спутниковой информации для оценивания характеристик подъема дымовых шлейфов от высотных труб ТЭЦ	98
Марков Ю.А., Маркова М.А., Марков Н.Ю. Высшие коэффициентные функции в каноническом преобразовании фермионной переменной	100
Михайлов А.А. Автоматическая разметка данных для сегментации изображений документов с использованием глубоких нейронных сетей	103
Наумова Е.Ю. Проблемы качества информации о зоопланктоне в системе экологического мониторинга озера Байкал	104
Новиков М.А. О стационарных движениях механических систем с частным интегралом Горячева-Чаплыгина	105
Новоселов И.Е. Развитие геопортала ИДСТУ СО РАН	106
Пеллинен В.А., Черкашина Т.Ю. Геоэкологический мониторинг оползневых ландшафтов береговой зоны ольхонского экзогеодинамического полигона	107
Пененко А.В., Пененко В.В., Цветова Е.А., Гочаков А.В., Русин Е.В., Пьянова Э.А., Скорик В.С. Алгоритмы анализа эффективности гетерогенных систем мониторинга качества воздуха на основе операторов чувствительности задачи идентификации источников	110
Пересунько П.В., Пересунько Е.О. Управление курсором на основе оценки перемещения произвольных объектов в видеопотоке	111
Петренко П.С. О робастной управляемости интервального семейства дифференциально-алгебраических уравнений	113
Попова В.А. Проверка соответствия типов конструкций динамического языка программирования на основании построения AST	114
Раджабов А.Е., Савкова Н.А. Двухфотонный форм-фактор аксиально-векторного мезона в нелокальной кварковой модели	116
Рапута В.Ф., Леженин А.А., Ярославцева Т.В., Амикишиева Р.А. Модели и методы малопараметрической реконструкции локального и регионального загрязнения Байкальской природной территории	118
Самсонюк О.Н. Оптимальное импульсное управление системой с гистерезисом	122
Светлаков А.А., Пеллинен В.А. Температура как фактор развития экзогенных процессов (на примере о. Ольхон)	123
Свинин А.К. О связи некоторых целочисленных последовательностей с интегрируемыми уравнениями математической физики	124
Семенов А.А. О концепции декомпозиционной трудности NP-трудных задач в ограничениях на примере SAT	126
Сороковиков П.С. Численное исследование свойств алгоритма гармонического поиска для решения задач нелокальной оптимизации	130
Сороковиков П.С., Горнов А.Ю. Низкопотенциальные атомные кластеры Морса размерностей от 460 до 590 атомов	132
Сороковиков П.С., Горнов А.Ю. Экспертный метод решения задач унимодальной оптимизации	133

Стрекаловский А.А. Условия глобальной оптимальности для общей задачи dc оптимизации и их применение для разработки численных методов решения задач dc оптимизации и иерархического управления	135
Толстихин А.А. Разработка многоцелевой стратегии обследования поля концентрации мобильными роботами	137
Тятюшкин А.И. Многометодная оптимизация управления в системах с фазовыми ограничениями	138
Угорская Я.А. Базовые элементы веб-конструирования проектов с внедрением технологий дополненной реальности	141
Фереферов Е.С., Ветров А.А., Спасибко А.Б. Информационные технологии для геоархеологических исследований	142
Финогенко И.А. Комбинированное использование позиционных разрывных и импульсных управлений	145
Хандаров Ф.В. Об одном подходе к построению параллельных многометодных схем глобальной оптимизации	147
Хандаров Ф.В., Сороковиков П.С. Об одном подходе к распознаванию мотивов в орнаментальных композициях	148
Хмельнов А.Е. Использование библиотеки LIBFLEXТ для реализации кода чтения по спецификациям бинарных форматов данных	149
Хмельнов А.Е., Гаченко А.С. Уточнение фрагментов модели рельефа по результатам воздушного лазерного сканирования и аэрофотосъемки	151
Чекан М.А. Анализ применения средств создания мультиагентных систем в задаче моделирования взаимодействия микросетей	153
Чистяков В.Ф. О гладких преобразованиях дифференциально-алгебраических уравнений	155
Шабалин А.С., Николайчук О.А. Боты-помощники в образовательной среде FORLABS	157
Энхбат Р., Сороковиков П.С., Горнов А.Ю. Методика численного решения задачи поиска равновесия «анти-бержа» в биматричной игре	159
Юрин А.Ю., Дородных Н.О. Подход к созданию баз знаний на основе модельных трансформаций	161
Balandin A.L. Inverse scattering problem for the tensor fields in a coordinate-free representation	163

### **Секция «Юные исследователи»**

Агеев А.С. Детектор скрытой проводки своими руками	166
Воронова Д.Д. Погрешность измерения глюкозы в крови	168
Гаврилюк И.А. Альтернативные источники или традиционные?	170
Еделев Я.А. Сбор метеорологических показаний с помощью микрокомпьютера	172
Зеленков Е.А. Исследование экологического состояния и определение качества воды реки Большая Кузьмиха	174

Кармадонов С.Е. Возможности современной робототехники	176
Кашкарев Д. «LAS» – самодельный мультимедийный центр с функцией автоматизации	178
Насонов М.А. Графический проект кухни	179
Петухов Д.С. Электротранспорт сегодня и завтра	181
Соколовская Е.А. Сферы применения и распространения BLOCKCHAIN-систем	183
Тюшкевич Л.С., Сорокин С.П. Поиск оптимальной стратегии противодействия вербовке террористов	185
Чикуров М.С. Увеличение теплоотдачи радиатора отопления	187

Научно-организационный отдел  
Федерального государственного бюджетного учреждения науки  
Института динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова  
Сибирского отделения Российской академии наук  
664033, Иркутск, ул. Лермонтова, д. 134  
E-mail: rio@icc.ru

Подписано к печати 29.11.2022 г.  
Формат бумаги 60×84 1/16, объем 4,25 п.л.  
Заказ 8.

---

Отпечатано в ИДСТУ СО РАН