

Федеральное агентство научных организаций

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ДИНАМИКИ СИСТЕМ И ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ
ИМЕНИ В.М. МАТРОСОВА
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

УДК 531.391; 681.51

№ Госрегистрации АААА-А17-117032210082-1

Инв. № 2017-9

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИДСТУ СО РАН

академик



И.В. Бычков

«23» января 2018 г.

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

по теме:

КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ И СИНТЕЗ
УПРАВЛЕНИЙ ГИБРИДНЫМИ МЕХАНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ
С РАЗВИТИЕМ СРЕДСТВ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ
И СРЕДСТВ ЧИСЛЕННОЙ РЕАЛИЗАЦИИ

(этап 2017 г.)

Руководитель темы

д-р техн. наук Э.И. Дружинин

подпись, дата 23.01.2018

Иркутск 2017

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

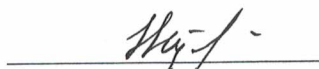
Руководитель проекта
Зав. отделением, г.н.с.
д-р техн. наук



Э.И. Дружинин (введение, раздел 1,
заключение)

Исполнители темы:

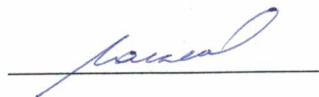
ст. науч. сотр.
д-р физ.-мат. наук



В.Д. Иртегов (раздел 2)

вед. науч. сотр.

д-р физ.-мат. наук



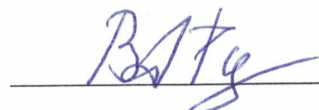
А. В. Лакеев (раздел 1)

ст. науч. сотр.
д-р физ.-мат. наук



М.А. Новиков (раздел 2)

ст. науч. сотр.
д-р физ.-мат. наук



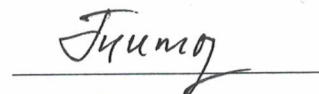
В.А. Русанов (раздел 1)

ст. науч. сотр.
канд. физ.-мат. наук



А.В. Банщиков (раздел 2)

науч. сотр.
канд. техн. наук



Т.Н. Титаренко (раздел 2)

науч. сотр.
канд. физ.-мат. наук



С.В. Чайкин (раздел 2)

науч. сотр.
канд. техн. наук



Ю.И. Огородников (раздел 1)

науч. сотр.
канд. техн. наук



В.А. Шелехов (раздел 1)

Нормоконтролёр
канд. техн. наук.



Е.С. Фереферов

РЕФЕРАТ

Отчет 22 с., 75 источников.

Ключевые слова: Нелинейная двухточечная краевая задача, структурно устойчивые модели задача полилинейной дифференциальной реализации, идентификация многомерной динамической системы, консервативные системы, системы с управлением, компьютерная алгебра.

Предметом НИР является создание инструмента исследования динамических свойств механических систем различной структуры, пассивно и активно управляемых. А также разработка вопросов алгоритмизации и численной реализации решений с использованием средств символьных вычислений и компьютерной алгебры.

Целью НИР является разработка новых методов расчета программных управлений космическими аппаратами (КА), структурной и параметрической идентификации их моделей динамики; методов качественного анализа динамических свойств сложных механических систем, синтеза законов их управления и алгоритмизация и численная реализация полученных решений.

Методология проведения НИР базируется на комплексном применении методов и средств нелинейного системного анализа теории управления, методов конструктивного качественного анализа дифференциальных уравнений и теории устойчивости.

В результате выполнения НИР получены новые методы расчета законов программного управления, новые методы дифференциальной реализации моделей объектов новых классов; обнаружены и обоснованы новые динамические свойства движения твердого и нежесткого тел, имеющие важное приложение к задачам космодинамики.

Ожидаемый экономический эффект и, как следствие, практическая значимость внедрения результатов НИР заключается в гарантированной результативности рабочих процессов, возложенных на КА. Эта гарантия – следствие безостановочного исполнения гиросистемой вычисленных новым методом программных законов управления рабочими процессами.

В мировой практике сегодня безостановочно исполняемых законов управлений КА не используется. Приоритетное применение их особенно значимо в тематике оборонного значения: чьи аппараты гарантированно в заданное время исполняют возложенные на них целевые функции, тот и хозяин ближнего космоса.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	5
Основные результаты этапа НИР: теоретические исследования и вычислительные эксперименты.....	7
Блок 1. Развитие методов исследования управляемых динамических систем. Исследование свойств этих систем. Проблемы реализации и идентификации многомерных моделей космических конструкций (КК). Краевые задачи программного управления космическими аппаратами (КА).	7
БЛОК 2. Качественный анализ динамических систем с использованием средств компьютерной алгебры.	9
Заключение.....	13
Перечень публикаций по проекту	16
Список использованных источников.....	17

ВВЕДЕНИЕ

Оценка современного состояния решаемой научно-технической проблемы и обоснование необходимости проведения НИР. Актуальность и новизна исследований в рамках настоящего этапа НИР.

Проблема расчета программных управлений космическими аппаратами (КА) с силовыми гироскопами исследуется специалистами уже более полувека [1,2,3,4,7,9], и остается актуальной и на сегодняшний день. Не смотря на огромный поток исследований [10] этой задачи до сих пор не решена знаменитая *проблема сингулярности* однокарданных беспорядочных управляющих гироскопов, наиболее используемых в качестве исполнительных органов в системах автоматического управления КА. Наличие сингулярных состояний гиросистемы в законах программного управления переориентацией аппаратов не позволяет гарантировать безостановочное [9] и прецизионное исполнение рабочих режимов КА. Эта актуальная задача включена в план исследований.

Вторая важная проблема, включенная в настоящий план исследований, это – построение динамических моделей по измерениям о состоянии больших нежестких управляемых космических конструкций в режиме их реальной эксплуатации [19,20,21]. В последние годы интерес к этой проблеме значительно повысился в связи с созданием КА со временем эксплуатации на орбите не менее десяти лет. Такие конструкции в силу больших размеров не могут быть обезвешены в земных условиях и потому не могут быть протестированы до вывода на орбиту [21]. Помимо этой проблемы с тестированием больших конструкций на Земле сегодня имеются конструкции, собираемые на орбите. Таким образом, в эксплуатацию сдаются конструкции, значения параметров которых известны лишь с точностью до некоторой окрестности их проектных значений, определяемой точностью технологии производства. Таким образом, возникла задача создания динамических моделей структурно устойчивых: динамические процессы этих моделей мало чувствительны к возмущениям проектных значений их параметров [22,23]. Эта задача включена в настоящий план исследований.

Третья проблема. Пусть на интервале времени T заданы функциональные пространства $L(T)$, $D(T)$ и Φ – некоторый класс операторов $F: L(T) \rightarrow D(T)$, а также фиксировано некоторое подмножество Q из $L(T)$. Требуется определить: существует ли оператор $F \in \Phi$, для которого функциональное подмножество Q является решением уравнения $F(q) = 0, \quad \forall q \in Q \subset L(T)$.

Имея в виду практические применения означенной постановки в апостериорном моделировании уравнений динамики систем, в качестве класса операторов Φ в проекте рас-

сма тривались дифференциальные уравнения первого и второго порядка в гильбертовом пространстве и множество Q пар «траектория, управление». Таким образом, рассматриваемая задача относится к качественной теории обратных задач системного анализа [30–33] бесконечномерных динамических систем [34–37]. Одним из методов решения этой задачи заключается в построении оператора Релея–Ритца [32, 37], поведение которого на множестве Q характеризует наличие дифференциального уравнения F .

Актуальность и новизна исследований в рамках настоящего этапа НИР.

Для решения проблемы дифференциальной реализации привлекался геометрический аппарат алгебраической топологии. При этом было показано, что, перекидывая аналитический мост между проективной геометрией и дифференциальной реализацией конечных множеств моделируемых динамических процессов, теоретико-множественную конструкцию оператора Релея–Ритца и геометрический анализ условий его непрерывности методологически удобно формулировать на языке компактных n -многообразий в терминах конечных CW-комплексов Уайтхеда [42].

Сведения о планируемом научно-техническом уровне разработки. Цели и задачи этапа НИР в 2017 г.

Исследования в рамках НИР этапа 2017 г. были организованы в виде двух блоков:

Блок 1 – Развитие методов исследования управляемых динамических систем. Исследование свойств этих систем. Проблемы реализации и идентификации многомерных моделей космических конструкций (КК). Краевые задачи программного управления космическими аппаратами (КА).

По первой проблеме планировалось разработать новую идеологию расчета программных управлений, исключаящую наличие сингулярных состояний в вычисленных законах управления и, как следствие, обеспечивающую безостановочность исполнения рабочих процессов аппарата. По второй проблеме планировалось создать алгоритмизуемый математический инструмент, позволяющий по доступным измерениям состояния КА в условиях эксплуатации формировать его линейные модели, динамические процессы которых будут мало чувствительны к возмущениям проектных значений параметров, возникающих как в процессе расчета аналитической модели, так и в процессе технологической реализации проекта.

По третьей проблеме планировалось изучение задачи дифференциальной реализации уравнений динамики для конечных и счетных множеств управляемых процессов в гильбертовом пространстве с использованием нелинейного функционального оператора Релея–Ритца.

Блок 2 – Качественный анализ динамических систем с использованием средств

компьютерной алгебры.

Для орбитального гиростата с упругим стержнем, как системы с распределенными параметрами планировалось исследовать вопрос существования одноосных равновесных ориентаций на притягивающий центр при наличии симметрий в системе (например, в расположении маховика или тензоре инерции системы).

Планировалось получить условия асимптотической устойчивости относительного равновесия спутника с управляемым гравитационным стабилизатором.

В задаче движения твёрдого тела вокруг неподвижной точки планировалось найти все стационарные движения волчка Гесса.

Планировалось провести качественный анализ уравнений движения твёрдого тела и гиростата под действием гравитационного и магнитного поля сил с использованием средств компьютерной алгебры.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЭТАПА НИР:

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Блок 1 – Развитие методов исследования управляемых динамических систем.

Исследование свойств этих систем. Проблемы реализации и идентификации многомерных моделей космических конструкций (КК). Краевые задачи программного управления космическими аппаратами (КА).

Выбор направления исследований. Методы решения задач.

Исследуемое направление и подходы, используемые исполнителями НИР, относятся к передовым в области расчета программных управлений переориентацией: вычисленные управления гарантируют безостановочное исполнение рабочих режимов КА [9,10]. В области формирования структурно устойчивых моделей использовались перспективные результаты известных математиков и специалистов в области автоматического управления [20,21]. Используются методы аналитической механики, матричного анализа, теории автоматического управления и передовые результаты российской школы математиков [23], механиков и специалистов в области автоматического управления.

В области дифференциальной реализации управляемых динамических процессов в гильбертовом пространстве научные изыскания были связаны с изучением свойства распределенной дифференциальной совместимости (РЛД-совместимости) первой ступени, т.е. когда любая точка проективного пространства, ассоциированного с линейной оболочкой, натянутой на множество исследуемых управляемых динамических процессов, имеет свою (индивидуальную) дифференциальную реализацию. На этапе 2017 г. установлено, что РЛД-

совместимость есть геометрическое свойство конечного характера, что позволяет на базе леммы Тейхмюллера–Тьюки ослаблять условия существования бихевиористической системы Я. Виллемса (определение 1 [31], обладающей дифференциальной реализацией [37-41] в вещественном сепарабельном гильбертовом пространстве. При этом установлено, что для анализа РЛД-совместимости конечной ступени необходимо использовать геометрический аппарат грассмановых многообразий.

Основные результаты настоящего этапа НИР.

Предлагается новый метод расчета управлений переориентацией космических аппаратов (КА), обеспечивающий их эффективную реализацию системой коллинеарных пар однокарданных силовых управляющих гироскопов (гиродинов) [15,18]. Технология метода продемонстрирована в задаче управления посредством гиродинов *перманентным гашением* угловой скорости вращения аппарата вокруг его центра масс при *не нулевом значении кинетического момента аппарата* после его разгрузки.

Разработан метод построения динамических моделей больших космических конструкций (БКК) при неопределенности значений их параметров, неполноты и ошибок измерений состояния конструкций в условиях реальной эксплуатации [25,29] .

Получены [43, 44] необходимые и достаточные условия реализации нестационарного полилинейного регулятора дифференциальной системы второго порядка (в том числе гиперболической), содержащей в качестве допустимых решений заданное не ограниченное по мощности (конечное/счетное/континуальное) множество бесконечномерных управляемых динамических процессов в сепарабельном гильбертовом пространстве.

На базе аппарата алгебраической топологии в сепарабельном гильбертовом пространстве исследовано [45, 46] свойство РЛД-совместимости конечной ступени в анализе разрешимости задачи дифференциальной реализации динамических процессов. Основной результат: если конечные множества динамических процессов $N_i, i = 1, K, n$ обладают свойством РЛД-совместимости первой ступени, то семейство динамических процессов $\bigcup_{i=1, L, n} N_i$ имеет дифференциальную реализацию, коль скоро оператор Релея–Ритца полуаддитивен с некоторым весом $p \geq 1$ на замкнутом линейном многообразии

$$\text{Span } N_1 + \text{Span } N_2 + L + \text{Span } N_n.$$

Предложен [47, 48] помехозащищенный (по технологии интегрального метода наименьших квадратов) прямой алгоритм структурно-параметрической идентификации дифференциальной модели демпфированных колебаний упругого элемента спутника-гиростата в форме уравнений Лагранжа II рода.

Новизна полученных результатов.

Новизну метода составляют: *виртуальное кинематическое конфигурирование* гиросистемы – немеханическое связывание прецессий гиروزлов коллинеарных пар гиродинов, и использование на этапе расчета управления, безостановочно исполняемого гиродинами, кинетического момента *системы* в качестве переменной состояния для описания динамики перманентного вращения аппарата.

Новизна результата заключается в создании алгоритма, позволяющего в отсутствии возможности наземного тестирования БКК формировать для них грубые, структурно устойчивые динамические модели.

Исследования 2017 г. развивают результаты по качественной теории дифференциальной реализации с привязкой к управляемым гиперболическим системам. Цель – формулировка необходимых и достаточных условий реализации нестационарного полилинейного регулятора гиперболической системы, содержащей в качестве допустимых решений неограниченное по мощности (конечное, счетное или даже континуальное) множество нелинейных управляемых динамических процессов в сепарабельном гильбертовом пространстве. Наличие полилинейного регулятора принципиально отличает данную задачу от рассмотренных ранее, развитые при этом методы для нестационарных гиперболических систем носят пионерский характер, которые, возможно, позволят их применить также для других задач качественной теории структурной идентификации с различными нелинейными регуляторами и для разнообразных, не только гиперболических, систем.

Блок 2 - Качественный анализ динамических систем с использованием средств компьютерной алгебры.

Цели и задачи этапа НИР 2017 г.

1. Для орбитального гиростата с упругим стержнем, как системы с распределенными параметрами исследован вопрос существования одноосных равновесных ориентаций на притягивающий центр при наличии симметрий в системе (например, в расположении маховика или тензоре инерции системы).

2. Получены условия асимптотической устойчивости относительного равновесия спутника с управляемым гравитационным стабилизатором.

3. В задаче движения твёрдого тела вокруг неподвижной точки найдены все стационарные движения волчка Гесса.

4. Проведён качественный анализ уравнений движения твёрдого тела и гиростата под действием гравитационного и магнитного поля сил с использованием средств компьютерной алгебры.

Выбор направления исследований. Методы решения задач.

Метод Рауса-Ляпунова [49] и его обобщения [50] для консервативных систем, в случае когда уравнения движения обладают полиномиальными первыми интегралами, сводит задачу качественного анализа этих уравнений (выделение стационарных решений и инвариантных многообразий и исследование их устойчивости) к алгебраической, что позволяет применять методы и средства компьютерной алгебры, а также разработанные на их основе программы для решения указанной задачи. В качестве особых рассматриваются стационарные множества уравнений движения, т.е. множества, на которых удовлетворяются необходимые условия экстремума элементов алгебры первых интегралов задачи. Для нахождения таких множеств, из первых интегралов задачи строится их линейная или нелинейная комбинация (семейство первых интегралов) и записываются необходимые условия экстремума этого семейства относительно фазовых переменных. Тем самым задача нахождения стационарных множеств сводится к отысканию решений некоторой системы алгебраических уравнений. Метод базисов Гребнера, программная реализация которого включена в большинство систем компьютерной алгебры, позволяет решать подобные задачи, находя, в ряде случаев, весь набор стационарных множеств исследуемой системы. Эффективность метода зависит от выбора и упорядочения переменных, что требует проведения вычислительных экспериментов. Подобные и другие вычислительные задачи рассматривались и были решены в процессе исследования.

Базируясь на методе Ляпунова [51], Четаева [52], выделение стационарных движений механических автономных консервативных систем целесообразно проводить пользуясь процедурой Рауса-Ляпунова [49], [53-56], согласно которой действительные стационарные устойчивые движения соответствуют экстремуму связки из первых интегралов дифференциальных уравнений, описывающих динамическую систему. В их число включаются как общие, так и частные интегралы [57,67]. Необходимые и достаточные условия знакоопределенности связок двух квадратичных форм приведены в [58], в [59] приведены достаточные условия знакоопределенности связок из трех квадратичных форм. Полный анализ устойчивости включает случай знакопостоянных квадратичных функций Ляпунова, когда к исследованию привлекаются формы и функции высших порядков. Для этой цели используется критерий знакоопределенности неоднородных многочленов многих переменных [60], [61].

Использовались классические методы теории устойчивости по линеаризованным уравнениям возмущённого движения в сочетании с возможностями систем компьютерной алгебры (СКА) по нахождению решений для системы полиномиальных неравенств. (Банщиков)

Методика проведения исследований при изучении нетривиальных равновесий орбитального гиростата с упругим звеном является традиционной для исследований в области математики, механики, физики и др. точных наук. Она основана на изучении математических моделей, логически верных доказательствах новых фактов и использовании классических и корректно модифицированных методов алгебры, математического и функционального анализа, дифференциальных уравнений, теории устойчивости, численного анализа и символьных вычислений. (Чайкин)

Основные результаты настоящего этапа НИР.

На основе метода Рауса-Ляпунова и его обобщений с использованием символьных вычислений на компьютере проведен качественный анализ уравнений движения ряда консервативных систем, в том числе волчка и гиростата Ковалевской в двух постоянных силовых полях, твердого тела в идеальной жидкости, твердого тела с полостями, заполненными жидкостью. Для уравнений движения волчка и гиростата Ковалевской в двух силовых полях найдены стационарные решения и их семейства (перманентные вращения, положения равновесия, маятниковые колебания), для тела в жидкости - семейства винтовых движений и положений равновесия. Выделены стационарные инвариантные многообразия, которым вышеуказанные решения принадлежат. Для найденных решений и инвариантных многообразий получены достаточные условия устойчивости или доказана неустойчивость [62-66].

Применение знакоопределенных связок двух квадратичных форм и неоднородных многочленов многих переменных позволило доказать совпадение достаточных условий устойчивости перманентного вращения твердого тела вокруг главной вертикальной оси с необходимыми в случае существования интеграла Эйлера [68].

Исследована возможность одновременной положительной определенности двух связок, каждая состоящая из трех квадратичных форм от трех переменных. Коэффициенты линейных комбинаций обеих связок одинаковы [69]. Показано сведение этой задачи к матричному равенству. Составлены достаточные условия существования решений этой задачи, и приведены достаточные условия невозможности решений этой задачи.

По методу Рауса-Ляпунова с применением системы аналитических вычислений в принятой к печати статье [70] удалось расширить класс известных стационарных движений механической системы, имеющей частный интеграл Гесса.

Исследованы вопросы об асимптотической устойчивости [71] и гироскопической стабилизации [72] относительного равновесия спутника с гравитационным стабилизатором на круговой орбите. В пространстве введенных параметров найдены области с различными степенями неустойчивости по Пуанкаре. В случае управляемого стабилизатора для некоторых областей сформулированы и доказаны четыре утверждения о возможности стабилиза-

ции системы до асимптотической устойчивости в зависимости от структуры действующих сил.

Для орбитального гиростата с упругим стержнем, как системы с распределенными параметрами, исследован вопрос существования одноосных равновесных ориентаций на притягивающий центр при наличии симметрий в системе. Для важной модели реальных объектов (см. например, [73]) - осесимметричного орбитального гиростата, в корпусе которого заземлен одним концом однородный прямолинейный в недеформированном состоянии упругий стержень с точечной массой на его свободном конце, в ограниченной постановке и при дискретизации задачи (и при некоторых других предположениях) найдены все одноосные равновесные ориентации корпуса гиростата на притягивающий центр, которые реализуются лишь при соответствующих значениях гиросtatического момента системы, зависящего также и от найденных деформации стержня в таких равновесиях [74, 75].

Новизна полученных результатов.

Исследования 2017 г. развивают алгоритмы теории качественного анализа дифференциальных уравнений консервативных систем эффективные при совместном использовании со средствами компьютерной алгебры. Использование последних позволяет существенно расширить класс задач, которые доступны траекторному анализу. В обсуждаемом исследовании это продемонстрировано на ряде задач с большим количеством первых интегралов.

Для одновременной знакоопределенности двух связок, каждая из трех квадратичных форм, постановка математической задачи в матричной форме, и методы ее решения являются новыми.

При полном анализе проведенных средствами компьютерной алгебры вычислений выявлены дополнительные к известным виды действительных стационарные движений в случае существования частного интеграла Гесса.

Оригинальностью подхода является автоматизация процесса исследования, с помощью разработанного ранее программного комплекса, а также применение встроенных функций для символьно-численного моделирования СКА «Mathematica». Без использования упомянутых программных средств проведенный анализ представляется крайне затруднительным. Разбиение пространства параметров на области с различными степенями неустойчивости, а также постановка задачи о влиянии структуры сил на устойчивость в рассмотренной механической системе являются новыми и ранее не изученными.

Основной особенностью выполняемых в проекте исследований по динамике орбитальных гиростатов, по сравнению с опубликованными работами других авторов в этом направлении, кроме выбора самой механической системы (орбитального гиростата с подси-

стемой с распределенными параметрами), является изучение нетривиальных одноосных ориентаций системы при дискретизация задачи по известным собственным формам соответствующего оператора линейной теории упругости без априорного усечения возникающих при этом бесконечных рядов. Подход является оригинальным, а результаты новыми. Полученные результаты могут использоваться в космической отрасли.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Все исследования в рамках НИР выполнены в соответствии с государственным заданием ИДСТУ СО РАН на 2017-2020 гг. по теме «Качественный анализ динамических свойств и синтез управлений гибридными механическими системами с развитием средств компьютерной алгебры и средств численной реализации». Содержание НИР раскрыто в Планах научно-исследовательских работ ИДСТУ СО РАН на 2017-2020 годы.

По результатам этапа НИР 2017 года опубликованы 23 работы в российских и зарубежных изданиях, в том числе статей в журналах, включенных в российские и международные базы цитирования – 21, из них в Web of Science – 8, в Scopus – 7.

Наиболее значимые результаты НИР:

Для жестких космических аппаратов (КА) решена известная в области космических технологий "проблема сингулярности" однокарданных безупорных управляющих гироскопов (гиродинопов): получен новый конечно-шаговый метод расчета на БЦВМ программных управлений ориентацией (КА) безостановочно исполняемых гиродинами. Проблема сингулярности исполнительных гироскопов впервые упомянута в американском отчете в июне 1960 г., и до сих пор, не смотря на огромный интерес к ней и большой поток публикаций [10], посвящённых ее исследованию, не была решена. Созданный новый метод расчета управления переориентацией КА обеспечил отсутствие особых (сингулярных) положений гиروزлов в процессе исполнения гиродинами вычисленных управлений, что обеспечило непрерывную управляемость КА и, как следствие, безостановочность исполнения гиродинами режима переориентации. В мировой практике подобного результата нет. На этапе 2017 года работоспособность нового метода расчета управлений продемонстрирована в решении задачи гашения вращения КА относительно центра масс. Результаты опубликованы [15,18] (автор результата Дружинин Э.И.).

В последние годы перед разработчиками космических аппаратов поставлена задача увеличения времени их эксплуатации до 10 лет. В этой ситуации появились аппараты, значительных размеров, это создало проблему с их выводом на орбиту и с обеспечением их невесомости в земных условиях, что необходимо для их тестирования, с целью уточнения

параметров конструкции. Отсутствие таких экспериментов при формировании моделей привело к необходимости построения грубых, структурно устойчивых динамических моделей больших нежестких КА только по данным телеметрии о состоянии КА в режиме реальной эксплуатации. Впервые поставлена задача создания таких моделей. В результате исследований создан алгоритмически обеспеченный метод идентификации структурно устойчивых динамических моделей (частотных характеристик, коэффициентов демпфирования и параметров динамической схемы) упругих КА по данным телеметрической информации о их состоянии в условиях эксплуатации [24,29] (автор результата Дружинин Э.И.).

В терминах нелинейного оператора Релея–Ритца получены [43, 44] необходимые и достаточные условия реализации нестационарного полилинейного регулятора дифференциальной системы второго порядка (в том числе гиперболической), содержащей в качестве допустимых решений заданный не ограниченный по мощности (конечный/счетный/континуальный) нелинейный пучок бесконечномерных управляемых (программно-позиционно) динамических процессов в сепарабельном гильбертовом пространстве (авторы результата Лакеев А.В., Русанов В.А.).

На основе метода Рауса-Ляпунова и его обобщений с использованием символьных вычислений на компьютере проведен качественный анализ уравнений движения ряда консервативных систем, в том числе волчка и гиростата Ковалевской в двух постоянных силовых полях, твердого тела в идеальной жидкости, твердого тела с полостями, заполненными жидкостью. Для уравнений движения волчка и гиростата Ковалевской в двух силовых полях найдены стационарные решения и их семейства (перманентные вращения, положения равновесия, маятниковые колебания), для тела в жидкости - семейства винтовых движений и положений равновесия. Выделены стационарные инвариантные многообразия, которым вышеуказанные решения принадлежат. Для найденных решений и инвариантных многообразий получены достаточные условия устойчивости или доказана неустойчивость (Иртегов В.Д., Титоренко Т.Н.)

Перечень публикаций по проекту

1. Дружинин Э.И. Построение структурно устойчивых моделей динамики больших космических конструкций по данным летных испытаний // Доклады Академии наук. 2017. Т. 474. № 3. С. 285-288. (Web of Science, Scopus)
2. Druzhinin E.I. Flight-Test-Based Construction of Structurally Stable Models for the Dynamics for Large Space Structures. Journal Doklady Mathematics. Том: 95 Выпуск: 3 Стр.: 295 – 298. Опубликовано: МАУ 2017. (Web of Science, Scopus)
3. Дружинин Э.И. Расчет программных управлений безостановочно исполняемых гиродинамик // Доклады Академии наук. 2017. Т. 476. № 1. С. 22-25. (Web of Science, Scopus)
4. Druzhinin E.I. Computation of program controls performed nonstop by gyrodynes. Journal Doklady Mathematics. Том: 96 Выпуск: 2 Стр.: 528 – 530 Опубликовано: NOVEMBER 2017.
5. Лакеев А.В., Линке Ю.Э., Русанов В.А. К реализации полилинейного регулятора дифференциальной системы второго порядка в гильбертовом пространстве // Дифференциальные уравнения. 2017. Т. 53. № 8. С. 1098–1109. (РИНЦ)
6. Lakeev A.V., Linke Yu.É., Rusanov V.A. Realization of a polylinear controller as a second-order differential system in a Hilbert space // Differential Equations. 2017. Vol. 53. No. 8, pp. 1070–1081. (Web of Science)
7. Русанов В.А., Данеев А.В., Линке Ю.Э. К геометрическим основам дифференциальной реализации динамических процессов в гильбертовом пространстве // Кибернетика и системный анализ. 2017. Т. 53. № 4. С. 71–83.
8. Rusanov V.A., Daneev A.V., Linke Yu.É. To the geometrical theory of the differential realization of dynamic processes in a Hilbert space // Cybernetics and Systems Analysis. 2017. Vol. 53. No. 4, pp. 554–564. (Web of Science)
9. Rusanov V.A., Banshchikov A.V., Daneev A.V., Vetrov A.A., Voronov V.A. A posteriori simulation of dynamic model of the elastic element of satellite-gyrostат // Far East Journal of Mathematical Sciences. 2017. Vol. 101. No. 9, pp. 2079–2094. (Scopus)
10. Rusanov V.A., Banshchikov A.V., Daneev A.V., Vetrov A.A., Voronov V.A. An Inverse Problem for Dynamic of the Elastic element of Satellite-Gyrostат // Abstracts NSIDE-2017. The Second Mongolia-Russia-Vietnam Workshop on Numerical of Integral and Differential Equations. 2017 (1-7 July). Irkutsk-Olkhon. ISU. P. 61.
11. Andrei V. Banshchikov. On the Asymptotic Stability of a Satellite with a Gravitational Stabilizer. // Lecture Notes in Computer Science. – 2017. Volume 10490. PP. 16 – 26. Springer. (Scopus, WoS)
12. А.В. Банщикова. О гироскопической стабилизации положения равновесия спутника с гравитационным стабилизатором. // Труды XI Международной Четаевской конференции «Аналитическая механика, устойчивость и управление». Т. 2. Секция 2. Устойчивость. – Казань: Издательство КНИТУ-КАИ, 2017. С. 43 – 51. (РИНЦ)
13. Irtegov V., Titorenko T. On Stationary Motions of the Generalized Kowalewski Gyrostат and thier Stability. Springer. Lecture Notes in Computer Science. 2017. V. 10490, p. 210-224 (WOS)
14. Burlakova L., .Irtegov V. Algorithms for Investigation of Nonlinear Systems with First Integrals. CYBERNETICS AND PHYSICS, V. 6, № 4, 2017, p. 222–230 (SCOPUS)
15. Иртегов В.Д., Титоренко Т.Н., О движениях гиростата на многообразии. Современные технологии, системный анализ, моделирование. 2017. Т.55, № 3, с.17-22 (РИНЦ)

16. Бурлакова Л.А., Иртегов В.Д., Об алгоритмах анализа систем с первыми интегралами. Труды XI международной Четаевской конференции. Изд. КНИТУ-КАИ. 2017. Т.1, с. 45-55 (РИНЦ)
17. Burlakova L., Irtegov V. The Study of Nonlinear Differential Systems. IPACS Electronic Library. 2017. Proceedings of the 8th International Conference on Physics and Control (PhysCon 2017) <http://lib.physcon.ru/doc?id=f9b236c043b1>
18. Иртегов В.Д., Титоренко Т.Н. О некоторых результатах качественного анализа обобщенного гиростата Ковалевской. Ляпуновские чтения. Тезисы докладов. Иркутск, ИДСТУ СО РАН. С.23.
19. Новиков М.А. Одновременная диагонализация матриц квадратичных форм и знакоопределенность многочленов в исследовании устойчивости движения. // Труды XI Международной научной (Четаевской) конференции “Аналитическая механика, устойчивость и управление”, Казань: 13-17 июня 2017г. Том 2, С. 186-195 (РИНЦ)
20. Новиков М.А. О положительных решениях неоднородной системы линейных алгебраических уравнений с положительной правой частью. // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2017, № 3(55), С. 22 – 29. (РИНЦ)
21. Чайкин С.В. Одноосные равновесные ориентации на притягивающий центр симметричного сплюснутого орбитального гиростата с упругим стержнем.// Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2017. № 1(53), с. 13-19 (РИНЦ)
22. Чайкин С.В. Одноосные равновесные ориентации на притягивающий центр симметричного вытянутого орбитального гиростата с упругим стержнем.// Сибирский журнал индустриальной математики. 2017. Т. XX, № 3(71), с. 92-100 (РИНЦ)
23. Chaikin S. V. Single-axis equilibrium orientations to the attracting center of a symmetrical prolate orbital gyrostata with an elastic rod // Journal of Applied and Industrial Mathematics, 2017, Vol. 11, No. 3, pp. 325-333. (SCOPUS)

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Arnster, I. N., Anderson, R. P., and Williams, H. AI., "Analysis of twin gyro attitude controller; final summary report," Chance *ought Aircraft, Inc. EL-EOR-1300.5 (June 16,1960).
2. Armando E. Lopez, Jack W. Ratcliff, and Jerry R. Havill. Results of Studies on a Twin-Gyro Attitude-Control System for Space Vehicles. July-August 1964, J. Spacecraft, vol. 1, No. 4.
3. Crenshaw J.W. 2-speed, a single-gimbal control moment gyro attitude control system. AIAA Guidance and Control Conference, Paper 73-895. August, 1973.
4. Раушенбах Б.В., Токарь Е.Н. Управление ориентацией космических аппаратов. М., Наука, 1974, 600 с.
5. Дружинин Э.И., Дмитриев А.В. К теории нелинейных краевых задач управляемых систем / В кн.: Дифференциальные уравнения и численные методы. Новосибирск: Наука Сиб. отделение. 1986, с 179-187.
6. Дружинин Э.И, Воронов В.А. Прецизионное программное сканирование поверхности планеты нежестким орбитальным телескопом // Изв. РАН. Теория и системы управления. М.: Наука. – 2011, №4, – С.146-164.
7. Van Riper, Richard V. and Liden, Sam P., "A New Fail Operational Control Moment Gyro Configuration", AIAA Guidance, Control and Flight Mechanics Conference, Paper No. 71-936, August 16/18, 1971.
8. Г.К. Сулов, Теоретическая механика, ОГИЗ, Москва, Ленинград, 1946,
9. Токарь Е.Н., Легостаев В.П., Михайлов М.В., Платонов В.П. Управление избыточными гиросиловыми системами // Космические исследования, 1980, т. XVIII, вып. 2.
10. Haruhisa Kurokawa. Survey of Theory and Steering Laws of Single-Gimbal Control Moment Gyros. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol, 30, No.5, September – October 2007.
11. Дружинин Э.И., Дмитриев А.В. Метод Ньютона-Канторовича в задаче управления конечным состоянием нелинейного объекта. – В кн.: Метод функций Ляпунова и его приложения. Новосибирск: Наука. Сиб. Отделение, 1984, с. 251– 254.
12. Дружинин Э.И. Обусловленность прямых алгоритмов расчета программных управлений нелинейными системами / Труды Международного семинара "Теория управления и теория обобщенных решений уравнений Гамильтона-Якоби" // Екатеринбург, издательство Уральского университета, том 2, 2006, с.136 -142.
13. Дружинин Э.И. Об устойчивости прямых алгоритмов расчета программных управлений в нелинейных системах // Изв. РАН. Теория и системы управления. М.: Наука. – 2007, №4, – С. 14 –20.

14. И.В. Бычков, В.А. Воронов, Э.И. Дружинин, Р.И.Козлов, С.А.Ульянов, Б.Б. Беляев, П.П. Телепнев, А.И. Ульяшин. Синтез комбинированной системы прецизионной стабилизации обсерватории "Спектр-УФ" I // Космические исследования. – 2013, т.51 № 3. С. 204 – 213.
15. Бычков И.В., Дружинин Э.И., Огородников Ю.И., Беляев Б.Б., Ульяшин А.И. О кинематическом конфигурировании силовых гиросистем // Сборник научных трудов XXII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам (25 - 27 мая 2015 г., Санкт-Петербург). – СПб.: ОАО "Концерн "ЦНИИ Электроприбор", 2015. С. 234 –239
16. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. Издательство «Наука», Главная редакция ФМ Литературы, Москва 1973 г.
17. Дружинин Э.И. О перманентных вращениях уравновешенного неавтономного гиростата. ПММ, 1999 г. том. 63, № 5, с. 875 –876.
18. Дружинин Э.И. Расчет программных управлений, безостановочно исполняемых гиродинами. ДАН, 2017, том 476, №1, с. 22 – 25.
19. Rutkovsky V.Yu., Suchanov V. M., Glumov V.M., On Control Theory of Large Space Structures Assembled in Orbit // Space Technology. Lister Scince Publisher. Oxford. 2010. Pp. 35-46.
20. Hyland, D.C., Junkins, J.L., Logman, R.W. Active control technology for large space structures // Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Volume 16, Issue 5, September 1993, Pages 801-821.
21. Lennart Ljung. System Identification. Theory for the User. 1987 by Prentice–Hall = Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя / Пер.с англ. М: «Наука», 1991. 432 С. 2.
22. Арнольд В.И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений / М. Наука, 1978, 304 с.
23. Арнольд В.И. О матрицах, зависящих от параметров // Успехи математических наук, 1971. Т. XXVI, Вып.2 (158). С.101–114.
24. Дружинин Э.И., Дмитриев А.В. К теории прямых вычислительных алгоритмов параметрической идентификации линейных объектов I, II // В кн.: Теоретические и прикладные вопросы оптимального управления. Новосибирск: Наука, 1985. С. 211 – 225.
25. Дружинин Э.И., Дмитриев А.В. Идентификация динамических характеристик непрерывных линейных моделей в условиях полной параметрической неопределенности // Изв. РАН. Теория и системы управления. М.: Наука. 1999, № 3. С. 44 – 52.

26. Horn R.A., C.R. Johnson. Matrix Analysis. Cambridge University Press = Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ / Пер. с англ. М.: Мир, 1989. 655 с.
27. Kalman R.E., Falb P.L., Arbib M. Topics in Mathematical system theory = Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем / Пер. с англ. М.: Мир, 1971, 287 с.
28. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М: Наука, 1967. 575 с.
29. Дружинин Э.И. Построение структурно устойчивых моделей динамики больших космических конструкций по данным летных испытаний. ДАН 2017, том 474, №3.
30. Еругин Н.П. Построение всего множества систем дифференциальных уравнений, имеющих заданную интегральную кривую // Прикладная математика и механика. – 1952. – XVI, № 6. – С. 659–670.
31. Виллемс Я. От временного ряда к линейной системе // Теория систем. Математические методы и моделирование / Под ред. А.Н. Колмогорова, С.П. Новикова. – М.: Мир, 1989. – С. 8–191.
32. Данеев А.В., Русанов В.А., Шарпинский Д.Ю. Нестационарная реализация Калмана–Месаровича в конструкциях оператора Релея–Ритца // Кибернетика и системный анализ. – 2007. – № 1. – С. 82–90.
33. Daneev A.V., Lakeev A.V., Rusanov V.A., Rusanov M.V. On the Theory of Realization of Strong Differential Models // Journal of Applied and Industrial Mathematics. – 2007. – 1, № 3. – P. 273–282.
34. Ahmed N.U. Optimization and Identification of Systems Governed by Evolution Equations on Banach Space. – New York: John Wiley and Sons, 1988. – 187 p.
35. Сергиенко И.В., Дейнека В.С. Идентификация параметров эллипτικο-псевдопараболических распределенных систем // Кибернетика и системный анализ. – 2011. – № 4. – С. 28–50.
36. Rusanov V.A., Antonova L.V., Daneev A.V. Inverse Problem of Nonlinear Systems Analysis: A Behavioral Approach // Advances in Differential Equations and Control Processes. – 2012. – 10, № 2. – P. 69–88.
37. Русанов В.А., Лакеев А.В., Линке Ю.Э. Существование дифференциальной реализации динамической системы в банаховом пространстве в конструкциях расширений до M_p -операторов // Дифференциальные уравнения. – 2013. – 49, № 3. – С. 358–370.
38. Chen Y.A. New One-Parameter Inhomogeneous Differential Realization of the $\text{spl}(2,1)$ Superalgebra // International Journal of Theoretical Physics. – 2012. – 51, № 12. – P. 3763–3768.

39. Rusanov V.A., Daneev A.V., Lakeev A.V., Linke Yu.É. On the Differential Realization Theory of Nonlinear Dynamic Processes in Hilbert Space // Far East Journal of Mathematical Sciences. – 2015. – 97, № 4. – P. 495–532.
40. Русанов В.А., Лакеев А.В., Линке Ю.Э. О расширении в гильбертовом пространстве дифференциальной реализации счетного пучка нелинейных процессов «вход–выход» // Кибернетика и системный анализ. – 2015. – 51, № 4. – С. 121–126.
41. Rusanov V.A., Daneev A.V., Lakeyev A.V., Linke Yu.É. On Solvability of the Identification-Inverse Problem for Operator-Functions of a Nonlinear Regulator of a Nonstationary Hyperbolic System // Advances in Differential Equations and Control Processes. – 2015. – 16, № 2. – P. 71–84.
42. Масси У., Столлингс Дж. Алгебраическая топология. Введение. – М.: Мир, 1977. – 344 с.
43. Лакеев А.В., Линке Ю.Э., Русанов В.А. К реализации полилинейного регулятора дифференциальной системы второго порядка в гильбертовом пространстве // Дифференциальные уравнения. 2017. Т. 53. № 8. С. 1098–1109.
44. Lakeev A.V., Linke Yu.É., Rusanov V.A. Realization of a polylinear controller as a second-order differential system in a Hilbert space // Differential Equations. 2017. Vol. 53. No. 8, pp. 1070–1081.
45. Русанов В.А., Данеев А.В., Линке Ю.Э. К геометрическим основам дифференциальной реализации динамических процессов в гильбертовом пространстве // Кибернетика и системный анализ. 2017. Т. 53. № 4. С. 71–83.
46. Rusanov V.A., Daneev A.V., Linke Yu.É. To the geometrical theory of the differential realization of dynamic processes in a Hilbert space // Cybernetics and Systems Analysis. 2017. Vol. 53. No. 4, pp. 554–564.
47. Rusanov V.A., Banshchikov A.V., Daneev A.V., Vetrov A.A., Voronov V.A. A posteriori simulation of dynamic model of the elastic element of satellite-gyrostат // Far East Journal of Mathematical Sciences. 2017. Vol. 101. No. 9, pp. 2079–2094.
48. Rusanov V.A., Banshchikov A.V., Daneev A.V., Vetrov A.A., Voronov V.A. An Inverse Problem for Dynamic of the Elastic element of Satellite-Gyrostат // Abstracts NSIDE-2017. The Second Mongolia-Russia-Vietnam Workshop on Numerical of Integral and Differential Equations. 2017 (1-7 July). Irkutsk-Olkhon. ISU. P. 61.
49. Ляпунов А.М. О постоянных винтовых движениях твердого тела в жидкости // Собрание сочинений, т. 1,- М.: Изд. АН СССР, 1954, С. 276 – 319.
50. Иртегов В.Д., Титоренко Т.Н. Об инвариантных многообразиях систем с первыми интегралами // Прикладная математика и механика. 2009. Т.73, № 4. С.531-537.

51. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. Собрание сочинений. Т. 2. М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1956. С. 7–263.
52. Четаев Н.Г. Устойчивость движения; работы по аналитической механике.—М.: Изд-во АН СССР, 1962. 535 с.
53. Routh E.J. A treatise on the stability of a given state of motion, particularly steady motion.- L.: McMillan, 1877, 108 p.
54. Routh E.J. The advanced part of a treatise on the dynamics of a system of rigid bodies.- L.: McMillan, 1884, 343 p.
55. Кузьмин П.А. Стационарные движения твердого тела и их устойчивость в центральном поле тяготения // Труды межвузовской конференции по прикладной теории устойчивости движений и аналитической механике. Казань: 1964, С. 93-98
56. Иртегов В.Д. Стационарные движения уравновешенного твердого тела и их устойчивость в центральном поле сил тяготения // Труды казанского авиационного института. Казань: 1964, вып. 83, С. 3-15
57. Голубев В.В. Лекции по интегрированию уравнений движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки. -М.: Регулярная и хаотическая динамика, 2002. 287 с.
58. Новиков М.А. Связь знакоопределенности с приведением к полным квадратам пучка двух квадратичных форм // Вестник Бурятского гос. ун-та. Сер. Математика и информатика. 2015. Вып. 9. С. 7–15.
59. Новиков М.А. Знакоопределенность и приведение к полным квадратам пучка трех квадратичных форм // Известия Иркутского государственного университета, Серия “Математика”, 2016, т.18, С. 74-92
60. Уокер Р. Алгебраические кривые.- М.: Изд-во иностр. лит., 1952. 236 с.
61. Брюно А.Д. Локальный метод нелинейного анализа дифференциальных уравнений.- М.: Наука, 1979. 255 с.
62. Irtegov V., Titorenko T. On Stationary Motions of the Generalized Kowalewski Gyrostat and their Stability. Springer, 2017. LNCS 10490, pp. 210-224.
63. Irtegov V., Burlakova L. Algorithms for the investigation of nonlinear systems with first integrals. CYBERNETICS AND PHYSICS. 2017. VOL. 6, NO. 4, p. 222–230.
64. Иртегов В.Д., Титоренко Т.Н. О движениях гиростата на многообразии. Современные технологии, системный анализ, моделирование. 2017. Т.55, № 3, с.17-22.
65. Бурлакова Л.А., Иртегов В.Д., Об алгоритмах анализа систем с первыми интегралами. Труды XI Международной Четаевской конференции. Изд. КНИТУ- КАИ. 2017. Т.1, с. 45-55.

66. Burlakova L., Irtegov V. The Study of Nonlinear Differential Systems. IPACS Electronic Library. 2017. Proceedings of the 8th International Conference on Physics and Control (PhysCon 2017). <http://lib.physcon.ru/doc?id=f9b236c043b1>
67. Иртегов В.Д. Инвариантные многообразия стационарных движений и их устойчивость. - Новосибирск: Наука, 1985. 141 с.
68. Новиков М.А. Одновременная диагонализация матриц квадратичных форм и знакоопределенность многочленов в исследовании устойчивости движения. // Труды XI Международной Четаевской конференции, 13-17 июня 2017г. – Казань: Том 2, С. 186-195
69. Новиков М.А. О положительных решениях неоднородной системы линейных алгебраических уравнений с положительной правой частью. // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2017, N 3 (55), С. 22-29
70. Новиков М.А. О стационарных движениях твердого тела в случае существования частного интеграла Гесса. – М.: Механика твердого тела. (Принята к печати)
71. Banshchikov Andrei V. On the Asymptotic Stability of a Satellite with a Gravitational Stabilizer. // Lecture Notes in Computer Science. – 2017. Volume 10490. PP. 16–26. Springer.
72. Банщикова А.В. О гироскопической стабилизации положения равновесия спутника с гравитационным стабилизатором. // Труды XI Международной Четаевской конференции «Аналитическая механика, устойчивость и управление». Секция 2. Устойчивость. – Казань: Изд-во КНИТУ-КАИ. 2017. Т. 2. С. 43–51.
73. Демин В.Г., Марков Ю.Г., Миняев И.С. О движении спутника, несущего вязкоупругую штангу с грузом на конце, на круговой орбите. // Космические исследования. 1988. Т.26, Вып. 3. С. 366-373.
74. Чайкин С.В. Одноосные равновесные ориентации на притягивающий центр симметричного сплюснутого орбитального гиростата с упругим стержнем. // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2017. № 1(53), с. 13-19.
75. Чайкин С.В. Одноосные равновесные ориентации на притягивающий центр симметричного вытянутого орбитального гиростата с упругим стержнем. // Сибирский журнал индустриальной математики. 2017. Т. XX, № 3(71), с. 92-100.