

Федеральное агентство научных организаций России

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ДИНАМИКИ СИСТЕМ И ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ
ИМЕНИ В. М. МАТРОСОВА
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

УДК 517.9

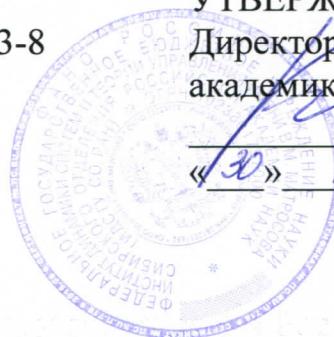
№ госрегистрации АААА-А17-117032210083-8
Инв. № 2017 - 3

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИДСТУ СО РАН
академик

И.В. Бычков

«30» ноября 2017 г.



ИТОГОВЫЙ ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

по теме:
НЕКЛАССИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ПОЗИЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ

КОМПЛЕКСНОЙ ПРОГРАММЫ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУЧНЫХ

ИССЛЕДОВАНИЙ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РАН

№ II.2 ИНТЕГРАЦИЯ И РАЗВИТИЕ

Руководитель темы


д. ф.-м. н. В. А. Дыхта
подпись, дата

30.11.2017

Иркутск 2017

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель проекта, зав. лаб.
д-р физ.-мат. наук, проф.


подпись, дата 30.11.2017

В. А. Дыхта (Введение,
заключение, разделы 1, 3.1)

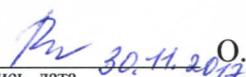
Исполнители проекта:

Науч. сотр.,
канд. техн. наук


подпись, дата 30.11.2017

В. А. Воронов (раздел 2)

Ст. науч. сотр.,
канд. физ.-мат. наук


подпись, дата 30.11.2017

О.Н. Самсонюк (раздел 3)

Нормоконтролер
канд. техн. наук


подпись, дата 30.11.2017

Е. С. Фереферов

Исполнитель проекта:

Науч. сотр.,
канд. физ.-мат. наук

В. А. Воронов (раздел 2)

Науч. сотр.,
канд. физ.-мат. наук

О.Н. Самсонюк (раздел 3)

Нормоконтролер
канд. техн. наук

Е. С. Фереферов

РЕФЕРАТ

Отчет 13 с., 1 ч., 11 источн.

ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ, РЕЛАКСАЦИОННЫЕ УПРАВЛЕНИЯ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ, УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ, ДОСТИЖИМОСТЬ, ИНВАРИАНТНОСТЬ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Проект нацелен на исследование релаксационных управлений с обратной связью в задачах управляемости и динамической оптимизации для обыкновенных и импульсных управляемых систем. Методы исследования базируются на использовании функций типа Ляпунова, удовлетворяющих неравенствам Гамильтона-Якоби.

Основные результаты проекта включают: необходимое условие глобальной оптимальности для задач управления с терминальными ограничениями в предположении выпуклости годографа системы; итерационный метод решения невыпуклых задач оптимального управления, линейных по фазовым переменным с терминальными ограничениями, основанный на позиционных управлениях спуска относительно модифицированного лагранжиана задачи; численный метод аппроксимации множеств достижимости импульсных систем, основанный на разностной схеме для уравнения эйконала; позиционный принцип минимума для импульсных процессов с траекториями ограниченной вариации; описание решений импульсной системы, соответствующих нерегулярным управляющим воздействиям и имеющих ограниченную p -вариацию.

Однако отсутствие в отчете полного описания полученных результатов

затрудняет его дальнейшее использование в научных целях. В частности, в отчете отсутствует описание метода решения задач оптимального управления с терминальными ограничениями в предположении выпуклости годографа системы, а также метода спуска относительно модифицированного лагранжиана задачи. Данные методы являются основой для дальнейшего исследования задач оптимального управления с обратной связью. Кроме того, отсутствует описание численного метода аппроксимации множеств достижимости импульсных систем, основанный на разностной схеме для уравнения эйконала. Этот метод является важной составной частью проекта и может быть использован для решения различных задач оптимального управления с обратной связью.

СОДЕРЖАНИЕ

СОДЕРЖАНИЕ	4
ВВЕДЕНИЕ	5
МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ.....	7
1 Функции Ляпунова и релаксационные управления с обратной связью в задачах управляемости и динамической оптимизации.....	7
2 Точное и численное описание множества достижимости импульсной билинейной управляемой системы. Построение монотонных функций типа Ляпунова, описывающих оценки множества достижимости.....	8
3 Инвариантность множеств относительно дифференциального включения с импульсными управляющими воздействиями. Позиционное импульсное управление.....	9
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	12
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	13

ВВЕДЕНИЕ

Проект нацелен на анализ следующих основных задач.

Задача 1. Функции Ляпунова и релаксационные управления с обратной связью в задачах управляемости и динамической оптимизации.

Задача 2. Точное и численное описание множества достижимости импульсной билинейной управляемой системы. Построение монотонных функций типа Ляпунова, описывающих оценки множества достижимости.

Задача 3. Исследование свойств инвариантности множеств относительно дифференциального включения с импульсными управляющими воздействиями и многозначными решениями. Изучение проблемы формализации позиционного импульсного управления.

В отчетном году предполагалось исследование следующих вопросов, относящихся к указанным задачам:

- 1) Получение оценок множеств управляемости и доказательство необходимых условий оптимальности с позиционными релаксационными управлениями.
- 2) Разработка численного метода для построения множества достижимости импульсной билинейной управляемой системы с траекториями ограниченной вариации и его программная реализация.
- 3) Исследование свойств инвариантности множеств относительно дифференциального включения с импульсными управляющими воздействиями и многозначными решениями.

Запланированные результаты в целом были получены. Однако в ожидаемом результате по Задаче 3 был смешен фокус исследования в сторону формализации позиционного импульсного управления, а также импульсных систем с нерегулярными управляющими воздействиями (для которых были получены необходимые результаты по конструктивному описанию решения). По результатам проекта были опубликованы 4 статьи и 1 статья подготовлена к печати в журналах, индексируемых в РИНЦ и Scopus. Полученные результаты были представлены на международных конференциях:

1. Международная конференция «Конструктивный анализ и смежные вопросы», посвященная памяти профессора В.Ф. Демьянова, Санкт-Петербург, 22-27 мая, 2017 г.

2. XVII Байкальская международная школа-семинар «Методы оптимизации и их приложения», 31 июля – 6 августа 2017 г., Байкал, с. Максимиха.

3. VIII International Conference on Optimization Methods and Applications (OPTIMA-2017) Petrovac, Montenegro, October 2-7, 2017.

1. Международная конференция «Конструктивный анализ и смежные вопросы», посвященная памяти профессора В.Ф. Демьянова, Санкт-Петербург, 22-27 мая, 2017 г.

2. XVII Байкальская международная школа-семинар «Методы оптимизации и их приложения», 31 июля – 6 августа 2017 г., Байкал, с. Максимиха.

3. VIII International Conference on Optimization Methods and Applications (OPTIMA-2017) Petrovac, Montenegro, October 2-7, 2017.

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1 Функции Ляпунова и релаксационные управлении с обратной связью в задачах управляемости и динамической оптимизации

1.1. Получено необходимое условие глобальной оптимальности для задач управления с терминальными ограничениями типа равенства и неравенства в предположении выпуклости годографа системы. Это условие базируется на позиционных управлениях спуска относительно негладкого параметрического лагранжиана задачи, отражающего как меру нарушения минимума на каждом процессе, так и меру нарушения терминальных ограничений (попадания на целевое множество). Примечательно, что обсуждаемое позиционное условие оптимальности использует возмущенное решение сопряженной системы оптимального процесса и вспомогательный функционал присоединенной задачи, которые строятся по стандартной терминальной функции Лагранжа (а не модифицированной), со стабилизирующими слагаемым (квадратом отклонения от оптимальной траектории с малым параметром). Аналогичные конструкции возникают в другом методе доказательства позиционного принципа минимума, основанном на методе штрафных оценок (в задачах с ограничениями типа равенства). Это свидетельствует о независимости конечного результата от метода снятия терминальных ограничений. Вместе с тем отметим, что результат имеет тестовый (проверочный) характер – он может указывать на неоптимальность данного процесса, но не содержит регулярного метода его улучшения в силу негладкости параметрического лагранжиана (верхней огибающей терминального лагранжиана задачи по нормированным наборам неопределенных множителей Лагранжа).

1.2. Разработан итерационный метод решения невыпуклых задач оптимального управления, линейных по фазовым переменным с терминальными ограничениями. Метод основан на позиционных управлениях спуска относительно модифицированного лагранжиана задачи – стандартного с квадратичным штрафом по терминальным ограничениям – равенствам. Позиционные управлении спуска

генерируются на каждой итерации слабо убывающей функцией типа Ляпунова, использующей коэкстремаль улучшаемого процесса (векторный импульс) и матричный импульс типа Габасова. Эта конструкция обеспечивает нелокальное улучшение на каждой итерации (гораздо более глубокое, нежели игольчатое варьирование управления), что обуславливает сходимость итераций по функционалу и невязке ограничений.

Результаты опубликованы в [1–3].

2 Точное и численное описание множества достижимости импульсной билинейной управляемой системы. Построение монотонных функций типа Ляпунова, описывающих оценки множества достижимости

Разработан численный метод аппроксимации множеств достижимости импульсных систем, основанный на разностной схеме для уравнения эйконала и последовательном вычислении значения неизвестной функции (в данном случае – затрачиваемого ресурса управления) в узлах сетки. Порядок перебора узлов определяется динамически. Сходимость метода имеет место в случае ограниченности интеграла от модуля кривизны любой характеристики уравнения в рассматриваемой области, что имеет место, в частности, для билинейных систем с невырожденной квадратной матрицей коэффициентов при управлении; при этом условие корректности Фробениуса может быть не выполнено. Аппроксимацией множества достижимости является множество точек сетки, в которых найденная функция не превосходит некоторого значения. Внутренняя и внешняя оценки множества достижимости могут быть получены как объединение шаров с центрами в узлах сетки.

Данный метод естественным образом обобщается на случай зависимости правой части системы от времени: в соответствующем уравнении эйконала от времени зависит скорость распространения сигнала. Метод может быть применен для нахождения функции Беллмана в задаче быстродействия для обыкновенной (не импульсной) управляемой системы.

Для импульсных управляемых систем предложен численный метод построения сильно монотонных функций типа Ляпунова, являющихся решением неравенства Гамильтона-Якоби. Такие функции могут быть найдены на некоторой сетке в результате выполнения фиксированного числа итераций метода нескольких выметаний (Fast Sweeping Method).

Результаты опубликованы в [7, 8].

3 Инвариантность множеств относительно дифференциального включения с импульсными управляющими воздействиями. Позиционное импульсное управление

Исследования по этому разделу велись в двух направлениях:

3.1. Формализация позиционного импульсного управления для импульсной управляемой системы с управлениями, заданными регулярной векторной мерой, и многозначными решениями с селекторами ограниченной вариации. Исследование инвариантности множеств, заданных неравенствами для функций типа Ляпунова, монотонных относительно таких управляемых систем. Приложение полученных результатов к получению условий оптимальности импульсных процессов.

Была предложена формализация позиционного импульсного управления, основанная на пространственно-временном представлении импульсной системы с траекториями ограниченной вариации. Такое представление позволяет описать многозначное решение импульсной системы как параметрически заданную функцию вспомогательной переменной τ , являющейся суммой «реального» времени t и так называемого «быстрого» времени V (характеризующего импульсную динамику системы).

На основе предложенной формализации позиционного управления было получено необходимое условие оптимальности с позиционными управлениями для импульсных процессов. Это необходимое условие названо позиционным принципом минимума, оно является обобщением соответствующего одноименного критерия для классических задач оптимального управления.

Результаты опубликованы в [3, 4–6].

3.2. Изучение импульсных управляемых систем с нерегулярными управляющими воздействиями и решениями ограниченной p -вариации.

Рассмотрены импульсные управляемые системы с решениями, имеющими неограниченную полную вариацию, но ограниченную p -вариацию при $p>1$. Такие системы появляются при релаксационном расширении вырожденных задач оптимального управления, когда замыкание в слабой* топологии в BV не обеспечивает компактность множества решений. Решения ограниченной p -вариации почти не изучены в контексте импульсных систем с разрывными траекториями. Однако идет параллельное развитие теории таких систем с непрерывными решениями ограниченной p -вариации. Это достаточно молодая теория (Rough path теория), начало которой было положено в работах Терри Лионса в 1994 году. Сейчас она активно развивается, что связано с большим количеством приложений, прежде всего в теории стохастических уравнений. Известно, что при $1 < p < 2$ дифференциальные уравнения с непрерывными решениями ограниченной p -вариации можно преобразовать к интегральным уравнениям, где интегралы понимаются в смысле интегрирования по Юнгу. Например, под этот случай попадает фрактальное броуновское движение с индексом Херста $0.5 < H < 1$.

Для разрывных решений ограниченной p -вариации предложена модификация известного в импульсном управлении метода разрывной замены времени. Заметим, что для решений ограниченной вариации (т.е. $p=1$) из п. 3.1 разрывная замена времени приводит к эквивалентной пространственно-временной системе с абсолютно непрерывными траекториями. Однако при $p>1$ такая система имеет только непрерывные решения ограниченной p -вариации. Для случая $1 < p < 2$ получено конструктивное представление разрывного решения ограниченной p -вариации, соответствующего скалярному нерегулярному управляющему воздействию.

Результат опубликован в работах [9, 10], где участнику проекта принадлежит доказательство теоремы о представлении решения через специального вида дискретно-непрерывное интегральное уравнение с интегралом Янга. Работа по исследованию инвариантности и свойств монотонности функций относительно

таких систем, а также интерпретации позиционного управления только началась в рамках данного проекта и будет продолжена в дальнейшем. Полученные на данном этапе результаты по характеристике решений ограниченной р-вариации, отвечающих нерегулярному управляемому воздействию, являются необходимой базой для дальнейших исследований таких систем по заявленному в проекте направлению.

Среди систем, в которых реализованы методы позиционного управления в рамках данного проекта, можно выделить систему управления движением транспортных средств с нерегулярным управляемым воздействием, разработанную в Институте проблем машиностроения и радиотехники им. В.А.Котельникова РАН. Для решения задачи управления движением транспортных средств в условиях нерегулярного управления разработаны алгоритмы, позволяющие управлять движением транспортных средств в условиях нерегулярного управления. Алгоритмы, разработанные в Институте проблем машиностроения и радиотехники им. В.А.Котельникова РАН, позволяют управлять движением транспортных средств в условиях нерегулярного управления.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В отчетном периоде исследования были сфокусированы на релаксационных управлении с обратной связью в задачах управляемости и динамической оптимизации в обыкновенных и импульсных управляемых системах. Были получены следующие основные результаты: необходимое условие глобальной оптимальности для задач управления с терминальными ограничениями в предположении выпуклости годографа системы; итерационный метод решения невыпуклых задач оптимального управления, линейных по фазовым переменным с терминальными ограничениями, основанный на позиционных управлениях спуска относительно модифицированного лагранжиана задачи; численный метод аппроксимации множеств достижимости импульсных систем, основанный на разностной схеме для уравнения эйконала; позиционный принцип минимума для импульсных процессов с траекториями ограниченной вариации; описание решений импульсной системы, соответствующих нерегулярным управляющим воздействиям и имеющих ограниченную p -вариацию.

По результатам проекта были опубликованы 4 статьи и 2 статьи подготовлены к печати в журналах, индексируемых в РИНЦ и Scopus. Полученные результаты были представлены на трех международных конференциях.

При выполнении проекта решались задачи построения управляемых траекторий с заданными ограничениями для импульсных систем, включая задачи оптимального управления с терминальными ограничениями, задачи управления с обратной связью в импульсных системах, задачи оптимального управления с ограничениями на производительность, задачи оптимального управления с ограничениями на управление, задачи оптимального управления с ограничениями на управляемые траектории. Для решения этих задач разрабатывались численные методы, основанные на позиционных управлениях спуска относительно модифицированного лагранжиана задачи. Помимо этого, разрабатывалась численная схема для уравнения эйконала, позволяющая аппроксимировать множества достижимости импульсных систем. Важной задачей было описание решений импульсной системы, соответствующих нерегулярным управляющим воздействиям и имеющих ограниченную p -вариацию.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Дыхта В.А. Позиционный принцип минимума для квазиоптимальных процессов в задачах управления с терминальными ограничениями // Изв. ИГУ. Сер. Математика. – 2017. – Т. 19, №1. – С. 113–128.
2. Dykhta V.A. Feedback Minimum Principle for Optimal Control Problems with Terminal Constraints // Abstracts of the 17th Baikal international school-seminar «Methods of Optimization and Their Applications». Irkutsk: ESI SB RAS. – 2017. – P. 137.
3. Dykhta V., Samsonyuk O., Sorokin S. Relaxational Methods with Feedback Controls for Discrete and Impulsive Optimal Control Problems // Abstracts of the 17th Baikal international school-seminar «Methods of Optimization and Their Applications». Irkutsk: ESI SB RAS. – 2017. – P. 138.
4. Samsonyuk O. N. Optimality Conditions for Optimal Impulsive Control Problems with Multipoint State Constraints // In: Proceedings VIII International Conference on Optimization Methods and Applications, OPTIMA-2017 Petrovac, Montenegro, October 2–7, 2017. – Р. 497–503. (**Scopus**, на 1.12.2017 нет информации по индексированию.)
5. Samsonyuk O., Staritsyn M. Generalized solutions of bounded p-variation of nonlinear control systems and nonsmooth optimal impulsive control problems // 2017 Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (dedicated to the memory of V.F. Demyanov) (CNSA), 2017. – Proceedings – 2017. – Pp. 272–275. DOI: 10.1109/CNSA.2017.7974009 (**Scopus**).
6. Goncharova E., Samsonyuk O., Staritsyn M., Dynamical systems with states of bounded p-variation: A new trend in impulsive control // Cybernetics and Physics. Vol. 6, no 4. 2017. (**Scopus**, на 01.12.2017 – принята к печати, будет опубликована в 2017).
7. Apanovich D.V., Pogodaev N.I., Voronov V.A. A numerical method for time-dependent anisotropic eikonal equations // Abstracts of the 17th Baikal international school-seminar «Methods of Optimization and Their Applications». Irkutsk: ESI SB RAS. – 2017. – P. 134.
8. Apanovich D.V., Voronov V.A. Discrete Approximation of a Reachable Set for a Nonlinear Impulsive Control System // Abstracts of the International Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics Dedicated to the Memory of Professor V. F. Demyanov. May 22 – 27, 2017. – СПб: Изд-во ВВМ. – 2017. – С. 127.
9. Samsonyuk O. Weak Invariance for Impulsive Differential Inclusions // Abstracts of the 17th Baikal international school-seminar «Methods of Optimization and Their Applications». Irkutsk: ESI SB RAS. – 2017. – P. 147.
10. Самсонюк О.Н. Приложения функций, монотонных относительно управляемой системы, к задачам оптимального импульсного управления // Тез. докл. XIII Всероссийской конференции молодых ученых «Моделирование, оптимизация и информационные технологии» (Иркутск – Старая Ангасолка (оз. Байкал), 13–18 марта 2017 г.). – Иркутск: ИДСТУ СО РАН. – 2017. – С. 58.
11. Дыхта В.А. Методы решения задач оптимального управления с использованием позиционных управлений спуска по функционалу // (подготовлена к печати).
12. Pogodaev N.I., Voronov V.A. Minimum time problem for non-autonomous control systems // Yugoslav Journal of Operational Research (подготовлена к печати).