

## **ОТЗЫВ**

**официального оппонента на диссертационную работу  
Шеметовой Валентины Владимировны  
«Краевые задачи для класса псевдогиперболических уравнений»,  
представленную на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по специальности  
1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика**

Диссертация В.В. Шеметовой посвящена исследованию смешанных краевых задач в четверти пространства для линейных псевдогиперболических уравнений в частных производных четвертого порядка. Такие уравнения встречаются при описании различных реальных процессов в теории упругости (уравнение Рэлея – Бишопы, система уравнений Власова), в гидродинамике (обобщенное уравнение Буссинеска), в других разделах математической физики. В теории псевдогиперболических уравнений остается много вопросов, ответы на многие из них дает данная диссертационная работа. Поэтому тема работы является актуальной.

Диссертационная работа В.В. Шеметовой выполнена на 151 странице, содержит введение, три главы, заключение и список литературы из 82 наименований.

Во введении автором освещены: актуальность исследования, основные задачи исследования, научная новизна работы, методология и методы исследования, краткое содержание диссертации, апробация результатов и их публикация, личный вклад автора.

В первой главе исследованы краевые задачи в четверти пространства для линейных псевдогиперболических уравнений четвертого порядка в случае одной пространственной переменной. Предполагается обратимость дифференциального оператора при второй производной по времени. Введены понятия регулярной и нерегулярной краевой задачи в терминах коэффициентов

при производных в краевых условиях. Получены теоремы об однозначной разрешимости в весовых анизотропных пространствах Соболева регулярных краевых задач и нерегулярных, когда требуется повышенная гладкость функции из правой части уравнения. Найдены интегральные представления решения и получены оценки корректности для решений краевых задач. Построены контрпримеры, показывающие, что в нерегулярных краевых задачах нельзя ослабить требования повышенной гладкости правой части уравнения. Полученные результаты использованы при рассмотрении краевых задач для уравнения крутильных колебаний упругого стержня, соответствующих случаям жесткого и шарнирного закрепления стержня.

Вторая глава посвящена исследованию регулярных краевых задач для линейных псевдогиперболических уравнений четвертого порядка в случае нескольких пространственных переменных. Временная и одна выделенная пространственная переменная неотрицательны, остальные пространственные переменные принимают любые значения в рассматриваемой четверти пространства. В случае обратимого и необратимого оператора при второй производной по времени доказаны теоремы о разрешимости регулярных краевых задач в весовых анизотропных пространствах Соболева, найдены представления решений, получены оценки на решения в данных пространствах.

В третьей главе рассмотрены нерегулярные краевые задачи в четверти пространства в многомерном случае. Для этих задач доказана однозначная разрешимость в весовых анизотропных пространствах Соболева, получены в них оценки корректности на решение, с использованием преобразований Лапласа и Фурье получены интегральные представления решений. Рассмотрены случаи обратимого и необратимого оператора при второй производной по времени. В первом случае дополнительно используются условия ортогональности правой части уравнения. Построенные контрпримеры свидетельствуют о близости условий дополнительной гладкости правой части уравнения к необходимым условиям для разрешимости краевых задач рассматриваемых классов.

Таким образом, в диссертации В.В. Шеметовой получены новые и имеющие научную ценность результаты, касающиеся вопросов однозначной разрешимости смешанных краевых задач для линейных псевдогиперболических уравнений в частных производных.

Результаты диссертации, безусловно, являются новыми. Достоверность выносимых на защиту результатов диссертации не вызывает сомнений. Теоремы и другие утверждения в работе обоснованы и снабжены строгими доказательствами. Для решения поставленных задач использованы методы теории дифференциальных уравнений, функционального анализа, методы интегральных преобразований Лапласа и Фурье. Автореферат соответствует содержанию диссертационной работы.

К диссертации имеются замечания и рекомендации.

1. В первой главе и в третьей после завершения исследования нерегулярных краевых задач стоило добавить комментарии: какие из случаев (в терминах коэффициентов краевых условий) краевых задач, при выполнении условий Лопатинского, не удалось исследовать, возможно ли использование для них в будущем других методов и каких результатов при этом стоит ожидать. Например, это касается задач из третьей главы, когда все числа  $A_i$  одинаковы.

2. Работа очень аккуратно оформлена. Однако ни в диссертации, ни, тем более, в автореферате я не нашел пояснения обозначения многомерного пространства с двумя плюсами в нижнем индексе. Из контекста я в итоге понял его смысл, но это обозначение, встречающееся повсеместно, стоило пояснить.

3. В автореферате для второй и третьей главы записана краевая задача (2) для уравнения с младшими производными, однако все приведенные теоремы содержат результаты для этого уравнения с нулевыми коэффициентами при младших производных. Наверное, стоило в автореферате привести хотя бы один результат для уравнений с младшими производными, либо убрать их из уравнения в задаче (2) и упомянуть затем в замечании.

Указанные комментарии не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы. Автором проделана работа очень высокого качества. Полученные результаты вносят существенный вклад в теорию краевых задач для уравнений в частных производных.

Диссертация удовлетворяет пунктам 9–11, 13, 14 Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 года № 842 (в действующей редакции), соответствует всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор, Шеметова Валентина Владимировна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент



Федоров Владимир Евгеньевич

доктор физико-математических наук

18.05.2026

(специальность 01.01.02 – Дифференциальные уравнения); профессор;

почтовый адрес: 454001, г. Челябинск, ул. Братьев Кашириных, 129;

телефон: +7 (351) 799-72-35;

e-mail: kar@csu.ru;

наименование организации: федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» Министерства науки и высшего образования РФ;

должность: заведующий кафедрой математического анализа.



Ведущий специалист