

В диссертационный совет 24.1.060.01
при ФГБУН Институте динамики систем
и теории управления имени В. М.
Матросова
Сибирского отделения Российской
академии наук

ОТЗЫВ НА АВТОРЕФЕРАТ

диссертации Старицына Максима Владимировича
**«ВАРИАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО
УПРАВЛЕНИЯ В БЕСКОНЕЧНОМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ»**

представленной на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук
по специальности 1.1.2 — «Дифференциальные уравнения и математическая
физика»

Диссертационная работа М. В. Старицына посвящена задачам оптимального управления динамическими системами, состояние которых описывается дифференциальными уравнениями Бохнера с ограниченным полем скорости на банаховом пространстве, а также нелокальными уравнениями неразрывности и баланса на пространствах мер. Последний класс постановок относится к одному из востребованных направлений современной прикладной математики — теорий динамических систем и управления в среднем поле. Речь идет о формализации задач исследования систем, состоящих из множества однотипных агентов, к исследованию предельной системы в пространстве мер, в случае, когда динамика каждого агента зависит не только от пространственной переменной, но и от распределения в целом.

Для задач управления нелокальными уравнениями неразрывности получены точные формулы приращения терминального функционала и позиционные условия оптимальности. Эти результаты сформулированы непосредственно на пространстве вероятностных мер и учитывают зависимость поля скоростей от мерозначной траектории.

Для нелокальных уравнений баланса с источником типа «мера с плотностью» построена редукция к уравнению неразрывности на расширенном пространстве вероятностных мер. Исходная неотрицательная мера восстанавливается посредством барицентрической проекции. Благодаря этой конструкции аппарат позиционного вариационного анализа переносится с уравнений неразрывности на уравнения с источником.

Самостоятельный круг результатов относится к вырожденной задаче управления нелокальным уравнением неразрывности. Построено импульсно-траекторное расширение в классе мерозначных функций ограниченной вариации. Для расширенной задачи найден явный вид сопряженной системы — шаг, который не был ранее сделан в теории принцип максимума Понтрягина для моделей среднего поля.

Научную новизну определяет в первую очередь общий подход к получению необходимых условий оптимальности, основанный не на привычных асимптотических разложениях, а на явных «нелокальных» представлениях разности значений функционала на паре управлений в терминах функции цены исследуемого процесса; этот подход в чем-то напоминает динамическое программирование (и использует тот же класс вариаций), но заменяет решение нелинейного уравнения Гамильтона-Якоби решением линейного транспортного уравнения (и потому не претендует на глобальность, доставляя лишь необходимое условие экстремума). Как сказано в автореферате, новой является также постановка задачи оптимального импульсного управления в среднем поле и построение ее импульсно-траекторного расширения. Существенны также редукция управляемого уравнения баланса к уравнению неразрывности и поднятие последнего на банахово пространство отображений, обеспечивающее неочевидный переход от динамики на метрическом пространстве мер с неограниченным оператором к обыкновенному дифференциальному уравнению с ограниченным векторным полем.

Достоверность и обоснованность результатов подтверждаются строгими доказательствами, согласованностью полученных условий оптимальности с известными частными случаями и апробацией результатов. Основные результаты опубликованы в рецензируемых научных изданиях.

По теме диссертации опубликованы 24 работы, из которых 18 статей — в рецензируемых научных изданиях, входящих в перечень ВАК или индексируемых в международных базах Scopus и Web of Science. Результаты докладывались на российских и международных конференциях и научных семинарах. Автореферат отражает основное содержание диссертации.

Основные результаты диссертации соответствуют паспорту специальности 1.1.2. Результаты о позиционных условиях экстремума, принципе максимума Понтрягина, редукции задач управления и импульсно-траекторных расширениях относятся к направлению «Дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений в задачах оптимального управления и вариационного исчисления». Результаты о нелокальных уравнениях неразрывности и баланса на пространствах мер относятся к направлениям «Нелинейные дифференциальные уравнения и системы нелинейных дифференциальных уравнений» и «Общая теория дифференциальных уравнений и систем».

В качестве замечания отмечу следующее. В автореферате можно было бы отчетливее разделить секвенциальное описание предельных обычных процессов и определение импульсно-траекторного расширения как самостоятельного объекта. Такое уточнение облегчило бы восприятие результатов четвертой главы. Замечание не влияет на их положительную оценку.

Диссертация М. В. Старицына является завершенной научно-квалификационной работой, в которой решена научная проблема развития вариационных методов исследования задач оптимального управления в бесконечномерных пространствах. Работа соответствует требованиям пунктов 9–14 Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.2 — «Дифференциальные уравнения и математическая физика».

Ведущий научный сотрудник отдела дифференциальных уравнений Института математики и механики им. Н. Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук,
доктор математических наук

Ю. В. Авербух

«12» августа 2026 г.

Специальности: 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, 01.01.05 — теория вероятностей и математическая статистика.

Почтовый адрес: 620108, г. Екатеринбург, ул. Софьи Ковалевской, д. 16,
Электронная почта: ayv@imm.uran.ru

Я, Авербух Юрий Владимирович, даю согласие на включение моих персональных данных в документы, связанные с работой диссертационного совета, и их дальнейшую обработку.

_____ Подпись

Подпись Авербуха Юрия Владимировича заверяю:
Ученый секретарь ИММ УрО РАН

«12» августа 2026 г.



(Фигас Б.В.)