

ОТЗЫВ
официального оппонента
на диссертацию Старицына Максима Владимировича
«Вариационный анализ задач оптимального управления в
бесконечномерных пространствах»,
представленную на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук
по специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и
математическая физика»

Актуальность темы диссертации

Диссертация посвящена исследованию задач оптимального управления движением динамических систем на минимум терминального показателя качества. Рассмотрены различные классы динамических систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями в конечномерных и бесконечномерных банаховых пространствах; стохастическим дифференциальными уравнениями в конечномерных пространствах; нелокальными уравнениями неразрывности и баланса в пространствах мер. С целью анализа изучаемых задач оптимального управления развит оригинальный подход, основанный на точных формулах приращения целевого функционала. Полученные формулы имеют ясную содержательную интерпретацию, они строго обоснованы и использованы для вывода новых необходимых условий оптимальности, тесно связанных с принципом максимума Л. С. Понтрягина и позиционными условиями оптимальности В. А. Дыхты. Предложенный подход оказался весьма универсальным и применимым для задач оптимального управления абстрактными динамическими системами, которые задаются в терминах потоков на метрических пространствах.

Актуальность темы диссертации обусловлена следующими факторами.

- В нелинейных задачах оптимального управления классические необходимые условия оптимальности часто оказываются недостаточными для эффективного анализа экстремалей. Представленные в работе результаты позволяют конструктивно провести дополнительную независимую проверку найденных экстремалей на неоптимальность.
- Задачи оптимального (в том числе, импульсного) управления нелокальными уравнениями неразрывности и баланса представляют собой относительно новую и активно развивающуюся область математической теории управления. Проведенные в работе исследования вносят

фундаментальный вклад в развитие этого актуального направления исследований.

- Полученные в работе необходимые условия оптимальности применимы для разработки новых эффективных численных методов решения задач оптимального управления для различных классов динамических систем в конечномерных и бесконечномерных пространствах.

Структура и содержание диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Во введении обозначены цели и задачи исследования, приведен подробный обзор литературы, сформулированы положения, выносимые на защиту, описаны публикации по теме диссертации и личный вклад автора. В первой главе описывается общий подход к получению точных формул приращения целевого функционала и необходимых условий экстремума в задачах оптимального управления абстрактными динамическими системами в метрических пространствах. Во второй главе этот подход реализуется для систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями в бесконечномерных пространствах и стохастическими дифференциальными уравнениями. Третья глава посвящена подобному анализу для задач оптимального управления нелокальными уравнениями неразрывности и баланса в пространствах мер. В четвертой главе представлены результаты по исследованию задач оптимального импульсного управления нелокальными уравнениями неразрывности, включая новую форму принципа максимума Л. С. Понтрягина. Большая часть полученных в диссертации результатов проиллюстрирована на примерах.

Научная новизна, теоретическая и практическая значимость

В диссертации предложен новый и весьма универсальный подход к выводу точных формул приращения целевого функционала в задачах оптимального управления. Этот подход реализован для различных классов нелинейных динамических систем в конечномерных и бесконечномерных пространствах. В результате получен ряд новых необходимых условий оптимальности. Данные условия носят конструктивный характер и позволяют, в частности, проводить дополнительную независимую проверку экстремалей принципа максимума Л. С. Понтрягина на неоптимальность. Эти условия применимы для разработки новых эффективных численных методов решения задач оптимального управления.

Соответствие диссертации критериям Положения о присуждении ученых степеней

В диссертации создан теоретический аппарат вариационного анализа задач оптимального управления, применимый как к обыкновенным и стохастическим системам дифференциальных уравнений, так и к уравнениям неразрывности и баланса в пространствах мер. Совокупность полученных в диссертации результатов можно квалифицировать как научное достижение. Среди основных результатов можно выделить следующие:

- получены точные формулы приращения целевого функционала и соответствующие необходимые (позиционные) условия оптимальности;
- развит аппарат вариационного анализа задач оптимального управления нелокальными уравнениями неразрывности и баланса;
- найдена новая форма принципа максимума Л. С. Понтрягина в задаче оптимального импульсного управления нелокальным уравнением неразрывности.

Диссертация представляет собой самостоятельное и внутренне цельное исследование. Постановки задач, доказательства основных утверждений и выводы диссертации согласованы между собой и направлены на решение единой научной проблемы.

Основные результаты диссертации опубликованы в 24 научных статьях (из них 18 статей изданы в научных журналах, включенных в Перечень рецензируемых научных изданий ВАК или приравненных к ним) и прошли апробацию на российских и международных научных конференциях и семинарах.

Введение к диссертации содержит ясное указание личного вклада автора. Сведения о совместных работах приведены таким образом, что результаты автора отделены от результатов соавторов.

Замечания

По диссертации могут быть сделаны следующие замечания.

1. На протяжении всего текста диссертации автор обсуждает связь полученных необходимых условий оптимальности с принципом максимума Л. С. Понтрягина. Соответствующие выводы иллюстрируются модельными примерами. Однако в диссертации отсутствует строгое утверждение о том, как в общем случае соотносятся множества экстремалей принципа максимума Л. С. Понтрягина и условий оптимальности автора.

2. Во введении к диссертации отмечается, что ее целью является «сокращение разрыва между известными необходимыми и достаточными условиями оптимальности». Однако в тексте диссертации связь между полученными результатами и достаточными условиями оптимальности, в частности, с теорией уравнений Гамильтона – Якоби – Беллмана, не обсуждается.

3. В разделе 1.1 «Основные идеи» для классической конечномерной задачи оптимального управления (P) представлен вывод точной формулы приращения целевого функционала (1.5). Этот вывод опирается на переход от задачи (P) к более сложной бесконечномерной задаче оптимального управления уравнением неразрывности (P). Однако такие рассуждения представляются излишне сложными, так как формулу (1.5) можно получить непосредственным образом с опорой на правила дифференцирования решений обыкновенных дифференциальных уравнений по начальным данным.

4. В диссертации приведен ряд примеров применения полученных необходимых условий оптимальности. Однако данные примеры призваны в первую очередь проиллюстрировать определенные теоретические факты. Было бы интересно увидеть примеры, в которых новые необходимые условия оптимальности, в отличие от классических, позволили бы решить содержательные задачи.

5. В диссертации намечены алгоритмы построения решений рассматриваемых задач оптимального управления, основанные на полученных необходимых условиях оптимальности. Однако вопросы, связанные с разработкой соответствующего численного метода, его анализом, программной реализацией и применением для решения содержательных задач, остались за рамками работы.

6. В главе 2 исследуются задачи оптимального управления обыкновенными дифференциальными уравнениями в банаховых пространствах. Представляется, что естественным было бы рассмотреть более общий и распространенный в литературе класс уравнений, в которых правая часть дополнительно содержит семейство, вообще говоря, разрывных линейных операторов. Это важно с точки зрения приложений к задачам оптимального управления динамическими системами, описываемыми дифференциальными уравнениями в частных производных.

7. Доказательства некоторых из представленных в диссертации результатов содержат неточности. Например, при доказательстве пункта 1 утверждения 1.2 некорректно используется неравенство Гронуолла,

поскольку последнее слагаемое в соответствующем неравенстве зависит от временной переменной t (однако затем в доказательстве для данного слагаемого выводится равномерная по t оценка, а значит сам результат остается справедливым); при доказательстве пункта 6 утверждения 2.2 автор ссылается на теорему 3.4.2 из [38], в которой векторное поле f предполагается непрерывным, в то время как в утверждении 2.2 предполагается лишь сильная измеримость f по переменной t .

Сделанные замечания во многом носят характер пожеланий и не влияют на общую положительную оценку диссертации.

Заключение

Диссертация М. В. Старицына «Вариационный анализ задач оптимального управления в бесконечномерных пространствах» является научно-квалификационной работой, в которой автором проведено исследование ряда актуальных задач математической теории управления. Совокупность полученных в диссертации результатов можно квалифицировать как научное достижение.

Считаю, что диссертация удовлетворяет требованиям пунктов 9–14 Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 № 842 «О порядке присуждения ученых степеней», соответствует паспорту специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика», а ее автор, М. В. Старицын, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук.

Официальный оппонент:

Гомоюнов Михаил Игоревич,
доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник отдела динамических систем
Федерального государственного бюджетного учреждения науки
Института математики и механики имени Н. Н. Красовского
Уральского отделения Российской академии наук (ИММ УрО РАН).

М. И. ?

М. И. Гомоюнов

« 23 » июля 2026 г.

Контактная информация:

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт математики и механики имени Н. Н. Красовского
Уральского отделения Российской академии наук (ИММ УрО РАН),
620077, Россия, г. Екатеринбург, ул. Софьи Ковалевской, д. 16.
Телефон: +7 (343) 374-83-32.
Электронная почта: dir-info@imm.uran.ru.
Официальный сайт: <https://www.imm.uran.ru>.

Подпись официального оппонента Гомоюнова М. И. удостоверяю.

Врио Ученого секретаря



Дигас Б.В.

«23» июля 2026 г.