

ОТЗЫВ

официального оппонента
на диссертацию Старицына Максима Владимировича
«Вариационный анализ задач оптимального управления
в бесконечномерных пространствах», представленную на соискание
ученой степени доктора физико-математических наук по специальности
1.1.2 — «Дифференциальные уравнения и математическая физика»

Актуальность темы

Диссертация посвящена вариационному анализу задач оптимального управления динамическими системами в бесконечномерных пространствах при отсутствии фазовых и смешанных ограничений. Центральное место в работе занимают точные формулы приращения целевого функционала и следующие из них условия оптимальности, в основе которых лежат не привычные механизмы игольчатого варьирования управления, а специально построенные процессы сравнения.

Актуальность выбранного направления связана с хорошо известным обстоятельством: в невыпуклых задачах оптимального управления принцип максимума Понтрягина и родственные ему условия первого порядка фиксируют лишь стационарность и, вообще говоря, допускают множество неоптимальных экстремалей. В диссертации локальный вариационный анализ дополняется исследованием точных представлений приращения функционала стоимости, записанных в терминах производящего оператора фазового потока, порожденного исследуемым управлением.

Предлагаемый автором подход изначально ориентирован на динамические системы в бесконечномерных пространствах. К ним относятся рассмотренные в работе обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) на банаховых пространствах, охватывающие, в частности, ряд уравнений интегрального типа, а также транспортные уравнения на пространствах мер, возникающие при описании пучков траекторий и динамики сплошных сред. Конструктивные усиления классических необходимых условий для соответствующих задач оптимального управления ранее не были известны.

Отдельное значение имеет развитие теории импульсного управления в среднем поле. Эти задачи требуют сочетания методов импульсного управления, анализа на пространствах мер и теории нелокальных потоков на метрических пространствах.

Таким образом, тема диссертации актуальна как для общей теории дифференциальных уравнений и динамических систем, так и для математической теории оптимального управления.

Структура и содержание диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Во введении сформулированы цели и задачи исследования, обоснована актуальность темы, описаны методы работы, научная новизна, теоретическая и практическая значимость результатов, приведены сведения об апробации, публикациях и личном вкладе автора.

Первая глава содержит предварительные сведения из функционального анализа и теории динамических систем, а также общий аппарат точных формул приращения – фазовые потоки, внешние производящие операторы и сопряженные к ним объекты. Здесь также формулируются позиционные условия оптимальности для абстрактной задачи управления.

Во второй главе эта схема применяется к обыкновенным дифференциальным уравнениям на банаховом пространстве (с ограниченным полем скоростей) и к задачам управления ансамблями траекторий. Рассмотрены вопросы регулярности управляемых потоков, получены точные формулы приращения и приведены примеры, показывающие, что новые условия оптимальности действительно усиливают принцип максимума Понтрягина (ПМП). Кроме того, предложенный аппарат переносится на стохастические системы и уравнения типа Власова или Фоккера-Планка.

Третья глава посвящена задачам управления нелокальными уравнениями неразрывности и баланса на пространствах мер. В ней обсуждаются различные подходы к описанию процессов переноса и взаимодействия на пространстве вероятностных мер – в терминах характеристического уравнения, ОДУ на банаховом пространстве отображений и нелокального уравнения типа Лиувилля.

Отдельным результатом является редукция задачи управления уравнением переноса с источником к задаче управления уравнением неразрывности. В основе этой редукции лежит прием исключения потенциала посредством барицентрической проекции меры.

В четвертой главе исследуются вырожденные задачи управления нелокальным уравнением неразрывности и их импульсно-траекторные расширения. Дана постановка задачи оптимального импульсного управления в среднем поле, найден явный вид сопряженной системы и предложена новая форма ПМП, пригодная для сопоставления с позиционными условиями экстремума и численной интерпретации.

Научная новизна, теоретическая и практическая ценность

Научная новизна работы определяется следующим. Во-первых, анализ вариационной задачи проводится здесь в нестандартном для теории локального экстремума классе возмущений управления, возникающем в динамическом программировании. Отклик цены задачи на такую вариацию зависит не от единственной опорной траектории, а от всего фазового потока. Учет этого факта приводит к явному интегральному представлению приращения цены, не содержащему инфинитезимальных приближений. Данное представление, в свою очередь, определяет экстремальное правило выбора улучшающего управления по типу обратной связи и дает необходимое условие оптимальности в форме принципа сравнения с множеством соответствующих процессов. Это новое условие позволяет выявлять неоптимальные процессы среди понtryгинских экстремалей, что иллюстрируется на конкретных примерах.

Существенная часть новых результатов относится к нелокальным уравнениям неразрывности на пространствах мер. В диссертации эти системы интерпретируются как обыкновенные дифференциальные уравнения с ограниченным полем скоростей на подходящем банаховом пространстве отображений. Поскольку исходное уравнение содержит дифференциальный (неограниченный) оператор переноса, указанный переход не является формальным и имеет самостоятельное значение.

Новыми представляются также результаты, касающиеся уравнений неразрывности с источником. Используемый прием исключения потенциала с помощью увеличения размерности фазового пространства и барицентрической проекции, вероятно, восходит к известной идее. Вместе с тем он, по-видимому, не был реализован ранее для рассматриваемого класса постановок.

Наконец, новой выглядит постановка задачи оптимального импульсного управления в среднем поле: в известной оппоненту литературе соответствующий вариант задачи ранее не был выделен в самостоятельный объект вариационного анализа.

Теоретическая ценность диссертации связана с последовательной реализацией стратегии вывода необходимых условий оптимальности на основе точных формул приращения функционала, без привлечения асимптотических разложений по параметрам варьирования. Формулы такого типа не были известны в общем нелинейном случае даже для классической задачи управления ОДУ на пространстве конечной размерности. В диссертации указанный аппарат доведен до нелинейных задач управления в бесконечномерных пространствах и применен к нескольким существенно различным классам распределенных систем. Примечательно, что полученные условия оптимальности не дублируют ПМП и известные условия высших порядков. Они дают независимый критерий проверки особых экстремалей и

могут выявить неоптимальные процессы там, где теряют эффективность условия типа Лежандра, Якоби и Гоха.

Практическая значимость результатов связана прежде всего с возможностью построения численных алгоритмов последовательных приближений. Как отмечает автор и показывают цитируемые в диссертации работы, позиционные условия оптимальности допускают конструктивную интерпретацию: они задают правило выбора улучшающего управления и тем самым могут служить основой для построения методов монотонного спуска. Это особенно важно для задач управления распределенными системами, где классические не прямые методы требуют многократного решения краевых задач и быстро становятся вычислительно затратными при увеличении размерности фазового вектора или качества конечномерной аппроксимации.

Обоснованность и достоверность полученных результатов обеспечиваются строгими математическими доказательствами сформулированных утверждений, корректным использованием методов функционального анализа, теории дифференциальных уравнений и оптимального управления, а также согласованностью полученных результатов с известными частными случаями.

Соответствие диссертации критериям Положения о присуждении ученых степеней

В соответствии с пунктом 9 Положения о присуждении ученых степеней диссертация на соискание ученой степени доктора наук должна быть научно-квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение.

Диссертация Старицына М. В. отвечает этому требованию. Ее содержание составляют результаты по теории оптимального управления различными классами дифференциальных уравнений в бесконечномерных пространствах, связанные общей целью и единым подходом. К числу основных результатов относятся:

- точные формулы приращения целевого функционала и позиционные условия оптимальности для задач управления обыкновенными дифференциальными уравнениями на банаховых пространствах;
- точные формулы приращения и позиционные условия оптимальности для задач управления нелокальными уравнениями переноса;
- метод исключения потенциала и редукция задачи управления нелокальными уравнениями баланса к задаче управления уравнением неразрывности;
- импульсно-траекторное расширение вырожденной задачи управления нелокальным уравнением неразрывности в классе кривых ограниченной вариации, постановка задачи оптимального

импульсного управления в среднем поле и явный вид сопряженной системы соответствующего принципа максимума.

Диссертация отвечает требованиям пункта 10 Положения: работа написана автором самостоятельно, обладает внутренним единством, содержит новые научные результаты и положения, выдвигаемые для публичной защиты, и свидетельствует о личном вкладе автора в науку. Полученные результаты сопоставлены с известными результатами и подходами; в работе также обсуждаются возможности их использования в дальнейшем развитии теории и методов оптимального управления.

Основные научные результаты диссертации опубликованы в рецензируемых научных изданиях в количестве, соответствующем требованиям пунктов 11–13 Положения о присуждении ученых степеней.

Требования пункта 14 Положения также выполнены: в диссертации приведены ссылки на авторов и источники используемых материалов и результатов, а при использовании результатов совместных работ указан личный вклад соискателя.

Замечания

1. Результаты второй главы касаются простейшего класса динамических систем на банаховом пространстве – ОДУ с ограниченным полем скоростей. Вместе с тем в третьей главе показано, что нелокальное уравнение неразрывности, которое в исходной записи является эволюционным уравнением с неограниченным дифференциальным оператором переноса, допускает сведение к ОДУ указанного типа на подходящем банаховом пространстве отображений. Было бы полезно подробнее обсудить границы применимости этого приема: какие структурные свойства уравнения неразрывности делают предложенное сведение возможным, и какие еще классы эволюционных уравнений с неограниченными операторами допускают аналогичную редукцию.

Естественным представляется также вопрос о распространении построенных точных формул приращения и позиционных условий оптимальности на задачи управления уравнениями вида

$$\dot{x} = Ax + f(t, x, u),$$

где A является генератором сильно непрерывной полугруппы.

2. В разделе 3.3.2 редукция уравнений баланса к уравнению неразрывности существенно опирается на потенциальный вид источника. Было бы полезно подробнее прокомментировать возможность такой редукции при переходе от мер с компактным носителем к мерам с конечными моментами, а также указать, какие оценки моментов необходимы для корректности барицентрической проекции.

3. В четвертой главе ПМП для задачи оптимального импульсного управления в среднем поле записан в переменных импульсно-траекторного

расширения, возникающих после замены времени. Для понимания связи этого результата с исходной вырожденной задачей было бы полезно выполнить обратный переход: переписать сопряженную систему и условие максимума в терминах обобщенных, разрывных решений и импульсных воздействий. При этом желательно явно разложить предельную динамику на абсолютно непрерывную компоненту и систему, описывающую фазу скачка.

4. В формулировке утверждения 1.1 используется метрика d_U , которая определяется ниже в доказательстве этого утверждения.

5. В п. 0.4 Введения возникает неавтономное векторное поле, порожаемое функцией трех аргументов (t, x, u) и удовлетворяющее усиленным условиям регулярности типа Коши-Каратеодори, о которых сказано «см. Главу 2». Далее на с. 22 утверждается, что при выполнении этих условий регулярности решение уравнения неразрывности (1.2) существует и единственно. Во-первых, лучше делать ссылки не на всю главу, а на ее конкретный фрагмент. Во-вторых, в главе 2 ни одно из предположений не названо условиями типа Коши-Каратеодори. Отмечу также, что в главе 4 на с. 176 предполагается, что этим же усиленным условиям регулярности типа Коши-Каратеодори удовлетворяет пара (f, G) функций, но лишь одного аргумента x .

6. В тексте встречаются отдельные технические недочеты. Нет номера в литературных ссылках на с. 12 в третьей снизу строке, на с. 109 в строке 12 снизу, на с. 180 в замечании 4.2 (о функции Минковского). Имеется несколько опечаток, в частности, в заголовке п. 1.2.3 на с. 30, в слове «существование» на с. 37 во второй строке снизу. Некоторые обозначения вводятся слишком сжато. В частности, следует проверить полноту ввода обозначений в формулировке леммы 3.2. На с. 32 в строке 9 сверху не отмечено, что J – это множество полной меры. На с. 34 используется символ $\mathcal{L}_I$, определение которого найти не удалось. Для обозначения переменных, от которых зависят рассматриваемые величины, как правило, используются индексы. При этом не очень понятно, какие переменные становятся нижними индексами, а какие – верхними.

Сделанные замечания не влияют на общую положительную оценку диссертации и не снижают научной значимости полученных результатов.

Заключение

Диссертация Старицына Максима Владимировича «Вариационный анализ задач оптимального управления в бесконечномерных пространствах» представляет собой завершенное научно-квалификационное исследование. В ней построен новый аппарат вариационного анализа задач оптимального управления и получены результаты, имеющие существенное значение для теории дифференциальных уравнений, динамических систем и математической теории управления.

инициалы, фамилия