



УТВЕРЖДАЮ:  
Директор ИДСТУ СО РАН  
академик И.В. Бычков

« 25 » 03 20 14 г.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Федерального государственного бюджетного учреждения науки  
Института динамики систем и теории управления Сибирского отделения  
Российской академии наук (ИДСТУ СО РАН).

Диссертация «Управляемость и устойчивость систем дифференциально-алгебраических уравнений» выполнена в лаборатории 1.1. Математических методов анализа свойств динамических систем ИДСТУ СО РАН.

В период подготовки диссертации соискатель Петренко Павел Сергеевич работал в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте динамики систем и теории управления Сибирского отделения Российской академии наук в лаборатории 1.1. Математических методов анализа свойств динамических систем на должности программиста.

В 2010 г. окончил Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Иркутский государственный университет», Институт математики, экономики и информатики, специальность – «Прикладная математика».

Удостоверение о сдаче кандидатских экзаменов выдано в 2014 г. Федеральным государственным бюджетным учреждением науки Институтом динамики систем и теории управления Сибирского отделения Российской академии наук.

Научный руководитель – д.ф.-м.н. Щеглова Алла Аркадьевна, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт динамики систем и теории управления Сибирского отделения Российской академии наук, зам. директора по научной работе.

### **По итогам обсуждения принято следующее заключение:**

Диссертация П.С. Петренко посвящена исследованию качественных свойств систем дифференциально-алгебраических уравнений (ДАУ).

Тема диссертации и научный руководитель утверждены на заседании Ученого совета ИДСТУ СО РАН, протокол № 1 от 27 января 2011 года.

Исследования по теме диссертационной работы проводились автором в течение 2010-2014 гг. в рамках проектов по программам СО РАН:

«Качественный и численный анализ гетерогенных систем» (№ гос. регистрации 01201351945);

«Качественный анализ эволюционных уравнений и систем управления» (№ гос. регистрации 01201001351).

**Актуальность темы.** Рост интереса к исследованиям в области систем ДАУ стимулируется проблемами математического моделирования во многих прикладных областях: теории автоматического регулирования, оптимальном управлении со смешанными ограничениями, теории электронных схем и электрических цепей, механике, химической кинетике, гидродинамике и теплотехнике.

По своим свойствам ДАУ существенно отличаются от систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), разрешенных относительно производной (в нормальной форме). Решение ДАУ зависит от производных входных данных вплоть до порядка, совпадающего с размерностью системы. В общем случае отсутствует

непрерывная зависимость решений от входных данных, а пространство решений может оказаться бесконечномерным. Неоднородная система может быть несовместна на своей области определения. Структура пучка матриц Якоби, описывающих систему, не инвариантна относительно преобразований, использующих замену переменных. Эта специфика обуславливает не только необходимость поиска принципиально новых теоретических подходов, но и переосмысления многих базовых понятий классической теории ОДУ, таких как устойчивость, управляемость, наблюдаемость и т.п.

За последние 30-35 лет теория систем ДАУ превратилась в быстро развивающуюся область современной математики. Опубликованы сотни работ, посвященных исследованиям систем ДАУ и численным методам их решения. В то время как литература по приближенным методам решения ДАУ уже трудно обозрима, проблемы изучения вопросов качественных свойств представлены фрагментарно и не носят законченного и систематического характера. Достаточно полно исследованы линейные системы с постоянными коэффициентами. Известные из литературы результаты для линейных нестационарных систем или нелинейных систем ДАУ получены при довольно жёстких ограничениях: 1) постоянство рангов матриц при производной искомой функции; 2) низкий индекс системы; 3) специальная структура. В связи с этим на настоящий момент актуальной задачей теории является получение результатов по качественным свойствам систем ДАУ без описанных выше ограничений. Именно такие системы рассматриваются в диссертации.

#### **Основные результаты диссертации и их новизна:**

- 1) построена эквивалентная форма, получены условия согласования начальных данных и доказана теорема о разрешимости для сопряженной линейной системы ДАУ;
- 2) для линейных ДАУ с векторным управлением получены условия стабилизируемости, для систем индекса 1 условия детектируемости. Обоснованы достаточные и необходимые и достаточные условия  $R$ -управляемости и  $R$ -наблюдаемости, доказаны теоремы о связи этих свойств. Получены критерии приводимости и правильности;
- 3) для нелинейных систем получены условия локальной  $R$ -управляемости в ноль, локальной  $R$ -наблюдаемости, достаточные условия стабилизируемости и устойчивости по первому линейному приближению.

Все результаты, выносимые на защиту, являются новыми и доказаны в наиболее общих предположениях. Критерии  $R$ -управляемости,  $R$ -наблюдаемости, приводимости, правильности, устойчивости, стабилизируемости и детектируемости получены для таких классов линейных и нелинейных ДАУ, для которых неприменимы другие методики исследования. Допускается произвольно высокий индекс неразрешенности, переменный ранг матриц коэффициентов системы, сняты ограничения на ядра этих матриц и структуру системы как в линейном, так и в нелинейном случаях.

**Теоретическая и практическая значимость.** Результаты диссертации носят теоретический характер. Полученные результаты по качественным свойствам охватывают широкие классы линейных и нелинейных систем ДАУ, у которых семейство решений не имеет особых точек. Результаты диссертации являются конструктивными, сформулированы в терминах входных данных и в предположениях близких к необходимым для регулярного поведения решений.

Материалы диссертации могут быть использованы при разработке спецкурсов для студентов математиков, а также при написании курсовых и дипломных работ, магистерских диссертаций.

**Достоверность** полученных в диссертационной работе результатов обусловлена строгостью доказательств, применением апробированных методов исследования, сравнением с известными результатами, а также обсуждениями на научных конференциях

и семинарах. Основные результаты диссертации опубликованы в 5 статьях в журналах, рекомендованных ВАК РФ для публикаций результатов диссертаций.

- 1) Щеглова А.А., Петренко П.С.  $R$ -наблюдаемость и  $R$ -управляемость линейных алгебро-дифференциальных систем // Известия вузов. Математика. 2012. № 3. С. 73-91.
- 2) Щеглова А.А., Петренко П.С. Правильные системы дифференциально-алгебраических уравнений // Известия ИГУ. Математика. 2013. Т. 6, № 4. С. 107-127.
- 3) Петренко П.С. Детектируемость линейных систем дифференциально-алгебраических уравнений // Известия ИГУ. Математика. 2013. Т. 6, № 3. С. 109-116.
- 4) Петренко П.С. Локальная  $R$ -управляемость в ноль нелинейных алгебро-дифференциальных систем // Известия ИГУ. Математика. 2011. Т. 4, № 4. С. 101-115.
- 5) Shcheglova A.A., Petrenko P.S. Stabilizability of solutions to linear and nonlinear differential-algebraic equations // Journal of Mathematical Sciences. 2014. Vol. 196, № 4. P. 596-615.

В работах [1-3] опубликованы результаты по управляемости, наблюдаемости, детектируемости, стабилизируемости и другим качественным свойствам для линейных систем ДАУ. В работе [2] получены результаты по приводимости и правильности линейных систем, которые используются в дальнейшем при изучении свойств устойчивости по первому приближению нелинейных ДАУ. В работах [2, 4, 5] исследуются свойства локальной  $R$ -управляемости, устойчивости, стабилизируемости нелинейных ДАУ. Таким образом, основные результаты диссертации опубликованы в научной печати достаточно полно.

**Личный вклад автора.** В совместных статьях [1, 2] научному руководителю А.А. Щегловой принадлежат постановки задач и идеи некоторых доказательств. В диссертации результаты научного руководителя, касающиеся разрешимости и построения эквивалентных структурных форм, приведены в первом и втором разделах первой главы с соответствующими ссылками. Все результаты, представленные во второй и третьей главах а также в третьем разделе первой главы, принадлежат автору диссертации.

Все результаты, выносимые на защиту, получены автором самостоятельно.

#### **Апробация работы.**

Результаты диссертационной работы докладывались на Российско-монгольской конференции молодых ученых по математическому моделированию, вычислительно-информационным технологиям и управлению, Иркутск, Россия – оз. Ханх, Монголия, 2011; X Международной Четаевской конференции «Аналитическая механика, устойчивость и управление», Казань, 2012; III Международной школе-семинаре «Нелинейный анализ и экстремальные задачи», Иркутск, 2012; II Российско-монгольской конференции молодых ученых по математическому моделированию, вычислительно-информационным технологиям и управлению, Иркутск, Россия – оз. Ханх, Монголия, 2013, а также на ежегодных конференциях «Ляпуновские чтения», Иркутск, 2010-2013. Результаты диссертации обсуждались на семинаре в Интстуте математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия; на семинаре в Институте математики, экономики и информатики ИГУ, Иркутск, Россия, а также неоднократно на семинарах Института динамики систем и теории управления СО РАН.

**Соответствие диссертации паспорту специальности.** В соответствии с паспортом специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, в диссертации проведено теоретическое исследование качественных свойств систем дифференциально-алгебраических уравнений; получены достаточные, а также необходимые и достаточные условия стабилизируемости,

управляемости, наблюдаемости, устойчивости для новых классов такого рода систем (пп. 3, 5 области исследований).

Диссертация П.С. Петренко является самостоятельной научно-квалификационной работой, в которой содержатся результаты по качественным свойствам систем ДАУ, и удовлетворяет всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям.

Диссертация «Управляемость и устойчивость систем дифференциально-алгебраических уравнений» П.С. Петренко рекомендуется к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Заключение принято на заседании Семинара ИДСТУ СО РАН по дифференциальным уравнениям, управлению и системному анализу.

Присутствовало на заседании 19 чел. Результаты голосования: «за» - 19 чел., «против» - 0 чел., «воздержалось» - 0 чел., протокол № 7 от 10.10.2013 г.



---

д.ф.-м.н. Владимир Александрович Дыхта,  
зав. отд. 2 Управления и системного анализа