

«УТВЕРЖДАЮ»



Директор Института вычислительного
моделирования СО РАН
член-корр. РАН В.В. Шайдуров

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Федерального государственного бюджетного учреждения науки
Института вычислительного моделирования
Сибирского отделения Российской академии наук

Диссертация «Решение начально-краевых задач о совместном движении трех вязких теплопроводных жидкостей в плоском канале» выполнена в отделе дифференциальных уравнений механики. В период подготовки диссертации соискатель Черемных Елена Николаевна училась в аспирантуре Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института вычислительного моделирования Сибирского отделения Российской академии наук, где продолжает обучение в настоящее время. В 2012 г. Е.Н. Черемных окончила с отличием магистратуру Федерального государственного автономного образовательного учреждения науки высшего профессионального образования «Сибирский федеральный университет» по специальности «прикладная математика и информатика». Удостоверение о сдаче кандидатских экзаменов выдано в 2015 г. Федеральным государственным бюджетным учреждением науки Институт вычислительного моделирования Сибирского отделения Российской академии наук.

Научный руководитель: д.ф.-м.н., профессор Андреев Виктор Константинович, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт вычислительного моделирования Сибирского отделения Российской академии наук, отдел дифференциальных уравнений механики, заведующий отделом.

Актуальность темы. В механике жидкости и газа можно выделить так называемые классические модели, к которым относятся уравнения газовой динамики, уравнения Эйлера, Навье-Стокса, Обербека-Буссинеска. Среди постановок начально-краевых задач для уравнений названных моделей особое место занимают задачи, описывающие движения жидких сред с поверхностями раздела. Из известных примеров таких движений можно привести следующие: внутренние волны, совместные движения систем типа вода-нефть, плёночные течения. К ним же относятся и движения, порождаемые термокапиллярным эффектом, когда поверхностное натяжение зависит от температуры, что является важным для технологических процессов в условиях близких к невесомости. Исследование подобного рода задач связано с большими математическими трудностями: высокий порядок, нелинейность уравнений и

граничных условий на поверхностях раздела, неизвестность областей определения решений. В связи с этим является актуальной задача качественного исследования уравнений подмоделей, содержащих меньшее число независимых переменных. В частности, точные решения всегда играли и продолжают играть огромную роль в формировании правильного понимания качественных особенностей многих явлений и процессов в различных областях естествознания. Эти решения часто используют в качестве "тестовых задач" для проверки корректности и оценки точности различных асимптотических, приближенных и численных методов, а также имеют чрезвычайно важное значение при изучении устойчивости течений.

В данной работе исследовано инвариантное и частично-инвариантное решения уравнений вязкой теплопроводной жидкости, когда на поверхностях раздела трёх несмешивающихся жидкостей коэффициенты поверхностного натяжения линейно зависят от температуры, а также источником движения являются нестационарные градиенты давления.

Научная новизна.

1. Доказано неравенство Фридрикса на случай области, состоящей из трёх конечных отрезков, и определена, с помощью вариационного принципа, наименьшая постоянная в правой части этого неравенства.

2. Изучена начально-краевая задача, возникающая при совместном однонаправленном движении трех вязких жидкостей под действием термокапиллярных сил и перепада давления:

- найдено точное стационарное решение задачи;
- доказано, что если градиент давления в одной из жидкостей имеет конечный предел, то решение всегда выходит на стационарный режим с ростом времени и получена экспоненциальная оценка скорости сходимости с показателем, зависящим от физических свойств сред и толщин слоев;
- решение нестационарной задачи найдено в виде конечных аналитических формул в изображениях по Лапласу и изучены его свойства;
- путем численного обращения преобразования Лапласа построена эволюция полей скоростей и возмущений температур к стационарному режиму.

3. Исследована начально-краевая задача, возникающая при двумерном движении трех несмешивающихся жидкостей в плоском канале, ограниченном твердыми неподвижными стенками, на которых известно распределение температур:

- дан вывод априорных оценок;
- найдено точное стационарное решение и доказано, что с ростом времени решение выходит на этот стационарный режим, если стабилизируются температуры на стенках;
- в изображениях по Лапласу решение нестационарной задачи находится в явном виде. Численное обращение преобразования Лапласа хорошо подтверждает стремление с ростом времени решения к стационарному.

Теоретическая и практическая значимость.

Примененная методика априорных оценок для рассмотренных начально-краевых задач может быть использована и для изучения движений жидкостей со многими поверхностями раздела и в другой геометрии, в частности,

цилиндрической. Полученные результаты имеют также и практическую значимость ввиду их приложений в природных (слои в океанах и атмосфере) и технологических (изготовление пленок, нанесение покрытий и т. д.) процессах.

Публикации автора. Основные результаты диссертации с достаточной полнотой опубликованы в следующих работах:

В рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК:

1. Лемешкова Е. Н. Прямая и обратная задача о совместном движении трёх вязких жидкостей в плоских слоях // Журнал сибирского федерального университета. Математика и физика, 2011 №4(3). С. 363-370.

2. Лемешкова Е. Н. Стационарное течение трёх жидкостей в плоском слое под действием термокапиллярных сил и перепада давления // Журнал сибирского федерального университета. Математика и физика, 2012 №5(1). С. 91-96.

3. Лемешкова Е. Н. Combined motion of three viscous heat-conducting liquids in a flat layer // Журнал сибирского федерального университета. Математика и физика, 2013 №6(3). С. 211-219.

4. Лемешкова Е.Н. О совместном движении трех вязких неизотермических жидкостей в плоском слое // Вычислительные технологии. 2013. Т. 18. № 2. С. 55-61.

5. Андреев В.К., Лемешкова Е.Н. Эволюция термокапиллярного движения трех жидкостей в плоском слое // ПММ. 2014. Т. 78. Вып. 4. С. 485-492.

В трудах международных и всероссийских конференций:

1. Лемешкова Е. Н. Решение начально-краевой задачи о совместном движении трёх вязких жидкостей в плоских слоях // XI Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям, Новосибирск, 2010. С.32.

2. Лемешкова Е. Н. О неравенстве Фридрихса для области, состоящей из трёх отрезков // Некоторые актуальные проблемы современной математики и математического образования. Герценовские чтения - 2011. Материалы научной конференции, 11-16 апреля 2011.- СПб.: ООО "ПаркКом", 2011. С.80-84.

3. Лемешкова Е. Н. Однонаправленное движение трёх вязких жидкостей в плоских слоях // Тезисы докладов 4-й Всероссийской конференции с участием зарубежных учёных "Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложения". 5-10 июля 2011 года, Бийск. С. 59.

4. Лемешкова Е. Н. Эволюция совместного движения трех вязких теплопроводных жидкостей в плоском слое // Некоторые актуальные проблемы современной математики и математического образования. Герценовские чтения - 2013. Материалы научной конференции, 15-20 апреля 2013.- СПб.: Изд. РГПУ им. А. И Герцена, 2013. С. 90-93.

5. Лемешкова Е. Н. Комбинированное движение трёх вязких теплопроводных жидкостей в плоском слое // Материалы Открытой конференции молодых учёных ИВМ СО РАН по математическому моделированию и информационным технологиям. - Красноярск: ИВМ СО РАН, 2013. - С. 80 - 85.

6. Черемных Е. Н. Двумерное движение жидкости в плоском слое // Тезисы Всероссийской конференции "Новые математические модели механики сплошных сред: построение и изучение". - Новосибирск, 2014. С. 144 - 145.

7. Черемных Е. Н. Свойства решений уравнений двумерных термокапиллярных движений в плоском канале. Препринт № 14-1. Красноярск: ИВМ СО РАН, 2014. 27 с.

8. Черемных Е. Н. Двумерное движение несмешивающихся жидкостей в плоском канале // Тезисы XXXI теплофизического семинара. - Новосибирск, 2014. 52 с.

Результаты диссертации получены в рамках проектов РФФИ № 08-01-00762, № 11-01-00283, № 14-01-00067 и интеграционных проектов СО РАН №38, № 65, № 116.

Результаты исследования Е.Н. Черемных представляют собой законченную научную работу и полностью соответствует требованиям, предъявляемым ВАК Российской Федерации к кандидатским диссертациям. Семинар считает, работа Е.Н. Черемных «Решение начально-краевых задач о совместном движении трех вязких теплопроводных жидкостей в плоском канале» может быть рекомендована к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Диссертация «Решение начально-краевых задач о совместном движении трех вязких теплопроводных жидкостей в плоском канале» Е. Н. Черемных рекомендуется к защите на соискание степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Заключение принято на заседании семинара отдела «Дифференциальных уравнений и механики» ИВМ СО РАН «Математическое моделирование в механике».

Присутствовало на заседании 15 чел. Результаты голосования: «за» - 15 чел., «против» - 0 чел., «воздержалось» - протокол №5 от 5 декабря 2014 г.

Зам. председателя семинара
д.ф.-м.н., профессор

Вас-

В.М. Белолипецкий

Секретарь семинара
к.ф.-м.н.

Еф

М.В. Ефимова